

# 张江集团中学 2024 学年第二学期期中考试

## 预初年级数学学科试卷

时间：100 分钟 满分：150 分 2025.04.22

(本张试卷中无特殊说明时， $\pi$  均取 3.14)

### 一、选择题：(每题 4 分，共 24 分)

1. 以下调查中，最适宜采用普查方式的是 ( )

- A. 检测某批次汽车的抗撞击能力
- B. 了解某市中学生课外阅读的情况
- C. 调查黄河的水质情况
- D. 调查乘坐飞机的旅客是否携带了违禁物品

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了普查，是否适合选择普查方式要根据所考查的对象特征灵活选用，熟练掌握普查是解题的关键。根据普查的定义，逐一判断即可。

【详解】A、检测某批次汽车的抗撞击能力，调查的对象范围广，具有破坏性，不适合采用普查，故选项 A 不符合题意；

B、了解某市中学生课外阅读的情况，调查的对象范围广，不适合采用普查，故选项 B 不符合题意；

C、调查黄河的水质情况，调查的对象范围广，不适合采用普查，故选项 C 不符合题意；

D、调查乘坐飞机的旅客是否携带了违禁物品，涉及安全性，适合采用普查，故选项 D 符合题意，  
故选：D。

2. 下列情况中，摸球一次，摸到红球的可能性最小的是 ( )

- A. 8 个白球，2 个红球，3 个黑球
- B. 3 个蓝球，9 个白球，1 个红球
- C. 6 个白球，4 个蓝球，3 个红球
- D. 2 个黑球，4 个红球，7 个白球

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查可能性大小判断，理解数量越少，摸到的可能性越小是解决本题的关键。根据数量越少，摸到的可能性越小，比较红球的个数，即可解答。

【详解】解：四个选项中，球的总数相同，红球数量越少，摸到红球的可能性越小，

$\therefore 4 < 3 < 2 < 1$

∴摸到红球的可能性最小的是3个蓝球，9个白球，1个红球，

故选：B.

3. 若 $a$ 、 $b$ 都不为0， $a$ 是 $b$ 的25%，则 $b$ 是 $a$ 的（ ）

- A. 75%                      B. 100%                      C. 33%                      D. 400%

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查比例基本性质的逆应用，以及百分数意义的应用. 根据题意得出 $a = 25\%b = \frac{1}{4}b$ ，即可求解.

【详解】解：依题意， $a = 25\%b = \frac{1}{4}b$ ，即 $a:b = 1:4$

∴ $b = 4a = 400\%a$

故选：D.

4. 下列各数中，不能与3、4、6构成比例的是（ ）

- A. 8                      B. 2                      C. 4.5                      D. 5

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了比例的基本性质. 根据比例的基本性质：在比例里，两内项之积等于两外项之积；看题干和每个选项中的数组成的4个数中，最小数与最大数的积是否等于中间两个数的积即可.

【详解】解： $3 \times 8 = 4 \times 6 = 24$ ，两组数的乘积相等，3、4、6与8能组成比例；

$6 \times 2 = 3 \times 4 = 12$ ，两组数的乘积相等，3、4、6与2能组成比例；

$6 \times 3 = 4 \times 4.5 = 18$ ，两组数的乘积相等，3、4、6与4.5能组成比例；

$3 \times 6 = 18$ ， $4 \times 5 = 20$ ，两组数的乘积不相等，3、4、6与5不能组成比例.

故选：D.

5. 一个圆形花坛，周长是9.42米，在离开花坛边0.5米的外面围上一圈栏杆，栏杆的长至少是（ ）

- A. 10.99米                      B. 12.56米                      C. 9.42米                      D. 10.42米

【答案】B

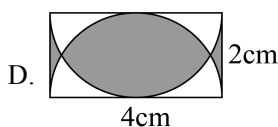
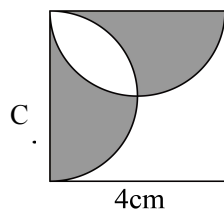
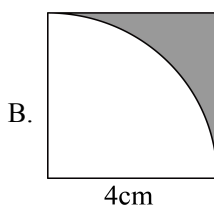
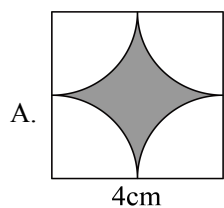
【解析】

【分析】本题考查了圆的周长公式，掌握圆的周长公式是解题的关键. 先求花坛的半径，再计算栏杆的长.

【详解】解： $2\pi\left(\frac{9.42}{2\pi} + 0.5\right) = 9.42 + 3.14 = 12.56$  米

故选：B.

6. 下列图形中阴影部分周长最长的是 ( )



【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了与圆有关的图形的周长，根据图形分别计算各选项中阴影部分的周长，即可求解.

【详解】 解： 以下计算中， $\pi$ 取3

A. 阴影部分周长为： $4 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2} \times 4\right) = 4\pi \approx 12 \text{ cm}$

B. 阴影部分周长为： $4 + 4 + \frac{1}{4} \times 2\pi \times 4 = 8 + 2\pi \approx 14 \text{ cm}$

C. 阴影部分周长为： $4 + 4 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2\pi \times \left(4 \times \frac{1}{2}\right) = 8 + 4\pi \approx 20 \text{ cm}$

D. 阴影部分周长为： $2 + 2 + 2\pi \times \left(4 \times \frac{1}{2}\right) = 4 + 4\pi \approx 16 \text{ cm}$

阴影部分周长最长的是 C 选项

故选：C

## 二、填空题：(每题 3 分，共 45 分)

7. 求比值：0.25 小时：25 分钟 = \_\_\_\_\_.

