

2014 年北京市高级中等学校招生考试

数学试卷

一、选择题（本题共 32 分，每小题 4 分）下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意的。

1. 2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 据报道，某小区居民李先生改进用水设备，在十年内帮助他居住小区的居民累计节水 300 000 吨。将 300 000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.3×10^6 B. 3×10^5 C. 3×10^6 D. 30×10^4

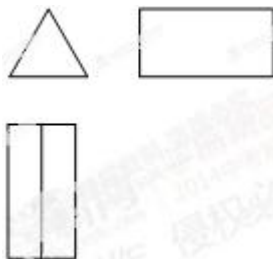
3. 如图，有 6 张扑克处于，从中随机抽取一张，点数为偶数的概率是（ ）



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 右图是几何体的三视图，该几何体是（ ）

- A. 圆锥 B. 圆柱
C. 正三棱柱 D. 正三棱锥



5. 某篮球队 12 名队员的年龄如下表所示：

年龄（岁）	18	19	20	21
人数	5	4	1	2

则这 12 名队员年龄的众数和平均数分别是（ ）

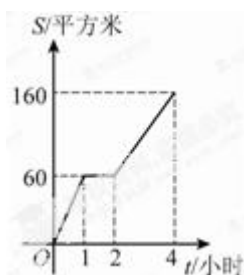
- A. 18, 19 B. 19, 19 C. 18, 19.5 D. 19, 19.5

6. 园林队在某公园进行绿化，中间休息了一段时间。已知绿化面积 S （单位：平方米）与工作时间 t （单位：小时）的函数关系的图象如图所示，则休息后园林队每小时绿化面积为（ ）

- A. 40 平方米 B. 50 平方米

C. 80 平方米

D. 100 平方米



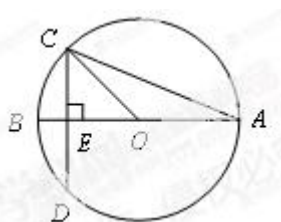
7. 如图. $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD , 垂足是 E , $\angle A = 22.5^\circ$, $OC = 4$, CD 的长为 ()

A. $2\sqrt{2}$

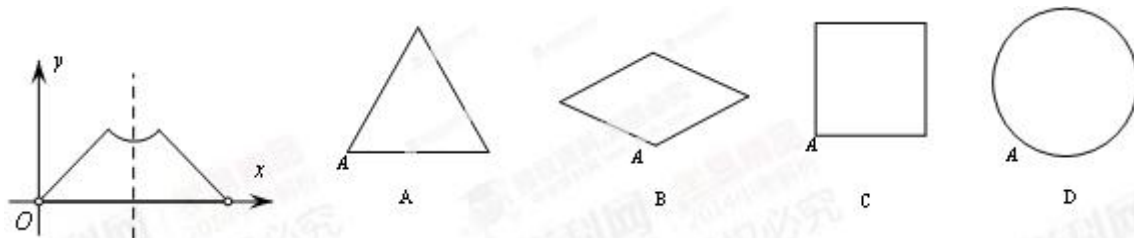
B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8



8. 已知点 A 为某封闭图形边界上一定点, 动点 P 从点 A 出发, 沿其边界顺时针匀速运动一周. 设点 P 运动的时间为 x , 线段 AP 的长为 y . 表示 y 与 x 的函数关系的图象大致如右图所示, 则该封闭图形可能是 ()

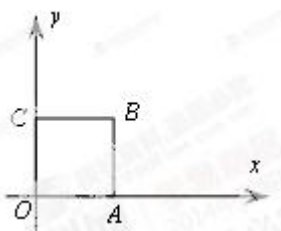


二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

9. 分解因式: $ax^4 - 9ay^2 =$ _____.

10. 在某一时刻, 测得一根高为 1.8m 的竹竿的影长为 3m, 同时测得一根旗杆的影长为 25m, 那么这根旗杆的高度为 _____ m.

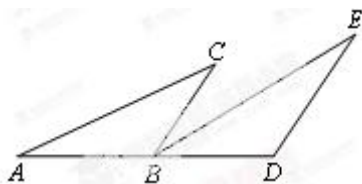
11. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $OABC$ 的边长为 2. 写出一个函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 使它的图象与正方形 $OABC$ 有公共点, 这个函数的表达式为 _____.



