

2023 年内蒙通辽初中学业水平考试

一、选择题 (本题包括 12 道小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 每小题只有一个正确答案, 请在答题卡上将代表正确答案的字母用 2B 铅笔涂黑)

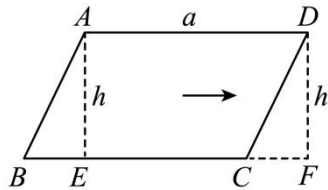
1. 2023 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2023}$ B. -2023 C. 2023 D. $-\frac{1}{2023}$

2. 在英语单词 *polynomial* (多项式) 中任意选出一个字母, 选出的字母为 “n” 的概率是 ()

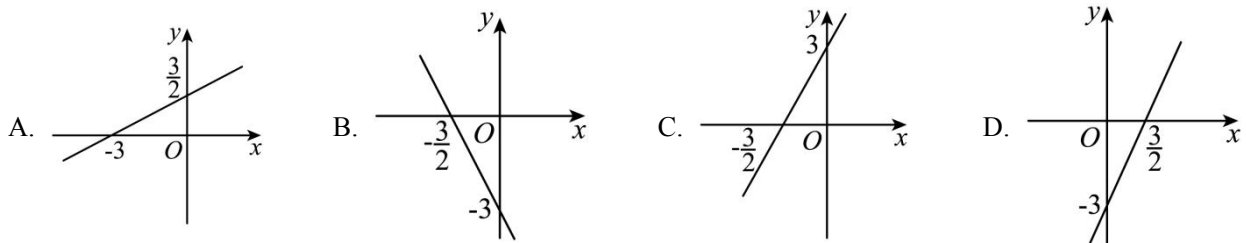
- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{5}$

3. 如图, 用平移方法说明平行四边形的面积公式 $S = ah$ 时, 若 $\triangle ABE$ 平移到 $\triangle DCF$, $a = 4$, $h = 3$, 则 $\triangle ABE$ 的平移距离为 ()

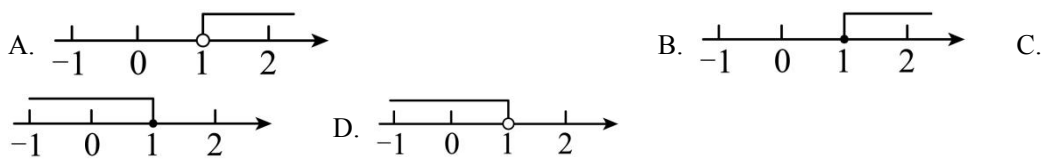


- A. 3 B. 4 C. 5 D. 12

4. 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = 2x - 3$ 的图象是 ()



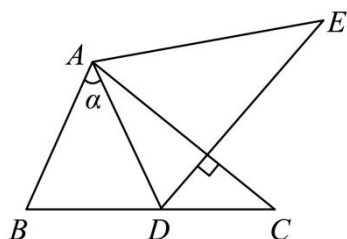
5. 二次根式 $\sqrt{1-x}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围在数轴上表示为 ()



6. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图像上, 且 $x_1 < 0 < x_2$, 则下列结论一定正确的是 ()

- A. $y_1 + y_2 < 0$ B. $y_1 + y_2 > 0$ C. $y_1 - y_2 < 0$ D. $y_1 - y_2 > 0$

7. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\triangle ADE$, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上, 若 $DE \perp AC$, $\angle CAD = 24^\circ$, 则旋转角 α 的度数为 ()



- A. 24° B. 28° C. 48° D. 66°

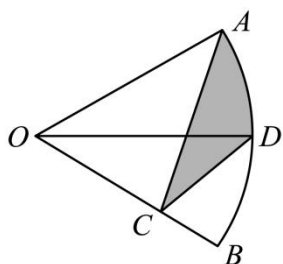
8. 下列命题:

- ① $a^3 \cdot a^2 = a^5$;
 ② $-\pi > -3.14$;
 ③ 圆周角等于圆心角的一半;
 ④ 将一枚质地均匀的硬币抛掷一次时, 正面朝上是必然事件;
 ⑤ 在一组数据中, 如果每个数据都增加 4, 那么方差也增加 4.

