

2023 年初中学业水平考试试卷

数学

注意事项:

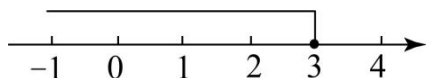
1. 本试卷共 6 页, 满分 120 分. 考试时间为 120 分钟.
2. 答题前, 考生务必先将自己的考生号、姓名、座位号等信息填写在试卷和答题卡的指定位置. 请认真核对条形码上的相关信息后, 将条形码粘贴在答题卡的指定位置.
3. 答题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 每小题只有一个正确选项, 请将答题卡上对应题目的答案标号涂黑.

1. 下列各式计算结果为 a^5 的是 ()

- A. $(a^3)^2$ B. $a^{10} \div a^2$ C. $a^4 \cdot a$ D. $(-1)^{-1} a^5$

2. 关于 x 的一元一次不等式 $x-1 \leq m$ 的解集在数轴上的表示如图所示, 则 m 的值为 ()

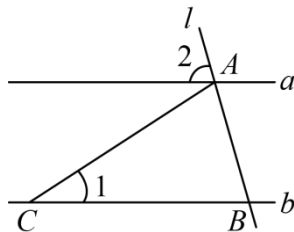


- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

3. 定义新运算 “ $\otimes$ ”, 规定: $a \otimes b = a^2 - |b|$, 则 $(-2) \otimes (-1)$ 的运算结果为 ()

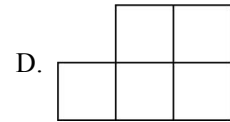
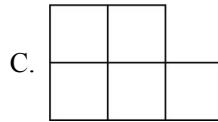
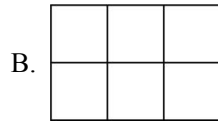
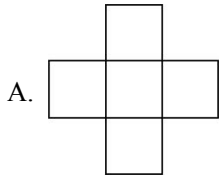
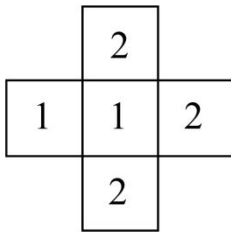
- A. -5 B. -3 C. 5 D. 3

4. 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 l 与直线 a, b 分别相交于点 A, B , 点 C 在直线 b 上, 且 $CA = CB$. 若 $\angle 1 = 32^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 32° B. 58° C. 74° D. 75°

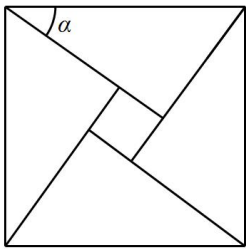
5. 几个大小相同的小正方体搭成几何体的俯视图如图所示, 图中小正方形中数字表示对应位置小正方体的个数, 该几何体的主视图是 ()



6. 从 1, 2, 3 这三个数中随机抽取两个不同的数, 分别记作 m 和 n . 若点 A 的坐标记作 (m, n) , 则点 A 在双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上的概率是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

7. 如图是源于我国汉代数学家赵爽的弦图, 它是由四个全等直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形. 若小正方形的面积为 1, 大正方形的面积为 25, 直角三角形中较小的锐角为 α , 则 $\cos \alpha$ 的值为 ()



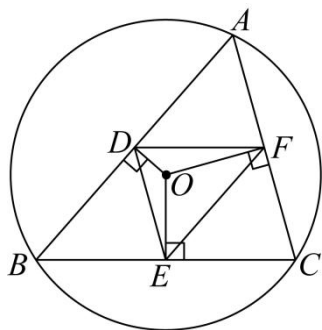
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8. 在平面直角坐标系中, 将正比例函数 $y = -2x$ 的图象向右平移 3 个单位长度得到一次函数

$y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象, 则该一次函数的解析式为 ()

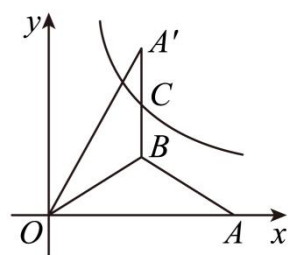
- A. $y = -2x + 3$ B. $y = -2x + 6$ C. $y = -2x - 3$ D. $y = -2x - 6$