12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $P(x, y)$, 我们把点 $P'(-y+1, x+1)$ 叫做点 P 的伴随点, 已知点 A_1 的伴随点为 A_2 , 点 A_2 的伴随点为 A_3 , 点 A_3 的伴随点为 A_4 , ..., 这样依次得到点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$. 若点 A_1 的坐标为 $(3, 1)$, 则点 A_3 的坐标为____, 点 A_{2014} 的坐标为____; 若点 A_1 的坐标为 (a, b) , 对于任意的正整数 n , 点 A_n 均在 x 轴上方, 则 a, b 应满足的条件为_____.

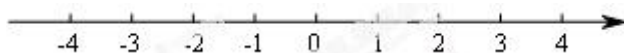
三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13. 如图, 点 B 在线段 AD 上, $BC \parallel DE$, $AB = ED$, $BC = DB$.
求证: $\angle A = \angle E$.



14. 计算: $(6-\pi)^0 + (-\frac{1}{5})^{-1} - 3 \tan 30^\circ + |-\sqrt{3}|$.

15. 解不等式 $\frac{1}{2}x - 1 \leq \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$, 并把它的解集在数轴上表示出来.



16. 已知 $x - y = \sqrt{3}$, 求代数式 $(x+1)^2 - 2x + y(y-2x)$ 的值.

17. 已知关于 x 的方程 $mx^2 - (m+2)x + 2 = 0 (m \neq 0)$.

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若方程的两个实数根都是整数, 求正整数 m 的值.

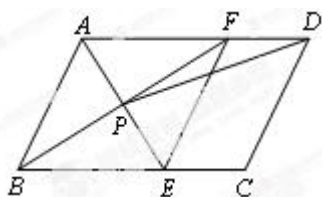
18. 列方程或方程组解应用题:

小马自驾私家车从 A 地到 B 地, 驾驶原来的燃油汽车所需油费 108 元, 驾驶新购买的纯电动车所需电费 27 元, 已知每行驶 1 千米, 原来的燃油汽车所需的油费比新购买的纯电动汽车所需的电费多 0.54 元, 求新购买的纯电动汽车每行驶 1 千米所需的电费.

四、解答题 (本题共 20 分, 每小题 5 分)

19. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$, 交 BC 于点 E , BF 平分 $\angle ABC$, 交 AD 于点 F , AE 与 BF 交于点 P , 连接 EF , PD .

- (1) 求证: 四边形 $ABEF$ 是菱形;
- (2) 若 $AB = 4$, $AD = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$, 求 $\tan \angle ADP$ 的值.



20. 根据某研究院公布的 2009~2013 年我国成年国民阅读调查报告的部分相关数据，绘制的统计图表如下：

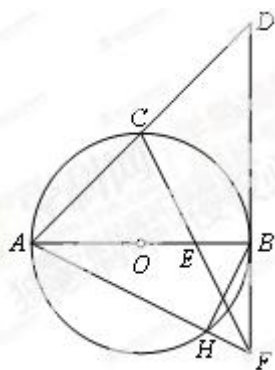


根据以上信息解答下列问题：

- (1) 直接写出扇形统计图中 m 的值；
- (2) 从 2009 到 2013 年，成年国民年人均阅读图书的数量每年增长的幅度近似相等，估算 2014 年成年国民年人均阅读图书的数量约为_____本；
- (3) 2013 年某小区倾向图书阅读的成年国民有 990 人，若该小区 2014 年与 2013 年成年国民的人数基本持平，估算 2014 年该小区成年国民阅读图书的总数量约为___本.

21. 如图， AB 是 O 的直径， C 是 $\widehat{AB}$ 的中点， O 的切线 BD 交 AC 的延长线于点 D ， E 是 OB 的中点， CE 的延长线交切线 BD 于点 F ， AF 交 O 于点 H ，连接 BH .

- (1) 求证： $AC = CD$ ；
- (2) 若 $OB = 2$ ，求 BH 的长.



22. 阅读下面材料：

小腾遇到这样一个问题：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在线段 BC 上， $\angle BAD = 75^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $AD = 2$ ， $BD = 2DC$ ，求 AC 的长.