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 60^\circ$, OD 平分 $\angle AOB$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 D , 点 C 是半径 OB 上一动点, 若 $OA = 1$, 则阴影部分周长的最小值为 ()



- A. $\sqrt{2} + \frac{\pi}{6}$ B. $\sqrt{2} + \frac{\pi}{3}$ C. $2\sqrt{2} + \frac{\pi}{6}$ D. $2\sqrt{2} + \frac{\pi}{3}$

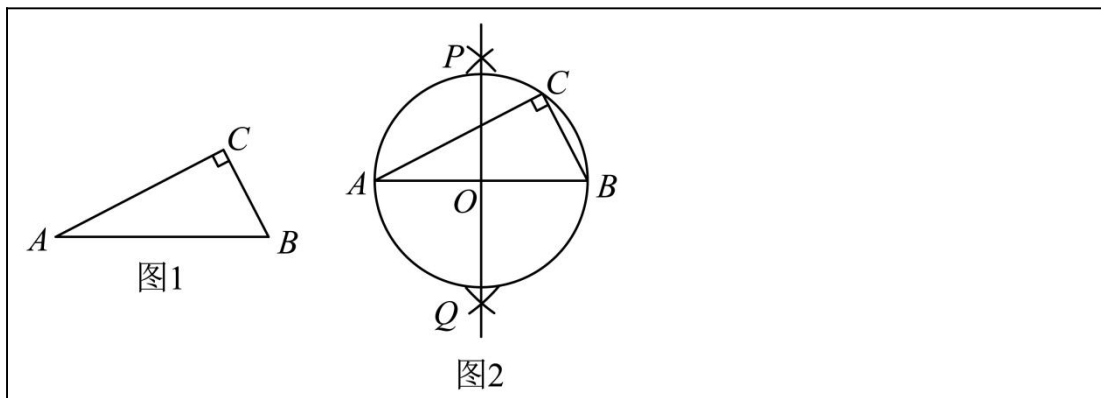
10. 下面是“作已知直角三角形的外接圆”的尺规作图过程:

已知: 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

求作: $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆.

作法: 如图 2.

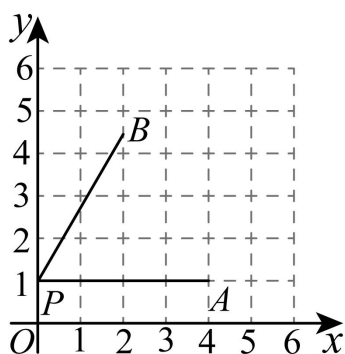
- (1) 分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 P, Q 两点;
- (2) 作直线 PQ , 交 AB 于点 O ;
- (3) 以 O 为圆心, OA 为半径作 $\odot O$, $\odot O$ 即为所求作的圆.



下列不属于该尺规作图依据的是 ()

- A. 两点确定一条直线
- B. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半
- C. 与线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上
- D. 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等

11. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $P(0,1)$, 点 $A(4,1)$, 以点 P 为中心, 把点 A 按逆时针方向旋转 60° 得到点 B , 在 $M_1(-1, -\sqrt{3})$, $M_2(-\frac{\sqrt{3}}{3}, 0)$, $M_3(1, \sqrt{3}-1)$, $M_4(2, 2\sqrt{3})$ 四个点中, 直线 PB 经过的点是 ()

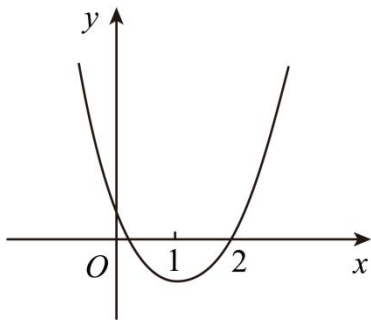


- A. M_1
- B. M_2
- C. M_3
- D. M_4

12. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(x_1, 0)$, $(2, 0)$, 其中 $0 < x_1 < 1$, 下列四个结论:

- ① $abc < 0$; ② $a + b + c > 0$; ③ $2b + 3c < 0$; ④ 不等式 $ax^2 + bx + c < -\frac{c}{2}x + c$ 的解集为 $0 < x < 2$. 其中

正确结论的个数是 ()



A. 1

B. 2

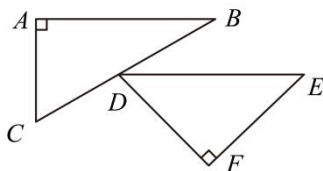
C. 3

D. 4

二、填空题（本题包括 5 道小题，每小题 3 分，共 15 分，将答案直接填在答题卡对应题的横线上）

13. 已知一组数据：3，4，5，5，6，则这组数据的众数是_____.

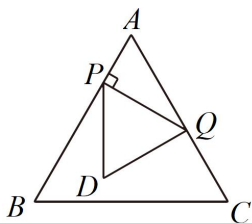
14. 将一副三角尺如图所示放置，其中 $AB \parallel DE$ ，则 $\angle CDF =$ _____度.



15. 点 Q 的横坐标为一元一次方程 $3x + 7 = 32 - 2x$ 的解，纵坐标为 $a + b$ 的值，其中 a, b 满足二元一次方程组

$$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ -a + 2b = -8 \end{cases}$$
，则点 Q 关于 y 轴对称点 Q' 的坐标为_____.

16. 如图，等边三角形 ABC 的边长为 6cm，动点 P 从点 A 出发以 2cm/s 的速度沿 AB 向点 B 匀速运动，过点 P 作 $PQ \perp AB$ ，交边 AC 于点 Q ，以 PQ 为边作等边三角形 PQD ，使点 A, D 在 PQ 异侧，当点 D 落在 BC 边上时，点 P 需移动_____s.



17. 某款“不倒翁”（如图1）的主视图是图2， PA, PB 分别与 $\widehat{AMB}$ 所在圆相切于点 A, B ，若该圆半径是 10cm, $\angle P = 60^\circ$ ，则主视图的面积为_____ cm^2 .

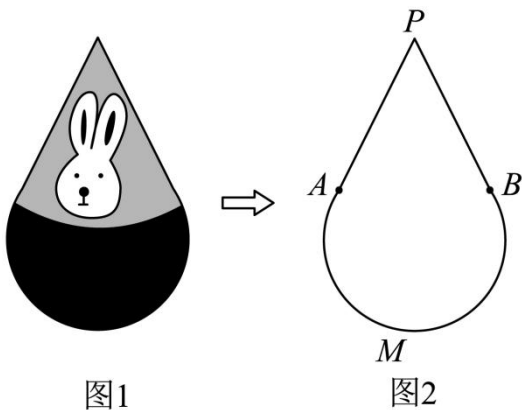


图1

图2

三、解答题（本题包括 9 道小题，共 69 分，每小题分值均在各题号后面标出，请在答题卡上写出各题解答的文字说明、证明过程或计算步骤）

18. 计算: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \tan 45^\circ - \sqrt{(-10)^2}$.

19. 以下是某同学化简分式 $\frac{a-b}{a} \div \left(a - \frac{2ab-b^2}{a}\right)$ 的部分运算过程:

解: 原式 = $\frac{a-b}{a} \div a - \frac{a-b}{a} + \frac{2ab-b^2}{a}$ 第一步

= $\frac{a-b}{a} \cdot \frac{1}{a} - \frac{a-b}{a} \cdot \frac{a}{2ab-b^2}$ 第二步

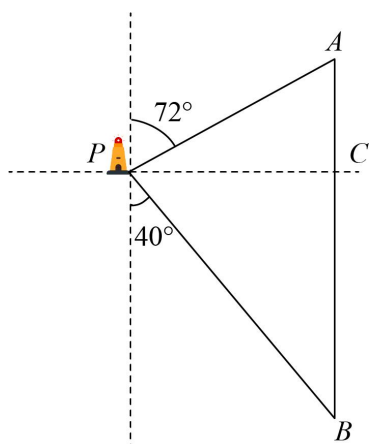
= $\frac{a-b}{a^2} = \frac{a-b}{2ab-b^2}$ 第三步

.....

