

2021 年内蒙古呼和浩特市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

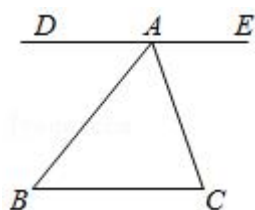
1. 几种气体的液化温度（标准大气压）如下表：

气体	氧气	氢气	氮气	氦气
液化温度 $^{\circ}\text{C}$	- 183	- 253	- 195.8	- 268

其中液化温度最低的气体是（ ）

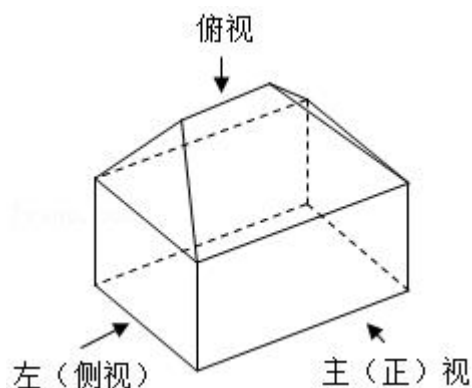
- A. 氦气 B. 氮气 C. 氢气 D. 氧气

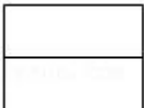
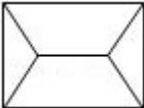
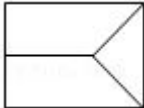
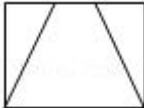
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 50^{\circ}$ ， $\angle C = 70^{\circ}$ ，直线 DE 经过点 A ， $\angle DAB = 50^{\circ}$ ，则 $\angle EAC$ 的度数是（ ）



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

3. 如图所示的几何体，其俯视图是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

4. 下列计算正确的是（ ）

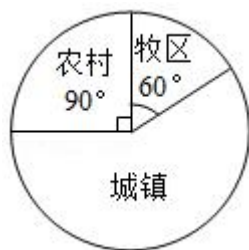
- A. $3a^2 + 4a^2 = 7a^4$ B. $\sqrt{a^2} \cdot \frac{1}{a} = 1$
 C. $-18 + 12 \div \left(-\frac{3}{2}\right) = 4$ D. $\frac{a^2}{a-1} - a - 1 = \frac{1}{a-1}$

5. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -2x-3 \geq 1 \\ \frac{x}{4}-1 \geq \frac{a-1}{2} \end{cases}$ 无实数解, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a \geq -\frac{5}{2}$ B. $a \geq -2$ C. $a > -\frac{5}{2}$ D. $a > -2$

6. 某学校初一年级学生来自农村, 牧区, 城镇三类地区, 下面是根据其人数比例绘制的扇形统计图, 由图中的信息, 得出以下 3 个判断, 错误的有 ()

- ①该校初一学生在这三类不同地区的分布情况为 3: 2: 7.
 ②若已知该校来自牧区的初一学生为 140 人, 则初一学生总人数为 1080 人.
 ③若从该校初一学生中抽取 120 人作为样本, 调查初一学生父母的文化程度, 则从农村、牧区、城镇学生中分别随机抽取 30、20、70 人, 样本更具有代表性.

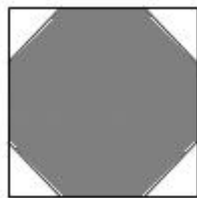


A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

7. 在平面直角坐标系中, 点 $A(3, 0)$, $B(0, 4)$. 以 AB 为一边在第一象限作正方形 $ABCD$, 则对角线 BD 所在直线的解析式为 ()

A. $y = -\frac{1}{7}x+4$ B. $y = -\frac{1}{4}x+4$ C. $y = -\frac{1}{2}x+4$ D. $y = 4$

8. 如图, 正方形的边长为 4, 剪去四个角后成为一个正八边形, 则可求出此正八边形的外接圆直径 d , 根据我国魏晋时期数学家刘徽的“割圆术”思想, 如果用此正八边形的周长近似代替其外接圆周长, 便可估计 π 的值, 下面 d 及 π 的值都正确的是 ()



A. $d = \frac{8(\sqrt{2}-1)}{\sin 22.5^\circ}$, $\pi \approx 8\sin 22.5^\circ$

B. $d = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\sin 22.5^\circ}$, $\pi \approx 4\sin 22.5^\circ$

C. $d = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\sin 22.5^\circ}$, $\pi \approx 8\sin 22.5^\circ$

$$D. d = \frac{8(\sqrt{2}-1)}{\sin 22.5^\circ}, \pi \approx 4\sin 22.5^\circ$$

9. 以下四个命题:

