

2024 学年南模初中六年级第二学期期中考试数学学科试卷

(考试时间 70 分钟, 满分 100 分 + 附加分 10 分)

一、单选题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 若 $x > y$, 且 $mx < my$, 则 m 的值可能是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了不等式的运算性质, 熟悉掌握运算法则是解题的关键.

不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变, 据此分析求解即可.

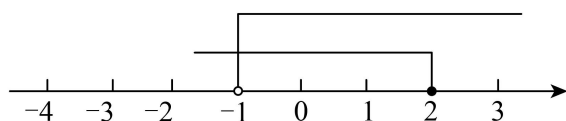
【详解】解: $\because x > y$, 且 $mx < my$

$\therefore m < 0$,

$\because -1 < 0$, 故 A 符合,

故选: A.

2. 下面的数轴表示的不等式是 ()



- A. $-1 < x \leq 2$ B. $x \geq 2$
C. $-1 \leq x < 2$ D. $x < -1$ 或 $x \geq 2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了在数轴上表示不等式的解集, 根据数轴即可求解, 正确识图是解题的关键.

【详解】解: 数轴表示的不等式是 $-1 < x \leq 2$,

故选: A.

3. 下面各组数中的两个比, 可以组成比例的是 ()

- A. 20:5 和 1:4 B. 2.4:1.6 和 9:15
C. 3:4 和 8:6 D. $\frac{1}{2}:\frac{1}{5}$ 和 5:2

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查比, 熟练掌握比是解题的关键; 因此此题可根据化简比, 然后依此排除选项即可.

【详解】解：A、 $20:5=4:1$ ，不能和 $1:4$ 组成比例；故不符合题意；

B、 $2.4:1.6=3:2$ ， $9:15=3:5$ ，不能组成比例；故不符合题意；

C、 $8:6=4:3$ ，不能和 $3:4$ 组成比例；故不符合题意；

D、 $\frac{1}{2}:\frac{1}{5}=5:2$ ，能和 $5:2$ 组成比例；故符合题意；

故选 D.

4. 一杯盐水，倒掉一半后，盐与水的比是 $2:25$ ，则原来盐水中盐和盐水的比值是（ ）

A. $\frac{1}{25}$

B. $\frac{2}{25}$

C. $\frac{1}{26}$

D. $\frac{2}{27}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了比值，熟练掌握倒掉一半盐水前后，盐与水的比不变是解题关键．根据倒掉一半盐水前后，盐与水的比不变即可得．

【详解】解： $\because$ 一杯盐水，倒掉一半后，盐与水的比是 $2:25$ ，

$\therefore$ 原来盐水中盐与水的比是 $2:25$ ，

$\therefore$ 原来盐水中盐和盐水的比值是 $2:(2+25)=2:27$ ，即为 $\frac{2}{27}$ ，

故选：D.

5. 一弧长是其所在圆周长的 $\frac{1}{20}$ ，这条弧所对的圆心角为（ ）

A. 12°

B. 15°

C. 18°

D. 25°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了弧长的计算，掌握弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180^\circ}$ 是解题的关键，根据弧长公式和圆的周长公式的关系即可得出答案．

【详解】解： $\because$ 一弧长是其所在圆周长的 $\frac{1}{20}$ ，

$$\therefore \frac{n\pi r}{180^\circ} = \frac{1}{20} \times 2\pi r$$

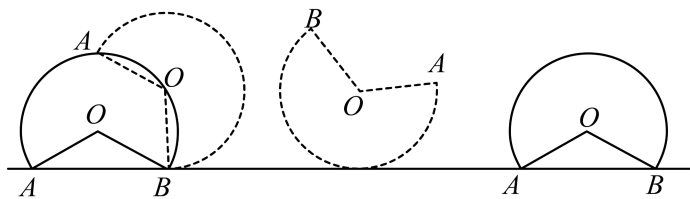
$$\therefore n = 18^\circ$$

$\therefore$ 这条弧长所对的圆心角为 $n = 18^\circ$ ，

故选：C.

6. 已知一个圆心角为 240° ，半径为3的扇形工件，没搬动前如图所示（A，B两点触地放置），向右滚动工

件至点 B 再次触地时停止，则圆心 O 所经过的路线长是 ()



A. 6

B. 3π

C. 6π

D. 12π

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了动点经过的路径；确定点 O 的路径是关键；点 O 的路径是两个半径为 3 且圆心角为 60° 的弧，而平移的距离是一条线段，其长度是扇形工件的弧长，利用弧长公式可求得圆心 O 所经过的路线长.