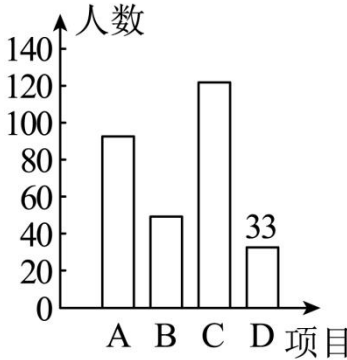
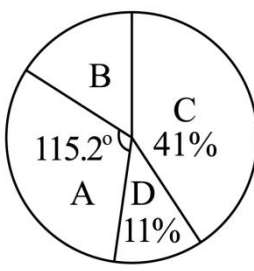
(1) 上面的运算过程中第_____步开始出现了错误;

(2) 请你写出完整的解答过程.

20. 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 72° 方向，距离灯塔 100nmile 的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 40° 方向上的 B 处. 这时， B 处距离灯塔 P 有多远（结果取整数）？（参考数据: $\sin 72^\circ \approx 0.95, \cos 72^\circ \approx 0.31, \tan 72^\circ \approx 3.08, \sin 40^\circ \approx 0.64, \cos 40^\circ \approx 0.77, \tan 40^\circ \approx 0.84$.）



21. 党的十八大以来，习近平总书记对推动全民阅读、建设书香中国高度重视，多次作出重要指示。×××中学在第 28 个“世界读书日”到来之际，对全校 2000 名学生阅读课外书的情况进行了了解，随机抽取部分学生进行问卷调查，形成了如下调查报告（不完整）：

调查方式	抽样调查	调查对象	×××中学部分学生
平均每周阅读课外书的时间大约是（只能单选，每项含最小值，不含最大值） A. 8 小时以上 B. 6-8 小时 C. 4~6 小时 D. 0~4 小时		平均每周阅读课外书的时间调查统计图  图1  图2	

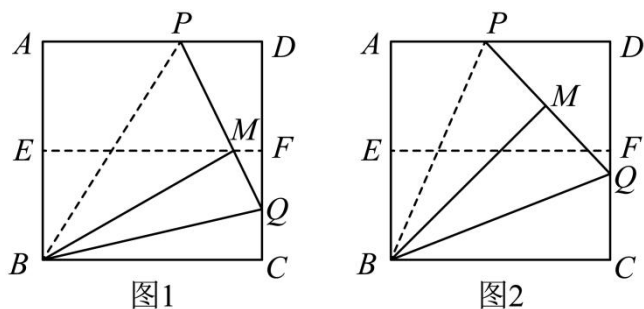
请解答下列问题：

- (1) 求参与本次抽样调查的学生人数；
- (2) 求图 2 中扇形 A 所占百分比；
- (3) 估计该校 2000 名学生中，平均每周阅读课外书的时间在“6~8 小时”人数；
- (4) 在学生众多阅读书籍中，学校推荐阅读书目为四大名著：《三国演义》《红楼梦》《西游记》《水浒传》（分别记为甲、乙、丙、丁），现从这 4 部名著中选择 2 部为课外必读书籍，请用列表法或画树状图法中任意一种方法，求《西游记》被选中的概率。

22. 综合与实践课上，老师让同学们以“正方形的折叠”为主题开展数学活动，有一位同学操作过程如下：

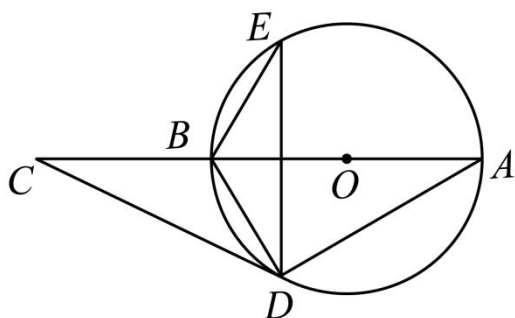
操作一：对折正方形纸片 $ABCD$ ，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 EF ，把纸片展平；

操作二：在 AD 上选一点 P ，沿 BP 折叠，使点 A 落在正方形内部点 M 处，把纸片展平，连接 PM 、 BM ，延长 PM 交 CD 于点 Q ，连接 BQ 。



- (1) 如图 1, 当点 M 在 EF 上时, $\angle EMB =$ _____ 度;
- (2) 改变点 P 在 AD 上的位置 (点 P 不与点 A, D 重合) 如图 2, 判断 $\angle MBQ$ 与 $\angle CBQ$ 的数量关系, 并说明理由.