【答案】3:5

【解析】

【分析】 此题主要考查了化简比和求比值的方法. 根据比的基本性质作答，即比的前项和后项同时乘一个数或除以一个数(0 除外) 比值不变；用比的前项除以后项即可.

【详解】 解： 0.25 小时：25 分钟  
=15 分钟：25 分钟

$$=15:25;$$

$$15:25$$

$$=15 \div 25$$

$$=\frac{3}{5}.$$

故答案为:  $3:5$ .

8. 已知某地图的比例尺为  $1:3000000$ , 若  $A, B$  两地的在地图上的距离是  $2.5\text{cm}$ , 实际距离为 \_\_\_\_\_  $\text{km}$ .

【答案】  $75$

【解析】

【分析】此题有计算公式可用, 根据图上距离、比例尺和实际距离三者的关系, 进行分析解答即可得出结论. 要求  $A, B$  两地间实际距离是多少千米, 根据“图上距离  $\div$  比例尺 = 实际距离”, 代入数值, 计算即可.

【详解】解:  $2.5 \div \frac{1}{3000000} = 7500000\text{cm} = 75\text{km}$

故答案为:  $75$ .

9. 已知  $4$  是  $6$  与  $x$  的比例中项, 那么  $x =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{8}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查解比例, 找到等量关系是解题的关键. 根据题意列出方程式, 进而得出答案.

【详解】解: 由题意可得:  $4^2 = 6x$ ,

解得:  $x = \frac{8}{3}$ .

故答案为:  $\frac{8}{3}$ .

10. 如果  $3x = 2y = 6z \neq 0$ , 那么  $x: y: z =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $2:3:1$

【解析】

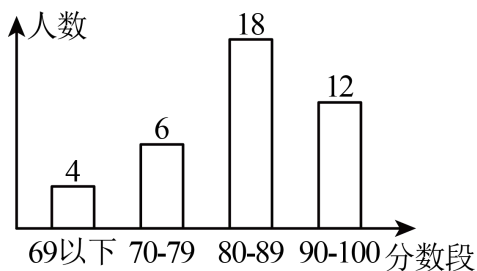
【分析】本题考查了比的性质. 熟练掌握该知识点是关键. 根据比例的性质“内项之积等于外项之积”, 即可得到结论.

【详解】解:  $x: y: z = \frac{6}{3}: \frac{6}{2}: \frac{6}{6} = 2:3:1$

故答案为:  $2:3:1$ .

11. 如图, 是某班全班  $40$  名学生一次数学测验分数段统计图, 根据统计图所提供的信息计算, 达到优良的

人数占全班人数的百分比为（分数 80 分以上包括 80 分的为优良）\_\_\_\_\_（填入百分数）



【答案】 75%

【解析】

【分析】 本题考查了统计图，百分数的意义，根据统计图获得相关信息是解题的关键。根据优良率 = 优良数 ÷ 总人数 × 100% 计算即可求解。

【详解】 解：由统计图知：成绩为优良的人数有  $18 + 12 = 30$ （人），

则优良率为： $\frac{30}{40} \times 100\% = 75\%$ ，

故答案为：75%。

12. 一个圆环形纸片，外环的半径是 8 厘米，内环的半径是 6 厘米，这个圆环的面积是\_\_\_\_\_平方厘米。（结果保留  $\pi$ ）

【答案】  $28\pi$

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆环面积的计算，解题的关键是熟练掌握圆的面积公式。用大圆的面积减去小圆的面积即可得出圆环的面积。

【详解】 解：圆环的面积为： $\pi \times 8^2 - \pi \times 6^2 = 64\pi - 36\pi = 28\pi$ （平方厘米），

故答案为： $28\pi$ 。

13. 若一弧长为 18.84 厘米，所对圆心角为  $60^\circ$ ，则这弧所在圆的半径是\_\_\_\_\_厘米。

【答案】 18

【解析】

【分析】 本题主要考查弧长计算，熟练掌握弧长计算公式是解题的关键。根据弧长计算公式可进行求解。

【详解】 解：设该弧所在圆的半径为  $r$  cm，由弧长公式，得

$$\frac{60 \times 3.14r}{180} = 18.84$$

解得： $r = 18$ ；

∴ 该弧所在圆的半径为 18 cm。

故答案为：18.

14. 一个圆被分为弧长之比为3:2:2:5的四个扇形，则最长的弧所对的圆心角的大小为\_\_\_\_\_.

【答案】150°##150度

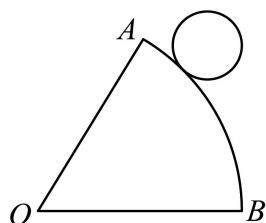
【解析】

【分析】本题考查了按比例分配与圆心角的计算，根据题意可得最长的弧长占 $\frac{5}{12}$ ，则最长的弧所对的圆心角的大小为 $\frac{5}{12} \times 360^\circ$ ，即可求解.