【详解】解： $\because \angle AOB = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$,

$$\therefore \angle ABO = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ,$$

当 BO 旋转到与地面垂直时，旋转角度为 $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，此时点 O 的路径是半径为 3 且圆心角为 60° 的弧；扇形工件继续旋转时，点 O 的路径是一条线段，直至 OA 垂直地面，其长度是扇形工件的弧长；扇形工件继续绕 A 旋转，直到点 A 落地，此时点 O 的路径是半径为 3 且圆心角为 60° 的弧；

$$\therefore \text{圆心 } O \text{ 所经过的路线长为: } 2 \times \frac{60\pi \times 3}{180} + \frac{240\pi \times 3}{180} = 6\pi;$$

故选：C.

二、填空题 (每空 2 分，共 24 分)

7. 把 12% 化成最简分数是_____.

【答案】 $\frac{3}{25}$

【解析】

【分析】本题考查百分数与分数的互化，先把百分数化成分数的形式，再约分即可.

$$\text{【详解】解: } 12\% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25};$$

故答案为: $\frac{3}{25}$.

8. 比的后项是 $\frac{5}{7}$ ，比值是 $\frac{3}{2}$ ，那么比的前项是_____.

【答案】 $\frac{15}{14}$

【解析】

【分析】本题考查了比例的定义，理解比例的定义是解答关键.

根据比的前项等于比例乘比的后项来求解.

【详解】解：∵比的后项是 $\frac{5}{7}$ ，比值是 $\frac{3}{2}$ ，

∴比的前项是： $\frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$ ．

故答案为： $\frac{15}{14}$ ．

9. 满足不等式 $3 - \frac{1}{2}x < 0$ 的最小整数解是_____．

【答案】 7

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式和不等式的整数解．先求出不等式的解集，再求出整数解即可．

【详解】解：解不等式 $3 - \frac{1}{2}x < 0$ ，得 $x > 6$ ，

所以最小整数解是7．

故答案为：7．

10. 若 $(a-3)x^{|a-2|} - 1 > 5$ 是关于 x 的一元一次不等式，则该不等式的解集为_____．

【答案】 $x < -3$

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式定义求参数及解一元一次不等式，根据一元一次不等式定义先求出 $a = 1$ ，代入原不等式求解即可得到答案，熟记一元一次不等式定义及一元一次不等式的解法步骤是解决问题的关键．

【详解】解：∵ $(a-3)x^{|a-2|} - 1 > 5$ 是关于 x 的一元一次不等式，

∴ $|a-2| = 1$ ，且 $a-3 \neq 0$ ，解得 $a = 1$ ，

∴题中的不等式为 $-2x - 1 > 5$ ，解得 $x < -3$ ，

故答案为： $x < -3$ ．

11. 一件衣服打八五折后的售价是357元，这件衣服打折前的原价为_____元．

【答案】 420

【解析】

【分析】本题考查百分数的应用，首先根据题意列出算式 $357 \div 0.85$ ，然后再进行计算即可得出答案．

【详解】解： $357 \div 0.85 = 420$ （元），

答：这件衣服打折前的原价为420元．

故答案为：420．

12. 小华的妈妈在文具店购买了12支铅笔和3支钢笔,分别花费了10元和24元,那么铅笔与钢笔的单价之比是_____.

【答案】 5:48

【解析】

【分析】 本题考查了比的应用,根据铅笔与钢笔的单价列出算式 $\frac{10}{12}:\frac{24}{3}$ 即可求解,掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 解:因为购买了12支铅笔和3支钢笔,分别花费了10元和24元,
所以铅笔与钢笔的单价之比是 $\frac{10}{12}:\frac{24}{3}=\frac{5}{48}=5:48$,

故答案为: 5:48.

13. 已知A、B两地的实际距离是200km,那么在比例尺是1:4000000的地图上,量得两地之间的距离是_____cm.

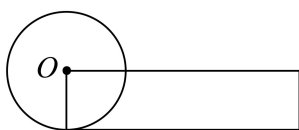
【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查了比例尺的应用,能够根据比例尺正确进行计算是解题的关键.
根据“比例尺=图上距离:实际距离”,根据比例尺关系即可求出两地的图上距离.

【详解】 解:由 $200\text{km}=20000000\text{cm}$,
则量得两地之间的距离是 $20000000\div 4000000=5(\text{cm})$,
故答案为: 5.

14. 如图,若圆的周长是18.84厘米,长方形的周长是30厘米,则长方形的长是()厘米.



【答案】 12

【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长公式,长方形的周长,熟练掌握知识点是解题的关键.先根据圆的周长公式求出半径,再根据半径即长方形的宽及长方形周长公式求解即可.