23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, D, E 是 $\odot O$ 上的两点, 延长 AB 至点 C , 连接 CD , $\angle BDC = \angle A$.



- (1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle DCB$;
- (2) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
- (3) 若 $\tan E = \frac{3}{5}$, $AC = 10$, 求 $\odot O$ 的半径.
24. 某搬运公司计划购买 A, B 两种型号的机器搬运货物, 每台 A 型机器比每台 B 型机器每天少搬运 10 吨货物, 且每台 A 型机器搬运 450 吨货物与每台 B 型机器搬运 500 吨货物所需天数相同.
- (1) 求每台 A 型机器, B 型机器每天分别搬运货物多少吨?
- (2) 每台 A 型机器售价 1.5 万元, 每台 B 型机器售价 2 万元, 该公司计划采购两种型号机器共 30 台, 满足每天搬运货物不低于 2880 吨, 购买金额不超过 55 万元, 请帮助公司求出最省钱的采购方案.

25 阅读材料:

材料 1: 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两个实数根 x_1, x_2 和系数 a, b, c 有如下关系:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

材料 2: 已知一元二次方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个实数根分别为 m, n , 求 $m^2 n + mn^2$ 的值.

解: $\because m, n$ 是一元二次方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore m + n = 1, mn = -1.$$

$$\text{则 } m^2n + mn^2 = mn(m + n) = -1 \times 1 = -1.$$

根据上述材料, 结合你所学的知识, 完成下列问题:

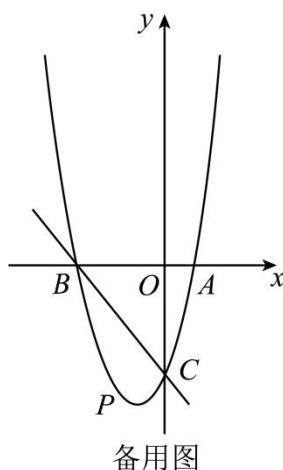
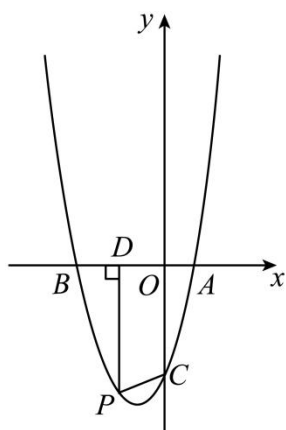
(1) 应用: 一元二次方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 =$ _____,

$$x_1x_2 = \text{_____};$$

(2) 类比: 已知一元二次方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个实数根为 m, n , 求 $m^2 + n^2$ 的值;

(3) 提升: 已知实数 s, t 满足 $2s^2 + 3s - 1 = 0, 2t^2 + 3t - 1 = 0$ 且 $s \neq t$, 求 $\frac{1}{s} - \frac{1}{t}$ 的值.

26. 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = ax^2 + \frac{8}{3}x + c (a \neq 0)$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, -4)$.



(1) 求这条抛物线的函数解析式;

(2) P 是抛物线上一动点 (不与点 A, B, C 重合), 作 $PD \perp x$ 轴, 垂足为 D , 连接 PC .

①如图, 若点 P 在第三象限, 且 $\tan \angle CPD = 2$, 求点 P 的坐标;

②直线 PD 交直线 BC 于点 E , 当点 E 关于直线 PC 的对称点 E' 落在 y 轴上时, 请直接写出四边形 $PECE'$ 的周长.