- ①任意三角形的一条中位线与第三边上的中线互相平分;
- ② A, B, C, D, E, F 六个足球队进行单循环赛, 若 A, B, C, D, E 分别赛了 5, 4, 3, 2, 1 场, 则由此可知, 还没有与 B 队比赛的球队可能是 D 队;
- ③两个正六边形一定位似;
- ④有 13 人参加捐款, 其中小王的捐款数比 13 人捐款的平均数多 2 元, 则小王的捐款数不可能最少, 但可能只比最少的多, 比其他的都少.

其中真命题的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

10. 已知二次项系数等于 1 的一个二次函数, 其图象与 x 轴交于两点 $(m, 0), (n, 0)$, 且过 $A(0, b), B(3, a)$ 两点 (b, a 是实数), 若 $0 < m < n < 2$, 则 ab 的取值范围是 ()

- A. $0 < ab < \frac{41}{8}$ B. $0 < ab < \frac{19}{8}$ C. $0 < ab < \frac{81}{16}$ D. $0 < ab < \frac{49}{16}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 本题要求把正确结果填在答题卡规定的横线上, 不需要解答过程)

11. 因式分解: $x^3y - 4xy =$ _____.

12. 正比例函数 $y = k_1x$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 若 A 点坐标为 $(\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$, 则 $k_1 + k_2 =$ _____.

13. 已知圆锥的母线长为 10, 高为 8, 则该圆锥的侧面展开图(扇形)的弧长为 _____.(用含 π 的代数式表示), 圆心角为 _____度.

14. 动物学家通过大量的调查, 估计某种动物活到 20 岁的概率为 0.8, 活到 25 岁的概率为 0.5, 据此若设刚出生的这种动物共有 a 只, 则 20 年后存活的有 _____只, 现年 20 岁的这种动物活到 25 岁的概率是 _____.

15. 已知菱形 $ABCD$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 点 E 是一边 BC 上的中点, 点 P 是对角线 BD 上的动点. 连接 AE , 若 AE 平分 $\angle BAC$, 则线段 PE 与 PC 的和的最小值为 _____, 最大值为 _____.

16. 若把第 n 个位置上的数记为 x_n , 则称 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 有限个有序放置的数为一个数列 A . 定义数列 A 的“伴生数列” B 是: $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$, 其中 y_n 是这个数列中第 n

个位置上的数, $n = 1, 2, \dots, k$ 且 $y_n = \begin{cases} 0, & x_{n-1} = x_{n+1} \\ 1, & x_{n-1} \neq x_{n+1} \end{cases}$ 并规定 $x_0 = x_n, x_{n+1} = x_1$. 如

果数列 A 只有四个数, 且 x_1, x_2, x_3, x_4 依次为 $3, 1, 2, 1$, 则其“伴生数列” B 是 _____.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 72 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (10 分) 计算求解:

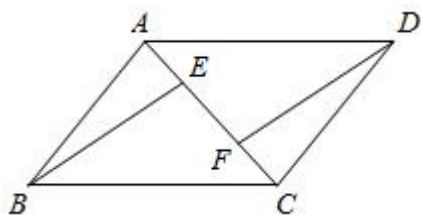
(1) 计算 $(\frac{1}{3})^{-1} - (\sqrt{80} - \sqrt{20}) \div \sqrt{5} + \sqrt{3} \tan 30^\circ$;

(2) 解方程组 $\begin{cases} 1.5(20x+10y)=15000 \\ 1.2(110x+120y)=97200 \end{cases}$.

18. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $BE \parallel DF$ 且分别交对角线 AC 于点 E, F .

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 当四边形 $ABCD$ 分别是矩形和菱形时, 请分别说出四边形 $BEDF$ 的形状. (无需说明理由)

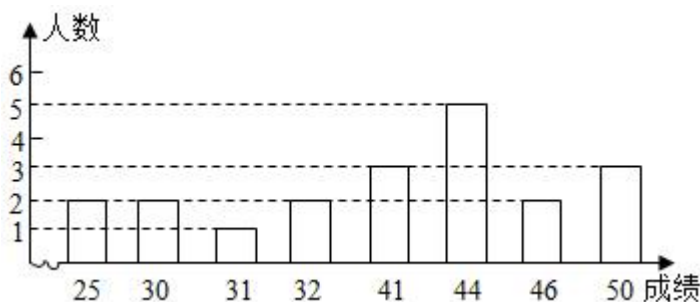


19. (10 分) 某大学为了解大学生对中国共产党党史知识的学习情况, 在大学一年级和二年级举行有关党史知识测试活动. 现从一、二两个年级中各随机抽取 20 名学生的测试成绩 (满分 50 分, 30 分及 30 分以上为合格; 40 分及 40 分以上为优秀) 进行整理、描述和分析, 给出了下面的部分信息.