【详解】 解:圆的半径为: $18.84\div 3.14\div 2=3$ (厘米),
长方形的长为: $30\div 2-3=12$ (厘米),
故答案为: 12.

15. 已知圆锥的底面半径为 2cm ，母线长为 10cm ，则这个圆锥的侧面积是 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}^2$. (结果保留 π)

【答案】 20π

【解析】

【分析】 本题主要考查求圆锥的侧面展开图的面积，根据圆锥的侧面积 $= \pi \times \text{底面半径} \times \text{母线长}$ 进行计算即可.

【详解】 解：圆锥侧面积 $= \pi \times 2 \times 10 = 20\pi\text{cm}^2$ ；

故答案为： 20π .

16. 将两邻边长为 4 和 5 的长方形绕一边所在直线旋转一周，所形成的圆柱的表面积为 $\underline{\hspace{1cm}}$. (结果保留 π)

【答案】 72π 或 90π

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱的表面积计算，本题共有两种情况：第一种情况，以边长为 4 的边所在直线旋转一周，所形成的圆柱的底面半径是 5，高为 4；第二种情况，以边长为 5 的边所在直线旋转一周，所形成的圆柱的底面半径是 4，高为 5，据此根据圆柱表面积公式分类求解即可.

【详解】 解：以边长为 4 的边所在直线旋转一周，所形成的圆柱的底面半径是 5，高为 4，则形成的圆柱的表面积为 $2\pi \times 5 \times 4 + 2\pi \times 5^2 = 90\pi$ ，

以边长为 5 的边所在直线旋转一周，所形成的圆柱的底面半径是 4，高为 5，则形成的圆柱的表面积为 $2\pi \times 4 \times 5 + 2\pi \times 4^2 = 72\pi$ ，

故答案为： 72π 或 90π .

17. 把一个棱长 6dm 的正方体容器装满水，倒入一个深 8dm 的圆柱形容器内，刚好倒满，这个圆柱的底面积是 $\underline{\hspace{1cm}}\text{dm}^2$. (容器厚度不计)

【答案】 27

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱的体积计算公式，正方体容器装的水的体积即为圆柱形容器装的水的体积，先根据正方体体积计算公式求出水的体积，再根据圆柱体积计算公式求出圆柱的底面积即可.

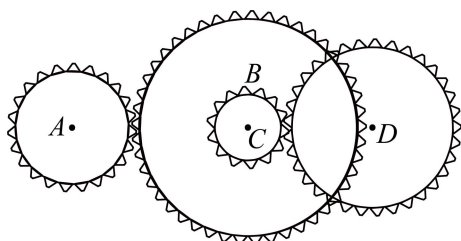
【详解】 解： $6 \times 6 \times 6 \div 8 = 27\text{dm}^2$ ，

所以这个圆柱的底面积为 27dm^2 ，

故答案为： 27.

18. 某一齿轮组合需要由齿轮 A 齿数 $(NG_A) = 35$ ；齿轮 D 齿数 $(NG_D) = 42$ ，拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转

速比要达到 $24:5$, 先需要增加两个齿轮 (如图所示), 若设齿轮 B 齿数 $(NG_B) = a$; 齿轮 C 齿数 $(NG_C) = b$, 则 a 与 b 的比值为_____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了反比例的应用, 解题关键是结合齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系解题. 设齿轮 A 与齿轮 D 的转速分别为 $24m, 5m$, 齿轮 B 和齿轮 C 的转速为 n , 根据“齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系”求得 a, b 的值, 即可获得答案.

【详解】 解: 根据题意, 拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转速比要达到 $24:5$,
可设齿轮 A 与齿轮 D 的转速分别为 $24m, 5m$, 齿轮 B 和齿轮 C 的转速为 n ,
则有 $35 \times 24m = an$, $bn = 42 \times 5m$,
整理可得 $a = \frac{35 \times 24m}{n}$, $b = \frac{42 \times 5m}{n}$,
所以, $a:b = \frac{35 \times 24m}{n} : \frac{42 \times 5m}{n} = 4$.

故答案为: 4.

三、解答题 (第 19-24 题, 每题 5 分; 第 25、26 题, 每题 7 分; 第 27 题 6 分; 第 28 题 8 分; 共 58 分)

19. 计算: $1\frac{1}{8} \times 25.4\% + 1.125 \times 14.6\%$.

【答案】 0.45

【解析】

【分析】 本题考查了乘法运算律和百分数的计算, 先将 $1\frac{1}{8}$ 化为小数, 再利用逆用乘法分配律进行计算即可, 熟练掌握运算法则和顺序是解题的关键.