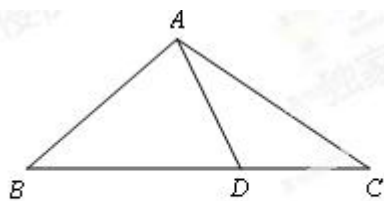


图1

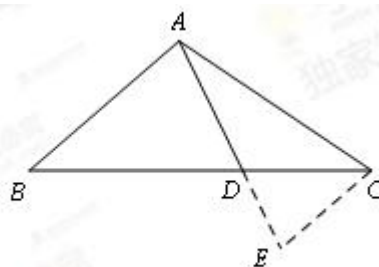


图2

小腾发现，过点 C 作 $CE \parallel AB$ ，交 AD 的延长线于点 E ，通过构造 $\triangle ACE$ ，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）.

请回答： $\angle ACE$ 的度数为_____， AC 的长为_____.

参考小腾思考问题的方法，解决问题：

如图 3，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle ADC = 75^\circ$ ， AC 与 BD 交于点 E ， $AE = 2$ ， $BE = 2ED$ ，求 BC 的长.

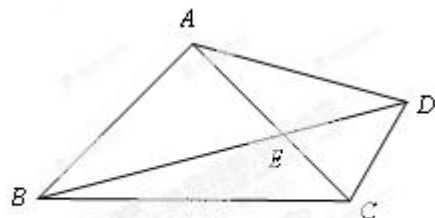


图3

五、解答题（本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分）

23. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = 2x^2 + mx + n$ 经过点 $A(0, -2)$ ， $B(3, 4)$.

(1) 求抛物线的表达式及对称轴；

(2) 设点 B 关于原点的对称点为 C ，点 D 是抛物线对称轴上一动点，记抛物线在 A ， B 之间的部分为图象 G （包含 A ， B 两点）. 若直线 CD 与图象 G 有公共点，结合函数图像，求点 D 纵坐标 t 的取值范围.



24. 在正方形 $ABCD$ 外侧作直线 AP ，点 B 关于直线 AP 的对称点为 E ，连接 BE ， DE ，其中 DE 交直线 AP 于点 F 。

(1) 依题意补全图 1；

(2) 若 $\angle PAB = 20^\circ$ ，求 $\angle ADF$ 的度数；

(3) 如图 2，若 $45^\circ < \angle PAB < 90^\circ$ ，用等式表示线段 AB ， FE ， FD 之间的数量关系，并证明。

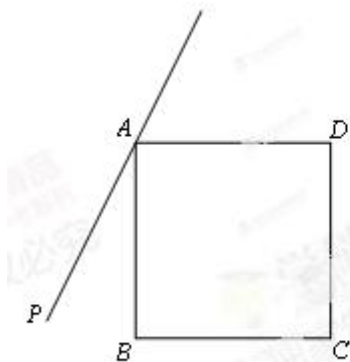


图 1

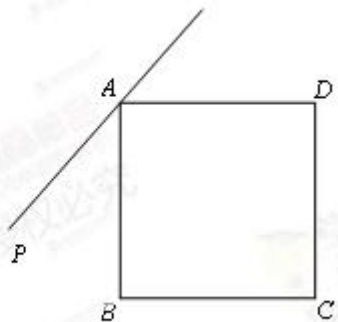
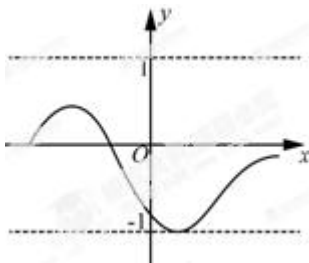


图 2

25. 对某一个函数给出如下定义：若存在实数 $M > 0$ ，对于任意的函数值 y ，都满足 $-M \leq y \leq M$ ，则称这个函数是有界函数，在所有满足条件的 M 中，其最小值称为这个函数的边界值。例如，下图中的函数是有界函数，其边界值是 1。



(1) 分别判断函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 和 $y = x + 1$ ($-4 < x \leq 2$) 是不是有界函数？若有界函数，求其边界值；

(2) 若函数 $y = -x + 1$ ($a \leq x \leq b$, $b > a$) 的边界值是 2，且这个函数的最大值也是 2，求 b 的取值范围；

(3) 将函数 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq m$, $m \geq 0$) 的图象向下平移 m 个单位，得到的函数的边界值是 t ，当 m 在什

么范围时，满足 $\frac{3}{4} \leq t \leq 1$ ？