【详解】解：依题意，最长的弧所对的圆心角的大小为 $\frac{5}{3+2+2+5} \times 360^\circ = 150^\circ$

故答案为：150°.

15. 如图, 已知一圆在扇形AOB的外部, 沿扇形的 $\widehat{AB}$ , 从点A滚动一周, 恰好到达点B. 如果OA=24cm,  $\angle AOB = 60^\circ$ , 圆的半径为\_\_\_\_\_ cm.



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了扇形的弧长，由扇形弧长公式得 $C_{\text{扇形}} = \frac{60\pi \times 24}{180}$ ，再由圆的周长公式即可求解；理解扇形的弧长与圆的周长之间的关系，掌握扇形弧长公式 $C_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R}{180}$ 是解题的关键.

【详解】解：由题意得

$$C_{\text{扇形}} = \frac{60\pi \times 24}{180}$$

$$= 8\pi,$$

$$\therefore 2\pi r = 8\pi,$$

解得： $r = 4$ ;

故答案：4.

16. 如果用70厘米的铅丝做成一个半径为20厘米的扇形，那么这个扇形的面积等于\_\_\_\_\_平方厘米.

【答案】300

【解析】

【分析】因为扇形的周长=弧长+半径 $\times 2$ ，据此即可得出圆心角的度数，进而依据扇形的面积公式，即

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360}, \text{ 代入数据即可求解.}$$

【详解】解：  $\because l + 20 \times 2 = 70$ ,

$$\therefore l = 30(\text{cm}),$$

$$\therefore \frac{n\pi r}{180} = 30,$$

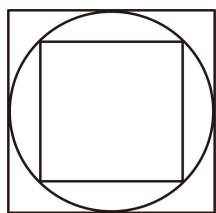
$$\therefore n\pi r = 5400,$$

$$\text{这个扇形的面积为 } \frac{n\pi \times 20^2}{360} = \frac{5400 \times 20}{360} = 300 \text{ (平方厘米);}$$

故答案为：300.

【点睛】此题主要考查扇形的周长和面积的计算方法的灵活应用，得出  $n\pi r$  的值是解题关键.

17. 在一个面积是 20 的正方形内画一个最大的圆，继续在这个圆内画一个最大的正方形，画出的正方形的面积是\_\_\_\_\_.



【答案】10

【解析】

【分析】此题考查了组合图形的面积. 由题意可知这个最大圆的直径应该等于大正方形的边长，小正方形的对角线等于圆的直径，则小正方形的面积等于对角线的平方的 2 倍，据此解答即可.

【详解】解：设这个圆的半径为  $r$  厘米，则大正方形的边长就是  $2r$ ,

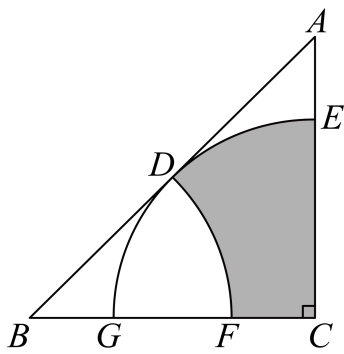
根据大正方形的面积是 20 可得：  $2r \times 2r = 20$ ,

整理可得：  $r^2 = 5$ ,

小正方形的面积是：  $2r \times 2r \div 2 = 10$ ,

故答案为：10.

18. 如图，已知等腰直角三角形  $ABC$ ，  $\angle ACB = 90^\circ$ ，  $D$  是斜边  $AB$  的中点，且  $AC = BC = 10$  厘米，以点  $B$  为圆心，  $BD$  为半径画弧，交  $BC$  于点  $F$ ，以点  $C$  为圆心，  $CD$  为半径画弧，分别交  $AC$ 、 $BC$  于点  $E$ 、 $G$ 。则阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.

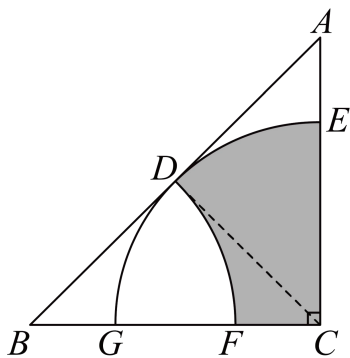


【答案】 25 平方厘米

【解析】

【分析】 本题考查了与扇形的面积计算；连接  $CD$ ，根据题意和图形可以得到阴影部分的面积是  $\triangle ABC$  的面积的一半，即可求解。

【详解】 解：如图，连接  $CD$ ，

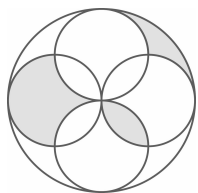


等腰直角三角形  $ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $D$  是斜边  $AB$  的中点，且  $AC = BC = 10$  厘米，

阴影部分的面积为  $\frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 25$  平方厘米

故答案为： 25 平方厘米.

19. 如图，大圆的半径等于小圆的直径，那么图中阴影部分的面积的和与大圆的面积之比是\_\_\_\_\_.