【详解】 原式 $= 1.125 \times 25.4\% + 1.125 \times 14.6\%$
 $= 1.125 \times (25.4\% + 14.6\%)$
 $= 1.125 \times 0.4$

$=0.45$.

20. 已知: $x:1\frac{1}{5}=6\frac{1}{4}:2$, 求 x 的值.

【答案】 $\frac{15}{4}$

【解析】

【分析】 根据两内项之积等于两外项之积计算即可.

【详解】 $\because x:1\frac{1}{5}=6\frac{1}{4}:2$

$$\therefore 2x = \frac{6}{5} \times \frac{25}{4},$$

$$\therefore x = \frac{15}{4}.$$

【点睛】 本题考查了比例的基本性质, 正确运用性质是解题的关键.

$$21. \text{解不等式组} \begin{cases} x-2(x-3) \geq 1 \\ \frac{1+x}{3} < x-1 \end{cases}.$$

【答案】 $2 < x \leq 5$

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式组, 熟练掌握解不等式组的方法是解题的关键. 解各不等式求得对应的解集后得出它们的公共部分即可.

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} x-2(x-3) \geq 1 \text{ ①} \\ \frac{1+x}{3} < x-1 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得: $x \leq 5$,

解不等式②得: $x > 2$,

则原不等式组的解集为 $2 < x \leq 5$;

22. 若 $a:b = \frac{1}{5}:\frac{2}{3}$, $b:c = 0.2:0.7$ 求 $a:b:c$.

【答案】 $3:10:35$

【解析】

【分析】 本题考查了连比, 解题关键是把比例化为整数比后统一公共项.

先把 $a:b$ 与 $b:c$ 各自化简, 接着统一两个比中 b 的份数, 找 b 在两个比中数值的最小公倍数, 相应调整比的各项. 最后得出连比.

【详解】因为， $a:b=\frac{1}{5}:\frac{2}{3}$ ， $b:c=0.2:0.7$

所以， $a:b=\frac{1}{5}:\frac{2}{3}=3:10$ ，

$b:c=0.2:0.7=2:7=10:35$ ，

所以， $a:b:c=3:10:35$

故答案为：3:10:35.

23. 浩浩家距离外婆家大约有 470 千米，汽车每 100 千米耗油 8 升，按这个耗油量，出发时加满 40 升汽油，能到外婆家吗？（用比例知识解答）

【答案】能

【解析】

【分析】本题考查了比例的应用，设 40 升汽油能行驶 x 千米，根据耗油量：行驶距离=每千米耗油量（一定），据此列出比例算式求出 x 的值，是加满 40 升汽油可以行驶距离，与到外婆家的距离比较即可.

【详解】解：设 40 升汽油能行驶 x 千米.

$$40:x=8:100$$

$$8x=40\times 100$$

$$8x=4000$$

$$8x\div 8=4000\div 8$$

$$x=500,$$

$$500>470,$$

答：能到外婆家.

24. 为了筹备数学知识大赛，小星借读了一本与此相关的 500 页的书籍，计划 10 天内读完. 前 6 天因种种原因只读了 240 页，那么从第七天起平均每天至少要读多少页，才能按计划读完这本书？

【答案】从第 7 天起平均每天至少要读 65 页，才能按计划读完这本书.

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用，先设从第 7 天起平均每天要读 x 页. 因为 500 页的科普书计划 10 天内读完. 前 5 天因种种原因只读了 240 页，故得 $240+(10-6)x\geq 500$ ，再解得 $x\geq 65$ ，即可作答.

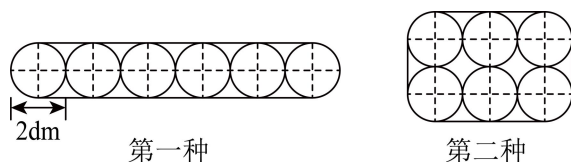
【详解】解：设从第 7 天起平均每天要读 x 页.

根据题意，得 $240+(10-6)x\geq 500$ ，

解得 $x\geq 65$.

答：从第 7 天起平均每天至少要读 65 页，才能按计划读完这本书.

25. 把 6 个圆柱形水桶用铁丝分别捆成如图所示形状（从底部看）.



(1) 若接头处不计，哪种捆法比较节约铁丝？

(2) 若把这 6 个圆柱形水桶按照第一种方法捆绑放置，此时铁丝围成的图形的面积是多少平方分米？

【答案】 (1) 第二种 (2) $(\pi + 20)$ 平方分米

【解析】

【分析】 此题主要考查圆的周长公式、圆的面积公式、长方形的面积公式的灵活运用，关键是熟记公式.