9. 如图, $\odot O$ 是锐角三角形 ABC 的外接圆, $OD \perp AB, OE \perp BC, OF \perp AC$, 垂足分别为 D, E, F , 连接 DE, EF, FD . 若 $DE + DF = 6.5$, $\triangle ABC$ 的周长为 21, 则 EF 的长为 ()



- A. 8 B. 4 C. 3.5 D. 3

10. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle OAB$ 三个顶点的坐标分别为 $O(0,0)$, $A(2\sqrt{3},0)$, $B(\sqrt{3},1)$, $\triangle OA'B$ 与 $\triangle OAB$ 关于直线 OB 对称, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象与 $A'B$ 交于点 C . 若 $A'C = BC$, 则 k 的值为 ()



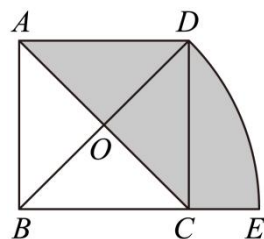
- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题：本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。请将答案填在答题卡上对应的横线上。

11. 若 a, b 为两个连续整数, 且 $a < \sqrt{3} < b$, 则 $a + b =$ _____.

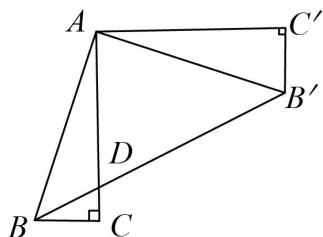
12. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 的两个实数根, 则 $\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 以点 B 为圆心, 对角线 BD 的长为半径画弧, 交 BC 的延长线于点 E , 则图中阴影部分的面积为_____.



14. 已知二次函数 $y = -ax^2 + 2ax + 3 (a > 0)$, 若点 $P(m, 3)$ 在该函数的图象上, 且 $m \neq 0$, 则 m 的值为 _____.

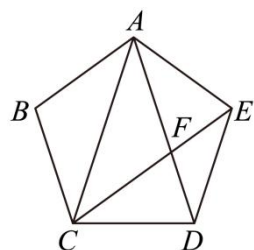
15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 1$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针方向旋转 90° , 得到 $\triangle AB'C'$. 连接 BB' , 交 AC 于点 D , 则 $\frac{AD}{DC}$ 的值为_____.



16. 如图, AC, AD, CE 是正五边形 $ABCDE$ 的对角线, AD 与 CE 相交于点 F . 下列结论:

- ① CF 平分 $\angle ACD$; ② $AF = 2DF$; ③ 四边形 $ABCF$ 是菱形; ④ $AB^2 = AD \cdot EF$

其中正确的结论是_____. (填写所有正确结论的序号)



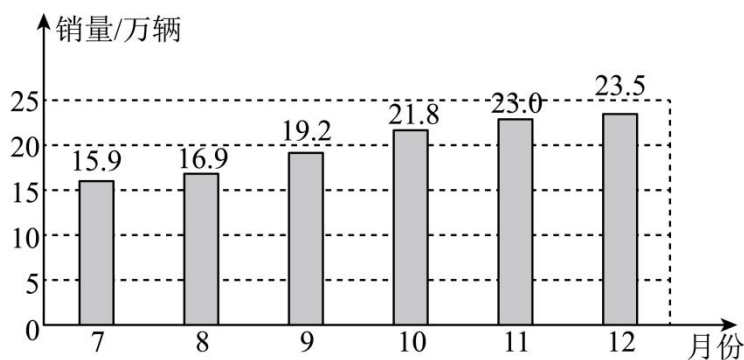
三、解答题: 本大题共有 7 小题, 共 72 分. 请将必要的文字说明、计算过程或推理过程写在答题卡的对应位置.

17. (1) 先化简, 再求值: $(a+2b)^2 + (a+2b)(a-2b)$, 其中 $a = -1, b = \frac{1}{4}$.