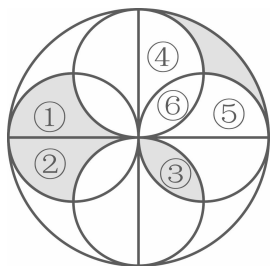
【答案】  $1:4$   $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了割补法求阴影部分面积；

如图，将大圆分成 4 部分，把大圆阴影分成了①②两部分，将①②③平移到④⑤⑥，可得阴影部分的面积占大圆面积的  $\frac{1}{4}$ ，问题得解.

【详解】解：如图，将大圆分成4部分，把大阴影分成了①②两部分，  
由图可得，①、②和④、⑤的面积相等，③和⑥的面积相等，  
将①②③平移到④⑤⑥，可得阴影部分的面积占大圆面积的 $\frac{1}{4}$ ，  
∴图中阴影部分的面积的和与大圆的面积之比是1:4，  
故答案为：1:4.



20. 在下降的电梯中称重，显示的重量比实际体重减少 $\frac{1}{7}$ ；在上升的电梯中称重，显示的重量比实际体重增加 $\frac{1}{6}$ ．甲在下降的电梯中与乙在上升的电梯中称得的体重相同，甲和乙实际体重的比是\_\_\_\_\_.

【答案】49:36

【解析】

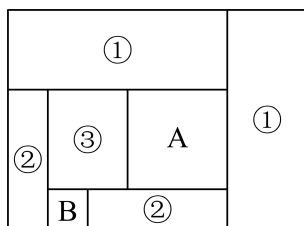
【分析】本题考查了比例的应用；甲在下降的电梯中称得的体重为其实际体重的 $\left(1-\frac{1}{7}\right)$ ，乙在上升的电梯中称得的体重为其实际体重的 $\left(1+\frac{1}{6}\right)$ ，据此，即可求解.

【详解】解：依题意，甲和乙实际体重的比是 $1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}, 1+\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$

$$\left(1-\frac{6}{7}\right):\left(1+\frac{7}{6}\right)=\frac{7}{6}:\frac{6}{7}=49:36$$

故答案为：49:36.

21. 如图，长方形是由正方形A、B和长方形①、②、③组成，若长方形①、②的周长之比为 $\frac{5}{3}$ ，则正方形A、B的面积之比为\_\_\_\_\_.



【答案】  $\frac{25}{4}$

【解析】

【分析】 设正方形  $A$  的边长为  $a$ ，正方形  $B$  的边长为  $b$ ，根据图形分别得出长方形①、②、③的长和宽，再根据长方形①、②的周长之比，得到  $a = \frac{5}{2}b$ ，即可求出正方形  $A$ 、 $B$  的面积之比。

【详解】 解：设正方形  $A$  的边长为  $a$ ，正方形  $B$  的边长为  $b$ ，

$\therefore$  长方形②的宽为  $b$ ，长为  $a+b$ ；长方形③的长为  $a$ ，宽为  $2b$ ，长方形①的长为  $b+b+a+b=a+3b$ ，宽为  $a+3b-(a+b)=2b$ ，

$\therefore$  长方形①、②的周长之比为  $\frac{5}{3}$ ，

$$\therefore \frac{2(a+3b+2b)}{2(b+a+b)} = \frac{5}{3}, \text{ 即 } \frac{a+5b}{a+2b} = \frac{5}{3},$$

$$\therefore 3(a+5b) = 5(a+2b),$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}b,$$

$$\therefore \frac{S_{\text{正方形}A}}{S_{\text{正方形}B}} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2}{\left(\frac{5}{2}a\right)^2} = \frac{25}{4},$$

故答案为：  $\frac{25}{4}$ 。

【点睛】 本题考查了列代数式，整式的加减法，根据图形得出长方形①、②、③的长和宽是解题关键。

### 三、计算题：(22 题每题 5 分，23 题 6 分，共 26 分)

22. (1) 求  $x$  的值：  $(x+6):4 = (2x-1):3$ ；

(2) 若  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \neq 0$ ，求  $\frac{2x+y-z}{x+y+z}$  的值；

(3) 已知  $a$  是  $b$  的 75%， $b$  是  $c$  的 90%，求  $a:b:c$ ；

(4) 若  $ab:ac:bc = 3:2:8$ ，求  $a:b:c$ 。

【答案】 (1)  $x = \frac{22}{5}$ ；(2)  $\frac{4}{13}$ ；(3)  $27:36:40$ ；(4)  $3:12:8$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解比例，以及比例的基本性质，解题的关键是熟练掌握比例的各个基本性质：内项之积等于外项之积，合比性质，分比性质以及等比性质。

(1) 根据内项之积等于外项之积，列出方程，解方程，即可求解；

(2) 设  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = a$ ，进而表示出  $x, y, z$ ，进而代入  $\frac{2x+y-z}{x+y+z}$  进行计算即可求解；

(3) 根据题意可得  $a = 0.75b, b = 0.9c$ ，则  $a = 0.75 \times 0.9c = 0.675c$ ，即可求解。

(4) 根据题意得出  $b = \frac{3}{2}c$ ， $a = \frac{3}{8}c$ ，再求比值，即可求解。

【详解】解：(1)  $(x+6):4 = (2x-1):3$

$$\therefore 3(x+6) = 4(2x-1)$$

$$\therefore 3x+18 = 8x-4$$

$$\therefore 5x = 22$$

$$\text{解得：} x = \frac{22}{5}$$

(2) 设  $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} = a$ ，则  $x = 3a, y = 4a, z = 6a$ ，

$$\therefore \frac{2x+y-z}{x+y+z} = \frac{6a+4a-6a}{3a+4a+6a} = \frac{4a}{13a} = \frac{4}{13}$$