(1) 通过观察图形可知，第一种捆法，需要铁丝的长度等于直径是 2 分米的一个圆的周长加上底面直径的 (5×2) 倍，第二种捆法，需要铁丝的长度等于直径是 2 分米的圆的周长加上直径的 6 倍，所以第二种捆法比较节省铁丝.

(2) 第一种捆法围成图形的面积等于直径是 2 分米的圆的面积加上长方形的面积，根据圆的面积公式： $S = \pi r^2$ ，长方形的面积公式： $S = ab$ ，把数据代入公式解答.

【小问 1 详解】

解：第一种捆法需要铁丝的长度：

$$2\pi + 2 \times 5 \times 2 = (2\pi + 20) \text{ 分米}$$

第二种捆法需要铁丝的长度：

$$2\pi + 2 \times 6 = (2\pi + 12) \text{ 分米}$$

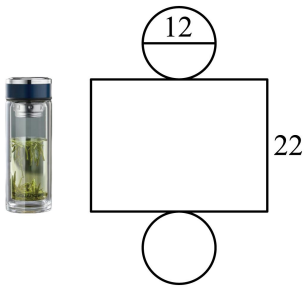
答：第二种捆法比较节省铁丝.

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} & \pi \times (2 \div 2)^2 + 2 \times 5 \times 2 \\ &= \pi + 20 \text{ (平方分米)} \end{aligned}$$

答：此时铁丝围成的图形的面积是 $(\pi + 20)$ 平方分米.

26. 母亲节檬檬给妈妈买了一个圆柱形的茶杯，展开图的数据（单位：厘米）如图所示.



- (1) 檬檬的妈妈想给茶杯做一个布套（包住侧面和底面），问至少用多少平方厘米的布料（不考虑接缝）？
- (2) 若不考虑杯子的厚度，问这个杯子最多可以盛多少立方厘米的水？（结果保留 π ）

【答案】(1) 336π 平方厘米

(2) 792π 立方厘米

【解析】

【分析】本题考查了圆柱的体积和表面积公式的应用，熟练掌握公式是解此题的关键.

- (1) 计算圆柱的表面积即可得解；
- (2) 计算圆柱的体积即可得解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \pi \times 12 \times 22 + 2\pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 336\pi \text{ (平方厘米)}$$

答: 至少用 336π 平方厘米的布料;

【小问 2 详解】

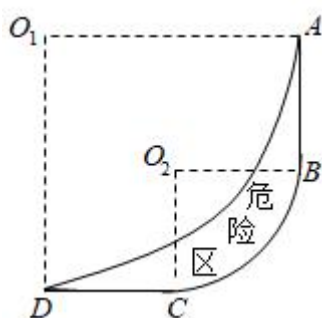
$$\text{解: } \pi \times \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times 22 = 792\pi \text{ (立方厘米)}$$

答: 这个杯子最多可以盛 792π 立方厘米的水.

27. 汽车盲区是造成交通事故的罪魁祸首之一，它是指驾驶员位于正常驾驶座位置，其视线被车体遮挡而不能直接观察到的那部分区域，有一种汽车盲区叫做内轮差盲区，内轮差是车辆在转弯时前内轮转弯半径与后内轮转弯半径之差；由于内轮差的存在而形成的这个区域（下图所示）是司机视线的盲区. 卡车，货车等车身较长的大型车在转弯时都会产生这种盲区. 为了解决这个问题，现在许多路口都开始设置“右转危险区”标线.



下图是我区某一路口“右转危险区”的示意图，经过测量后内轮转弯半径 $O_1A = O_1D = 10$ 米，前内轮转弯半径 $O_2B = O_2C = 4$ 米，圆心角 $\angle DO_1A = \angle CO_2B = 90^\circ$ ，求此“右转危险区”的面积和周长。



【答案】 “右转危险区”的面积为： $84 - 21\pi$ （平方米），周长为 $12 + 7\pi$ （米）

【解析】

【分析】 根据图形可知“右转危险区”的周长等于 $AB + CD + \widehat{AD} + \widehat{BC}$ ，根据扇形的周长的求法及正方形的性质分别求出来，关于“右转危险区”的面积，先求出 $ABECD$ 的面积及 BEC 的面积，再作差即可。