(2) 解方程: $\frac{3}{x-1} = 5 + \frac{3x}{1-x}$.

18. 在推进碳达峰、碳中和进程中, 我国新能源汽车产销两旺, 连续 8 年保持全球第一. 图为我国某自主品牌车企 2022 年下半年新能源汽车的月销量统计图.

2022年下半年月销量统计图

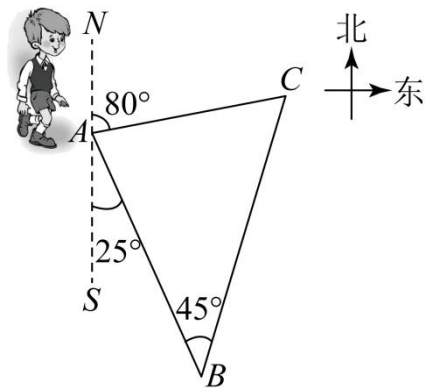


请根据所给信息, 解答下列问题:

- (1) 通过计算判断该车企 2022 年下半年的月均销量是否超过 20 万辆;
- (2) 通过分析数据说明该车企 2022 年下半年月销量的特点 (写出一条即可), 并提出一条增加月销量的合

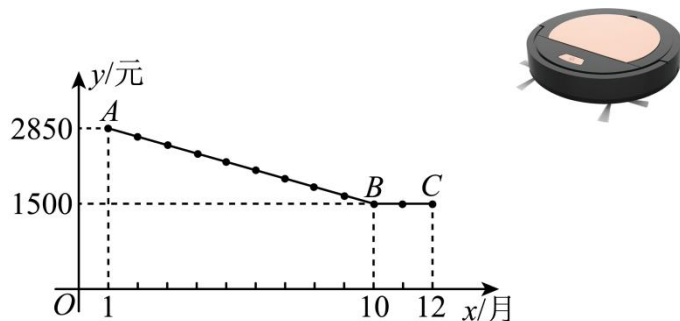
理化建议.

19. 为了增强学生体质、锤炼学生意志, 某校组织一次定向越野拉练活动. 如图, A 点为出发点, 途中设置两个检查点, 分别为 B 点和 C 点, 行进路线为 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$. B 点在 A 点的南偏东 25° 方向 $3\sqrt{2}\text{km}$ 处, C 点在 A 点的北偏东 80° 方向, 行进路线 AB 和 BC 所在直线的夹角 $\angle ABC$ 为 45° .



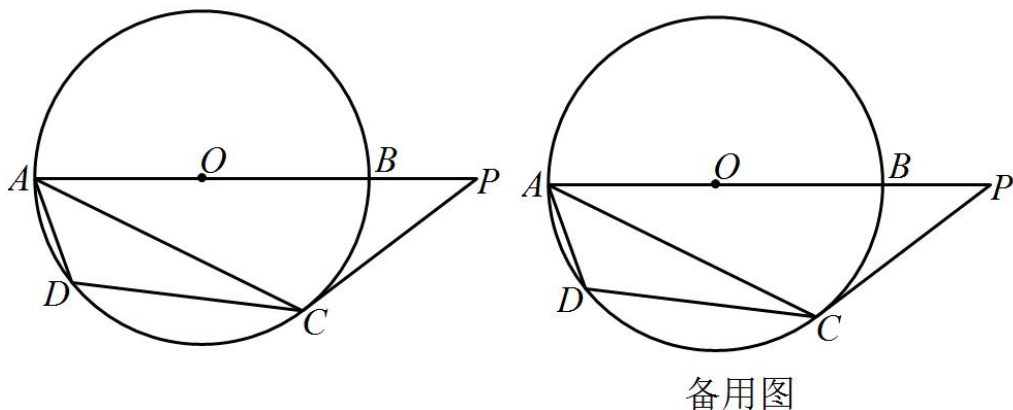
- (1) 求行进路线 BC 和 CA 所在直线的夹角 $\angle BCA$ 的度数;
- (2) 求检查点 B 和 C 之间的距离 (结果保留根号).