(3)  $a = 75\%b = \frac{3}{4}b$ ， $b = 90\%c = \frac{9}{10}c$

$$\therefore a = 0.75b, b = 0.9c$$

$$\therefore a = 0.75 \times 0.9c = 0.675c$$

$$\therefore a:b:c = 0.675c:0.9c:c = 675:900:1000 = 27:36:40$$

(4)  $\because ab:ac:bc = 3:2:8$

$$\text{设 } ab = 3k, ac = 2k, bc = 8k$$

$$\therefore \frac{ab}{ac} = \frac{b}{c} = \frac{3k}{2k} = \frac{3}{2}, \quad \frac{ab}{bc} = \frac{a}{c} = \frac{3k}{8k} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore b = \frac{3}{2}c, \quad a = \frac{3}{8}c$$

$$\therefore a:b:c = \frac{3}{8}c:\frac{3}{2}c:c = 3:12:8$$

23. 已知  $x:y = 0.8\frac{5}{8}$ ,  $x:z = 2\frac{2}{3}:2\frac{1}{2}$ ，求：

(1)  $x:y:z$  的值；

(2) 若  $z - y = 40$ , 求  $x$  的值.

【答案】(1)  $32:25:30$

(2) 256

【解析】

【分析】本题考查了比例的性质, 根据题比例的性质, 进行计算即可求解.

(1) 根据题意得出  $y = \frac{25}{32}x$ ,  $z = \frac{15}{16}x$ , 进而计算  $x:y:z$  的值;

(2) 根据 (1) 可得  $y = \frac{25}{32}x$ ,  $z = \frac{15}{16}x$ , 结合  $z - y = 40$  得出  $\frac{5}{32}x = 40$ , 即可求解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x:y = 0.8:\frac{5}{8}, x:z = 2\frac{2}{3}:2\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{4}{5}y = \frac{5}{8}x, \frac{8}{3}z = \frac{5}{2}x$$

$$\text{即 } y = \frac{5}{8}x \times \frac{5}{4} = \frac{25}{32}x, z = \frac{5}{2}x \times \frac{3}{8} = \frac{15}{16}x$$

$$\therefore x:y:z = x:\frac{25}{32}x:\frac{15}{16}x = 32:25:30$$

【小问 2 详解】

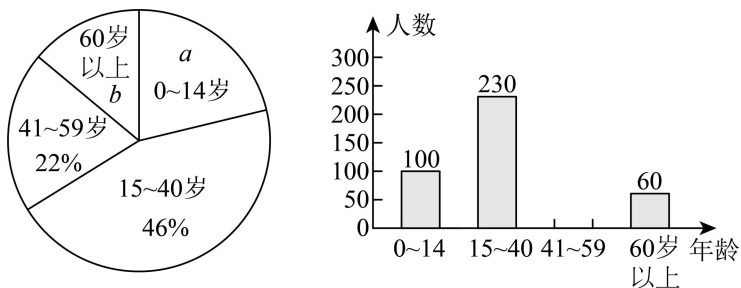
$$\text{解: } \because y = \frac{5}{8}x \times \frac{5}{4} = \frac{25}{32}x, z = \frac{5}{2}x \times \frac{3}{8} = \frac{15}{16}x$$

$$\therefore \frac{15}{16}x - \frac{25}{32}x = \frac{30}{32}x - \frac{25}{32}x = \frac{5}{32}x = 40$$

$$\therefore x = 40 \times \frac{32}{5} = 256$$

#### 四、简答题: (10 分+7 分+8 分+10 分+20 分, 共 55 分)

24. 小丽学完统计知识后, 随机调查了她所在辖区若干名居民的年龄, 将调查数据绘制成如下扇形和条形统计图:



请根据以上不完整的统计图提供的信息, 解答下列问题:

(1) 小丽同学共调查了\_\_\_\_\_名居民的年龄;

(2) 扇形统计图中  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_ (填写百分数), 并补全条形统计图;

(3) 扇形统计图中, 表示“年龄在 0~14 岁的居民”的扇形的圆心角度数是\_\_\_\_\_.

【答案】(1) 500

(2) 20%, 12%

(3)  $72^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了扇形统计图与条形统计图信息关联, 画条形统计图, 数形结合是解题的关键;

(1) 由条形统计图可知 15~40 岁的有 230 人, 由扇形统计图可知 15~40 岁的占被调查总人数的 46%, 由  $230 \div 46\%$  即可求得单位“1”的量, 即是被调查的小区居民的总人数;

(2) 求  $a$  时, 用 0~14 岁的人数除以调查的总人数; 用 60 岁以上的人数除以调查的总人数即可求出  $b$ , 进而求得 41~59 岁居民人数, 再补全统计图;

(3) 用 0~14 岁居民所占的百分率乘以  $360^\circ$ , 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 被调查的居民的总人数:  $230 \div 46\% = 500$  (人);

【小问 2 详解】

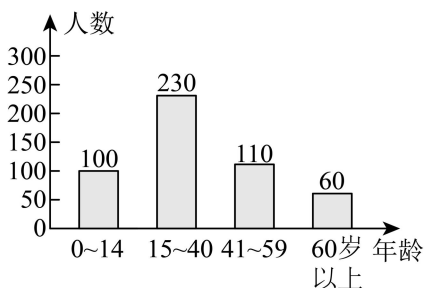
0~14 岁居民所占的百分率:  $a = 100 \div 500 = 0.2 = 20\%$ ;

60 岁以上居民所占的百分率:  $b = 60 \div 500 = 0.12 = 12\%$ .