【详解】 解：根据题意得： $AB = O_1D - O_2C = 10 - 4 = 6$ ，

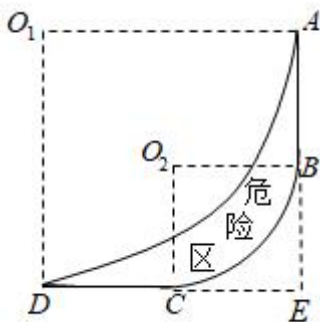
$$CD = O_1A - O_2B = 10 - 4 = 6，$$

$$\widehat{AD} = \frac{1}{4} \times 2 \times 10\pi = 5\pi，$$

$$\widehat{BC} = \frac{1}{4} \times 2 \times 4\pi = 2\pi，$$

$$\therefore \text{“右转危险区”的周长为： } 6 + 6 + 5\pi + 2\pi = 12 + 7\pi \text{ （米），}$$

延长 AB, DC 交于点 E ，



$\because O_2B = CE, O_2B \parallel CE$, 且 $\angle BO_2C = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 O_2BEC 为正方形,

根据图形之间的关系,

$ABECD$ 的面积为: $10 \times 10 - \frac{1}{4} \times 10 \times 10 \pi = 100 - 25\pi$,

BEC 的面积为: $4 \times 4 - \frac{1}{4} \times 4 \times 4 \pi = 16 - 4\pi$,

$\therefore$ “右转危险区”的面积为: $100 - 25\pi - (16 - 4\pi) = 84 - 21\pi$ (平方米).

【点睛】 本题考查了不规则图形的面积, 解题的关键是利用规则的图形面积进行求解不规则图形的面积.

28. 【问题一】如图 1, 汽车上有电动雨刷装置, 雨刷呈扇形摆动的圆心角为 180° , 则雨刷在车窗玻璃上刷过的区域的面积为 _____ cm^2 (结果保留 π).

【问题二】如图 2 所示, 有一个边长为 b 的正方形和一个直角边长为 b 、斜边长为 a 的等腰直角三角形组成的直角梯形, 求: 绕这个直角梯形的一边所在直线, 顺时针旋转一周所得立体图形的体积 (结果保留 π).



图1

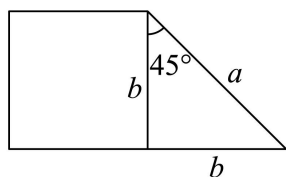


图2

【答案】 (1) 1200π (2) $\frac{7}{3}\pi b^3$ 或 $\frac{4}{3}\pi b^3$ 或 $\frac{5}{3}\pi b^3$ 或 $\frac{7}{12}a^3\pi$

【解析】

【分析】 (1) 根据圆的面积列式进行计算, 即可作答.

(2) 理解题意, 分别分析出每种顺时针旋转一周所得立体图形, 运用圆柱体积公式, 圆锥体积公式, 以及圆台的体积公式列式计算, 即可作答.

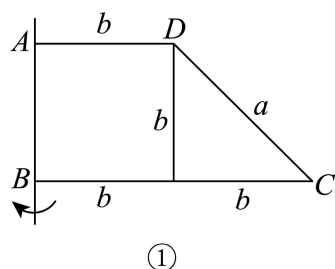
本题考查了圆的面积公式，圆柱体积公式，圆锥体积公式，以及圆台的体积公式，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

【详解】解：(1) 解： $\because$ 雨刷呈扇形摆动的圆心角为 180° ，且过程图 1，得

$$\text{雨刷在车窗玻璃上刷过的区域的面积为 } \frac{1}{2} \times 50^2 \pi - \frac{1}{2} \times 10^2 \pi = \frac{2500}{2} \pi - \frac{100}{2} \pi = 1200\pi (\text{cm}^2),$$

故答案为： 1200π ；

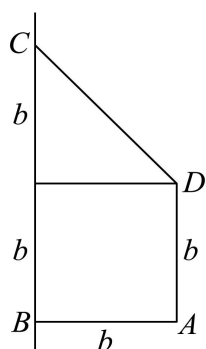
(2) 依题意，当绕着 AB 所在的直线顺时针旋转一周，如图所示：



$\therefore$ 此时形成的几何体是圆台，且上底圆的半径是 b ，下底圆的半径是 $b + b = 2b$ ，

$$\text{则体积} = \frac{1}{3} [b^2 \pi + (2b)^2 \pi + 2b^2 \pi] \times b = \frac{7}{3} \pi b^3;$$

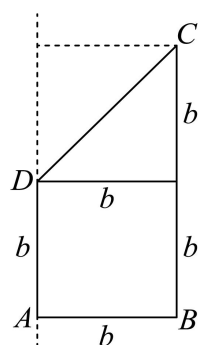
当绕着 CB 所在的直线顺时针旋转一周，如图所示：



$\therefore$ 此时形成的几何体是组合体：上面是圆锥，下面是圆柱，且底圆的半径是 b ，圆锥和圆柱的高都是 b ，

$$\text{则体积} = \pi b^2 \times b + \frac{1}{3} \pi b^2 \times b = \frac{4}{3} \pi b^3;$$