20. 随着科技的发展, 扫地机器人已广泛应用于生活中, 某公司推出一款新型扫地机器人, 经统计该产品 2022 年每个月的销售情况发现, 每台的销售价格随销售月份的变化而变化. 设该产品 2022 年第 x (x 为整数) 个月每台的销售价格为 y (单位: 元), y 与 x 的函数关系如图所示 (图中 ABC 为一折线).

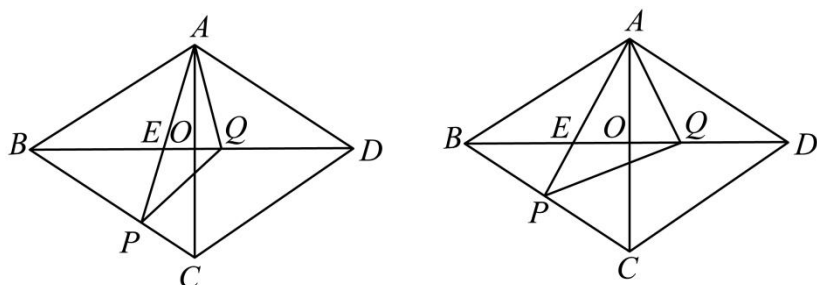


- (1) 当 $1 \leq x \leq 10$ 时, 求每台的销售价格 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 设该产品 2022 年第 x 个月的销售数量为 m (单位: 万台), m 与 x 的关系可以用 $m = \frac{1}{10}x + 1$ 来描述, 求哪个月的销售收入最多, 最多为多少万元? (销售收入 = 每台的销售价格 $\times$ 销售数量)

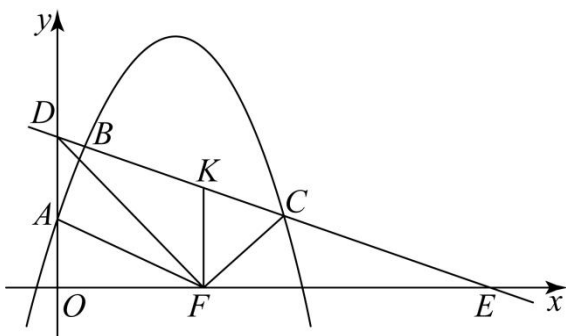
21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是弦, D 是 $\widehat{AC}$ 上一点, P 是 AB 延长线上一点, 连接 AD, DC, CP .



- (1) 求证: $\angle ADC - \angle BAC = 90^\circ$; (请用两种证法解答)
- (2) 若 $\angle ACP = \angle ADC$, $\odot O$ 的半径为 3, $CP = 4$, 求 AP 的长.
22. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 点 P, Q 分别是边 BC , 线段 OD 上的点, 连接 AP, QP, AP 与 OB 相交于点 E .



- (1) 如图 1, 连接 QA . 当 $QA = QP$ 时, 试判断点 Q 是否在线段 PC 的垂直平分线上, 并说明理由;
- (2) 如图 2, 若 $\angle APB = 90^\circ$, 且 $\angle BAP = \angle ADB$,
- ①求证: $AE = 2EP$;
- ②当 $OQ = OE$ 时, 设 $EP = a$, 求 PQ 的长 (用含 a 的代数式表示).
23. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -x^2 + 3x + 1$ 交 y 轴于点 A , 直线 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 交抛物线于 B, C 两点 (点 B 在点 C 的左侧), 交 y 轴于点 D , 交 x 轴于点 E .



- (1) 求点 D, E, C 的坐标;

(2) F 是线段 OE 上一点 ($OF < EF$), 连接 AF, DF, CF , 且 $AF^2 + EF^2 = 21$.

①求证: $\triangle DFC$ 是直角三角形;

② $\angle DFC$ 的平分线 FK 交线段 DC 于点 K , P 是直线 BC 上方抛物线上一动点, 当 $3 \tan \angle PFK = 1$ 时, 求点 P 的坐标.