故答案为: 20%, 12%.

41~59 岁居民人数为:  $500 - 100 - 230 - 60 = 110$

条形统计图如下:



【小问 3 详解】

扇形统计图中, 表示“年龄在 0~14 岁的居民”的扇形的圆心角度数是  $20\% \times 360^\circ = 72^\circ$

故答案为:  $72^\circ$ .

25. 某市今年第一季度的工业总产值为 100 亿元, 第二季度的工业总产值为 130 亿元, 预计第三季度的增长率在第二季度的增长率的基础上将提高 10 个百分点, 求预计第三季度的工业总产值是多少亿元?

【答案】预计第三季度的工业总产值是 182 亿元

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的实际应用，准确计算是解题的关键．先求出第三季度比第二季度增产的产值，再加上第二季度的产值即可求解．

【详解】 解：  $130\left(1 + \frac{130-100}{100} \times 100\% + 10\%\right) = 182$  亿元

答：预计第三季度的工业总产值是182亿元．

26. 有  $A, B, C$  三个水桶，它们的总容积是1440升，现  $A, B$  两桶装满水， $C$  桶是空的；小明发现若将  $A$  桶水的全部和  $B$  桶水的  $\frac{1}{5}$  倒入  $C$  桶，或将  $B$  桶水的全部和  $A$  桶水的  $\frac{1}{3}$  倒入  $C$  桶，都可以将  $C$  桶恰好装满．求：

(1)  $A$  桶和  $B$  桶容积的比是多少？

(2)  $A, B, C$  三个水桶的容积各是多少？

【答案】 (1)  $A$  桶和  $B$  桶容积的比是  $6:5$

(2)  $A$  桶的容积是 480 升， $B$  桶的容积是 400 升， $C$  桶的容积是 560 升

【解析】

【分析】 本题考查了比例的应用；关键在于根据题目数量关系列出比例式，进而计算出每个水桶的容积之比，然后进行解答．

(1) 根据题意可得  $A$  桶水的  $\frac{2}{3}$  等于  $B$  桶水的  $\frac{4}{5}$ ，即  $A$  桶和  $B$  桶容积的比是  $6:5$ ，

(2) 根据  $C$  桶水为  $B$  桶水  $\frac{7}{5}$ ，进而得出  $A, B, C$  桶容积的比是  $6:5:7$ ，结合  $A, B, C$  三个水桶，它们的总容积是1440升，按比例分配进行计算即可求解．

【小问 1 详解】

解：将  $A$  桶水的全部和  $B$  桶水的  $\frac{1}{5}$  倒入  $C$  桶，或将  $B$  桶水的全部和  $A$  桶水的  $\frac{1}{3}$  倒入  $C$  桶，

$$\therefore A \text{ 桶水的 } \frac{2}{3} \text{ 等于 } B \text{ 桶水的 } \frac{4}{5}$$

$$\therefore A \text{ 桶水的全部等于 } B \text{ 桶水的 } \frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{6}{5}$$

$\therefore A$  桶和  $B$  桶容积的比是  $6:5$

【小问 2 详解】

解：设  $A$  桶和  $B$  桶容积分别为  $a, b$ ，则  $a:b=6:5$  即  $a = \frac{6b}{5}$

将  $B$  桶水的全部和  $A$  桶水的  $\frac{1}{3}$  倒入  $C$  桶，可以将  $C$  桶恰好装满．

$$\therefore c = b + \frac{1}{3}a = b + \frac{1}{3} \times \frac{6b}{5} = \frac{7}{5}b$$

$$\therefore c:b=7:5$$

$\therefore A、B、C$  桶容积的比是  $6:5:7$

$\therefore A、B、C$  三个水桶，它们的总容积是 1440 升，

$\therefore A$  桶容积是  $1440 \times \frac{6}{6+5+7} = 480$  升，

$B$  桶容积是  $1440 \times \frac{5}{6+5+7} = 400$  升，

$C$  桶容积是  $1440 \times \frac{7}{6+5+7} = 560$  升，

答： $A$  桶的容积是 480 升， $B$  桶的容积是 400 升， $C$  桶的容积是 560 升。

27. 如图，长方形  $ABCD$  的长  $AB = 14$  厘米，宽  $BC = 9$  厘米。

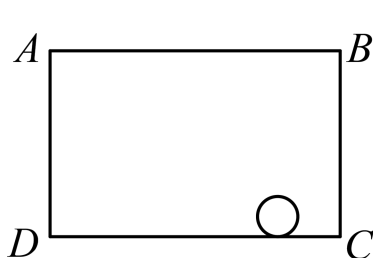


图1

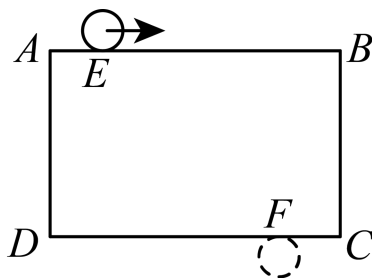


图2

(1) 如图 1，一个半径为 1 厘米的圆，沿着长方形的四边内侧滚动一周，求圆滚过的面积；

(2) 如图 2， $E、F$  分别为  $AB、CD$  上的点，且  $AE = \frac{1}{7} AB$ ， $FC:DF = 2:5$ ，一个半径为 1 厘米的