大学一年级 20 名学生的测试成绩为:

39, 50, 39, 50, 49, 30, 30, 49, 49, 49, 43, 43, 43, 37, 37, 37, 43, 43, 37, 25.

大学二年级 20 名学生的测试成绩条形统计图如图所示; 两个年级抽取的学生的测试成绩的平均数、众数、中位数、优秀率如下表所示:

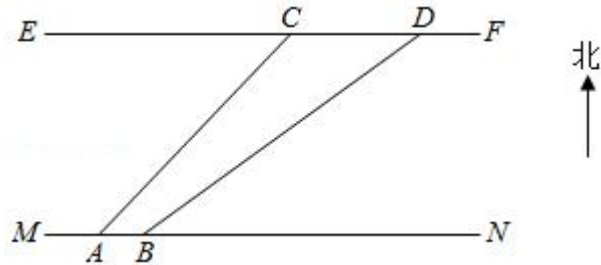


年级	平均数	众数	中位数	优秀率
大一	a	b	43	m
大二	39.5	44	c	n

请你根据上面提供的所有信息，解答下列问题：

- (1) 上表中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____, $m =$ _____, $n =$ _____;
 根据样本统计数据，你认为该大学一、二年级中哪个年级学生掌握党史知识较好？并说明理由（写出一条理由即可）；
- (2) 已知该大学一、二年级共 1240 名学生参加了此次测试活动，通过计算，估计参加此次测试活动成绩合格的学生人数能否超过 1000 人；
- (3) 从样本中测试成绩为满分的一、二年级的学生中随机抽取两名学生，用列举法求两人在同一年级的概率。

20. (8 分) 如图，线段 EF 与 MN 表示某一段河的两岸， $EF \parallel MN$ 。综合实践课上，同学们需要在河岸 MN 上测量这段河的宽度（ EF 与 MN 之间的距离），已知河对岸 EF 上有建筑物 C 、 D ，且 $CD = 60$ 米，同学们首先在河岸 MN 上选取点 A 处，用测角仪测得 C 建筑物位于 A 北偏东 45° 方向，再沿河岸走 20 米到达 B 处，测得 D 建筑物位于 B 北偏东 55° 方向，请你根据所测数据求出该段河的宽度，（用非特殊角的三角函数或根式表示即可）



21. (7 分) 下面图片是七年级教科书中“实际问题与一元一次方程”的探究 3.



电话计费问题

下表中有两种移动电话计费方式.

	月使用费/元	主叫限定时间 /min	主叫超时费/(元 /min)	被叫
方式一	58	150	0.25	免费

方式二	88	350	0.19	免费
-----	----	-----	------	----

考虑下列问题：

月使用费固定收： 主叫不超限定时间不再收费，主叫超时部分加收超时费，被叫免费。

(1) 设一个月内用移动电话主叫为 $t \text{ min}$ (t 是正整数). 根据上表，列表说明：当 t 在不同时间范围内取值时，按方式一和方式二如何计费.

(2) 观察你的列表，你能从中发现如何根据主叫时间选择省钱的计费方式吗？通过计算验证你的看法.