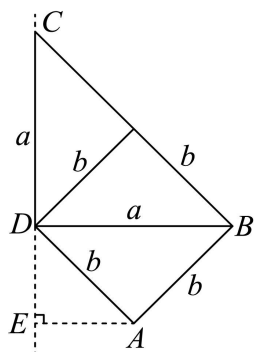
当绕着 AD 所在的直线顺时针旋转一周，如图所示：



∴此时形成的几何体是由圆柱挖掉一个圆锥，且上底圆的半径是 b ，圆柱的高是 $b+b=2b$ ，

$$\text{则体积} = \pi b^2 \times 2b - \frac{1}{3} b^2 \pi \times b = \frac{5}{3} \pi b^3 ;$$

当绕着 CD 所在的直线顺时针旋转一周，如图所示：



则连接 BD ，

$$\therefore BD = CD = a$$

过点 A 作 $AE \perp DC$ 所在的直线交于点 E ，

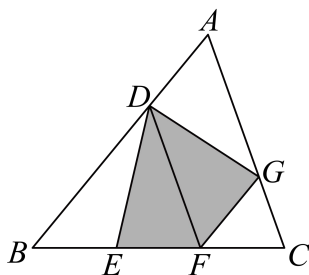
$$\text{则 } EA = ED = \text{点 } A \text{ 到 } BD \text{ 的距离，即 } ED = \frac{1}{2} BD = a ,$$

$$\therefore a^2 \pi \times a \times \frac{1}{3} + \frac{\pi \times \frac{1}{2} a}{3} \left[\left(\frac{1}{2} a \right)^2 + \frac{1}{2} a \times a + a^2 \right] - \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} a \right)^2 \pi \times \frac{1}{2} a = \frac{7}{12} a^3 \pi ,$$

综上：顺时针旋转一周所得立体图形的体积为 $\frac{7}{3} \pi b^3$ 或 $\frac{4}{3} \pi b^3$ 或 $\frac{5}{3} \pi b^3$ 或 $\frac{7}{12} a^3 \pi$.

四、附加题

29. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $BD = 2AD$ ， $AG = 2CG$ ， $BE = EF = FC = \frac{1}{3} BC$ ，求阴影部分面积是三角形 ABC 面积的_____（几分之几）.



【答案】 $\frac{4}{9}$

【解析】

【分析】 本题考查了三角形的中线及三角形的面积，解题的关键是熟练运用三角形的高、底边与面积的关系．大三角形面积减去 3 个小三角形面积等于阴影面积，再求解即可．

【详解】解：∵ $BD = 2AD$ ， $BE = EF = FC = \frac{1}{3}BC$ ，

$\triangle DBF$ 面积： ABC 面积 $= (2:3)^2$ ，

设 ABC 的面积为 a ，

∴ $\triangle DBF$ 面积： $a = 4:9$ ，

∴ $\triangle DBF$ 面积 $= \frac{4}{9}a$ ，

∵ $\triangle DBE$ 面积 $= \triangle DEF$ 面积，

∴ $\triangle DBE$ 面积 $= \frac{4}{9}a \div 2 = \frac{2}{9}a$ ，

同理， $\triangle GFC$ 面积： ABC 面积 $= (1:3)^2$ ，

∴ $\triangle GFC$ 面积： $a = 1:9$ ，

∴ $\triangle GFC$ 面积 $= \frac{a}{9}$ ，

∵ $\triangle GFC$ 面积 $\times 2 = \triangle ADG$ 面积，

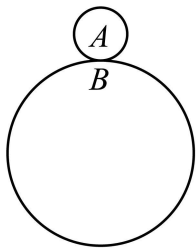
∴ $\triangle ADG$ 面积 $= \frac{2}{9}a$ ，

∴ 阴影面积 $= a - \frac{2}{9}a - \frac{1}{9}a - \frac{2}{9}a = \frac{4}{9}a$ ，

∴ 阴影部分面积是三角形 ABC 面积的 $\frac{4}{9}$ 。

故答案为： $\frac{4}{9}$ 。

30. 如图，半径分别是 8 和 28 的两个圆盘，其中大圆是固定的，小圆在大圆的外面，沿大圆圆周按逆时针方向滚动。开始时小圆圆周上的 A 点与大圆圆周上的 B 点重合。当 A 、 B 两点再次重合时， A 至少绕小圆圆心转动了_____圈。