圆，沿着长方形的外侧从  $E$  点经过点  $B$  滚动到点  $F$ ，求圆滚过的面积。

【答案】(1)  $(72 + \pi)(\text{cm}^2)$

(2)  $(50 + 3\pi)(\text{cm}^2)$

【解析】

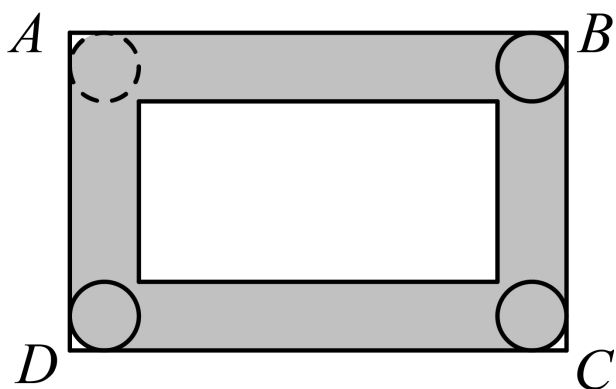
【分析】本题考查了圆的面积，矩形的性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题。

(1) 如图所示，圆滚过的面积 = 长方形的面积 - 中间白色长方形的面积 - 四个直角处的面积和；四个直角处的面积和 = 边长为 2 厘米的正方形的面积 - 半径为 1 的圆的面积，据此解答即可；

(2) 如图把圆滚过的面积分为 7 部分，3 个长方形，起点、终点分别为两个半圆，两个角处分别为半径为 2 厘米的圆；起点、终点加起来正好是一个半径长为 1 厘米圆的面积；两个角面积之和是半径为 2 厘米的半圆的面积；据此解答即可。

【小问 1 详解】

解：如图中，



空白部分的长  $= 14 - 4 = 10$  (cm), 宽  $= 9 - 4 = 5$  (cm),

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = 14 \times 9 - 10 \times 5 - 4 \times \left( 1 \times 1 - \frac{1}{4} \pi \times 1^2 \right) = (72 + \pi) (\text{cm}^2)$$

### 【小问 2 详解】

如图 2 中,

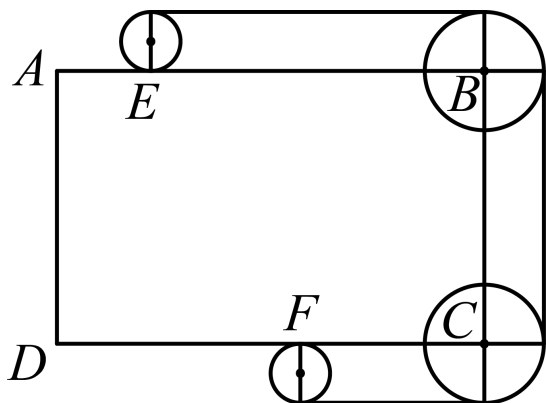


图2

由题意  $AE = \frac{1}{7} AB = \frac{1}{7} \times 14 = 2 \text{cm}$ ,  $BE = AB - AE = 14 - 2 = 12 \text{cm}$ ,  $CF = \frac{2}{7} AB = \frac{2}{7} \times 14 = 4 \text{cm}$ ,

$$\therefore \text{圆滚过的面积为 } 2 \times (12 + 9 + 4) + \pi \times 1^2 + 2 \times \frac{1}{4} \pi \times 2^2 = (50 + 3\pi) (\text{cm}^2).$$

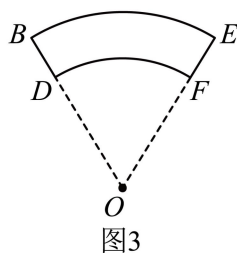
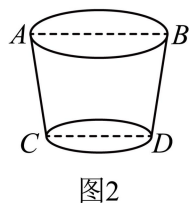
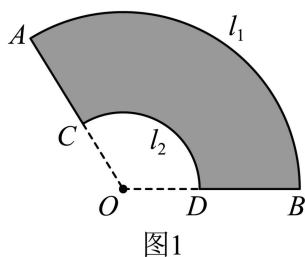
28. 在学习扇形的面积公式时, 已知圆心角  $n$  和扇形所在圆的半径  $R$ , 可以推的公式:  $S_{\text{扇形}} = \text{-----} \text{①}$ ,

并通过比较扇形面积公式与弧长公式  $l = \text{-----} \text{②}$ , 得出扇形面积的另一种计算方法:

$S_{\text{扇形}} = \text{-----} \blacktriangle \text{③}$ . 请解决下列问题:

问题 I: 求弧长为  $4\pi$ , 圆心角为  $120^\circ$  的扇形面积.