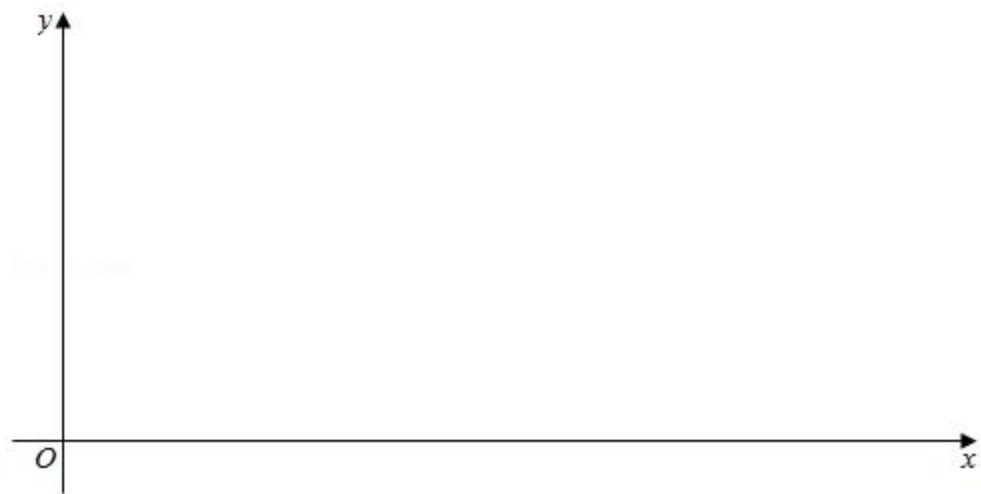
小明升入初三再看这个问题，发现两种计费方式，每一种都是因主叫时间的变化而引起计费的变化，他把主叫时间视为在正实数范围内变化，决定用函数来解决这个问题.

(1) 根据函数的概念，小明首先将问题中的两个变量分别设为自变量 x 和自变量的函数 y ，请你帮小明写出：

x 表示问题中的 _____， y 表示问题中的 _____.

并写出计费方式一和二分别对应的函数解析式；

(2) 在给出的正方形网格纸上画出 (1) 中两个函数的大致图象，并依据图象直接写出如何根据主叫时间选择省钱的计费方式. (注：坐标轴单位长度可根据需要自己确定)



22. (7 分) 为了促进学生加强体育锻炼，某中学从去年开始，每周除体育课外，又开展了

“足球俱乐部 1 小时”活动. 去年学校通过采购平台在某体育用品店购买 A 品牌足球共花费 2880 元, B 品牌足球共花费 2400 元, 且购买 A 品牌足球数量是 B 品牌数量的 1.5 倍, 每个足球的售价, A 品牌比 B 品牌便宜 12 元. 今年由于参加俱乐部人数增加, 需要从该店再购买 A 、 B 两种足球共 50 个, 已知该店对每个足球的售价, 今年进行了调整, A 品牌比去年提高了 5%, B 品牌比去年降低了 10%, 如果今年购买 A 、 B 两种足球的总费用不超过去年总费用的一半, 那么学校最多可购买多少个 B 品牌足球?

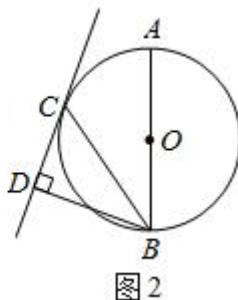
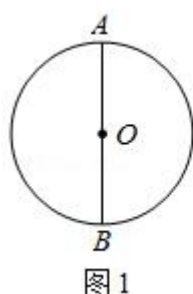
23. (10 分) 已知 AB 是 $\odot O$ 的任意一条直径.

(1) 用图 1, 求证: $\odot O$ 是以直径 AB 所在直线为对称轴的轴对称图形;

(2) 已知 $\odot O$ 的面积为 4π , 直线 CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , 过点 B 作 $BD \perp CD$, 垂足为 D , 如图 2.

求证: ① $\frac{1}{2}BC^2 = 2BD$;

② 改变图 2 中切点 C 的位置, 使得线段 $OD \perp BC$ 时, $OD = 2\sqrt{2}$.



24. (12 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + kx + h$ ($a > 0$).

(1) 通过配方可以将其化成顶点式为 _____, 根据该抛物线在对称轴两侧从左到右图象的特征, 可以判断, 当顶点在 x 轴 _____ (填上方或下方), 即 $4ah - k^2$ _____ 0 (填大于或小于) 时, 该抛物线与 x 轴必有两个交点;

(2) 若抛物线上存在两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 分布在 x 轴的两侧, 则抛物线顶点必在 x 轴下方, 请你结合 A 、 B 两点在抛物线上的可能位置, 根据二次函数的性质, 对这个结论的正确性给以说明; (为了便于说明, 不妨设 $x_1 < x_2$ 且都不等于顶点的横坐标; 另如果需要借助图象辅助说明, 可自己画出简单示意图)

(3) 利用二次函数 (1) (2) 结论, 求证: 当 $a > 0$, $(a+c)(a+b+c) < 0$ 时, $(b-c)^2 > 4a(a+b+c)$.