问题 II: 某小区设计的花坛形状如图 1 中的阴影部分, 已知弧  $AB$  和弧  $CD$  所在圆心都是点  $O$ , 弧  $AB$  的长为  $l_1$ , 弧  $CD$  的长为  $l_2$ ,  $AC = BD = d$ , 求花坛的面积.



- (1) 请你解答题 I；
- (2) 在解决问题 II 的过程中，有位同学发现扇形面积公式③类似于三角形面积公式：类比梯形面积公式，他猜想花坛的面积  $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$ 。他的猜想正确吗？如果正确，写出推导过程；如果不正确，请说明理由。（参考公式：  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ）
- (3) 乙同学发现平时所用的一次性纸杯（如图 2）的侧面展开的大致图形如图 3 所示，经测量（如图 2）杯口直径  $AB = 8\text{cm}$ ，杯底直径  $CD = 6\text{cm}$ ，杯壁母线长  $AC = BD = 6\text{cm}$ ，若忽略纸杯的连接部分和纸杯的厚度，请求出其在图 3 中其侧面展开的图形  $BDFE$  面积。（结果保留  $\pi$ ）
- (4) 丙同学认为，要想准确画出纸杯的侧面展开图，需要确定图 3 中弧  $BE$  和弧  $DF$  所在圆的半径  $OE$ ， $OF$  的长以及圆心角  $\angle BOE$  的度数，那么根据（3）中的尺寸，弧  $DF$  所在圆的半径  $OF = \underline{\hspace{2cm}}$ ；它所对的圆心角  $\angle BOE$  的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】(1)  $12\pi$

(2) 他的猜想正确。理由见解析

(3)  $42\pi\text{cm}^2$

(4)  $18\text{cm}$ ； $60^\circ$

【解析】

【分析】本题主要考查了扇形面积公式的应用。

- (1) 根据扇形公式之间的关系，结合已知条件推出结果。
- (2) 根据（1）的公式进行计算即可求解；
- (3) 根据（2）的结论进行计算即可求解；
- (4) 根据弧长公式得出  $r = \frac{1080}{n}$ ， $R = \frac{1440}{n}$ ，进而根据  $AC = BD = 6\text{cm}$  得出圆心角  $\angle BOE$  的度数，进而求得  $OF = 18\text{cm}$ ，即可求解。

【小问 1 详解】

解：已知圆心角  $n$  和扇形所在圆的半径  $R$ ，可以推的公式：  $S_{\text{扇形}} = \frac{n \times \pi R^2}{360}$  ①，并通过比较扇形面积公式

与弧长公式  $l = \frac{n\pi R}{180}$ , 得出扇形面积的另一种计算方法  $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$ .

问题 I:  $l = \frac{n\pi R}{180} = 4\pi$ , 圆心角为  $120^\circ$ ,

$$\text{即 } \frac{120}{180}\pi R = 4\pi,$$

$$\therefore R = 6,$$

$$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6 = 12\pi;$$

【小问 2 详解】

解: 他的猜想正确. 理由如下:

设大扇形半径为  $R$ , 小扇形半径为  $r$ , 圆心角度数为  $n$ , 则由  $l = \frac{n\pi R}{180}$  得  $R = \frac{180}{n\pi}l_1, r = \frac{180}{n\pi}l_2$

$$\therefore \text{花坛的面积 } S = \frac{1}{2}l_1R - \frac{1}{2}l_2r = \frac{1}{2}l_1 \times \frac{180}{n\pi}l_1 - \frac{1}{2}l_2 \times \frac{180}{n\pi}l_2$$

$$= \frac{90}{n\pi}(l_1^2 - l_2^2)$$

$$= \frac{90}{n\pi}(l_1 + l_2)(l_1 - l_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{180}{n\pi} \left( \frac{n\pi}{180}R - \frac{n\pi}{180}r \right) (l_1 + l_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2)(R - r)$$

$$= \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d;$$

【小问 3 详解】

解:  $\because AB = 8\text{cm}, CD = 6\text{cm}$

$$\therefore l_1 = l_{\widehat{BE}} = \pi \times AB = 8\pi\text{cm}, l_2 = l_{\widehat{DF}} = \pi \times CD = 6\pi\text{cm}, d = AC = BD = 6\text{cm},$$

由 (2) 可得, 侧面展开的图形  $BDFE$  面积为:

$$S_{\text{扇形}OBE} - S_{\text{扇形}ODE} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d = \frac{1}{2}(8\pi + 6\pi) \times 6 = 42\pi\text{cm}^2;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: } \because l_{\widehat{DF}} = \frac{n\pi r}{180} = 6\pi, l_{\widehat{BE}} = \frac{n\pi R}{180} = 8\pi,$$

$$\therefore r = \frac{1080}{n}, R = \frac{1440}{n},$$

$$\because AC = BD = 6\text{cm}, \text{ 即 } \frac{1440}{n} - \frac{1080}{n} = 6,$$

解得:  $n = 60$

$$\therefore r = \frac{1080}{60} = 18\text{cm}, \text{ 即 } OF = 18\text{cm}$$

故答案为:  $18\text{cm}$ ,  $60^\circ$ .