【答案】 7

【解析】

【分析】小圆的周长与大圆的周长比是 $8:28 = 2:7$ ，2 与 7 的最小公倍数是 14，所以小圆要绕大圆滚动 2 圈，开始时小圆圆周上的 A 点与大圆圆周上的 B 点重合，然后求出小圆转动的圈数即可。

【详解】解：∵ 小圆的周长与大圆的周长比是 $8:28 = 2:7$ ，且 2 与 7 的最小公倍数是 14，

∴小圆要绕大圆至少滚动 2 圈，开始时小圆圆周上的 A 点与大圆圆周上的 B 点重合，

大圆周长为 $2 \times 28\pi = 56\pi$ ，

小圆的周长 $\pi \times 8 \times 2 = 16\pi$ ，

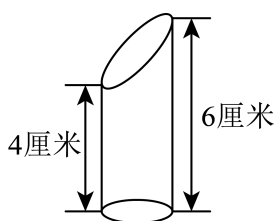
∴小圆在大圆的外面，沿大圆圆周按逆时针方向滚动，开始时小圆圆周上的 A 点与大圆圆周上的 B 点重合

时，小圆至少滚动的圈数是： $2 \times 56\pi \div (16\pi) = 7$ （圈）。

故答案为：7.

【点睛】本题主要考查了圆的周长计算，解题的关键根据题意得出小圆要绕大圆至少滚动 2 圈，开始时小圆圆周上的 A 点与大圆圆周上的 B 点重合。

31. 底面周长为 9.42cm 的圆柱体，从中间斜着截去一段后，截后的形状如图所示，则截后的体积 _____ cm^3 . (π 取 3.14)



【答案】 35.325

【解析】

【分析】此题主要考查了圆柱的体积，熟练掌握圆柱的体积公式是解决问题的关键，难点是再取一个截后的几何体，用两个这样的几何体拼成一个圆柱体. 先求出圆柱体底面圆的半径为： $9.42 \div (2 \times 3.14) = 1.5$ （厘米），再将截后的几何体倒过来拼成一个圆柱体，则拼成圆柱体的高为： $4 + 6 = 10(\text{cm})$ ，然后利用圆柱的体积公式求出所拼成的圆柱体的体积，进而可得截后几何体的体积。

【详解】解：∵圆柱体的底面圆的周长为 9.42cm，

∴该圆柱体底面圆的半径为： $9.42 \div (2 \times 3.14) = 1.5(\text{cm})$ ，

再取一个截后的几何体，用两个这样的几何体拼成一个圆柱体，

则拼成圆柱体的高为： $4 + 6 = 10(\text{cm})$ ，

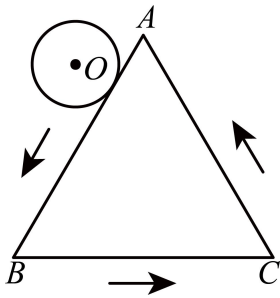
∴所拼成的圆柱体的体积为： $3.14 \times 1.5^2 \times 10 = 70.65(\text{cm}^3)$ ，

∴截后几何体的体积为： $70.65 \div 2 = 35.325(\text{cm}^3)$ 。

故答案为：35.325

32. 已知圆 O 的半径为 r ，等边三角形 ABC 的边长为 $2\pi r$ 。如图，圆 O 按箭头方向从某一位置沿三角形

ABC 的三边做无滑动的滚动.



(1) 当圆 O 第三次回到原来位置时, 圆心 O 走过的路程是_____ (用含 r 的代数式表示, 保留 π)

(2) 假设圆 O 从 AB 中点位置开始滚动, 当圆心 O 走过的路程为 $2023\pi r$ 时停止, 问: 圆 O 绕圆心滚动了_____圈.

【答案】 ①. $24\pi r$ ②. 1011.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的周长, 列代数式, 解题的关键是熟悉圆的周长公式,

对于 (1), 求出圆 O 的周长和等边三角形 ABC 的周长, 当圆 O 第三次回到原来位置时, 走了

$$\left(6\pi r + \frac{120^\circ \pi r}{180^\circ} \times 3\right) \times 3 = 24\pi r, \text{ 即可作答.}$$

对于 (2), 用圆心走过的路程除以圆的周长可得答案.

【详解】 解: (1) 根据题意可得圆 O 的周长 $C = 2\pi r$,

$\because$ 等边三角形 ABC 的边长为 $2\pi r$,

$\therefore$ 等边三角形 ABC 的周长为 $6\pi r$

当圆 O 第三次回到原来位置时,

$$\text{圆心 } O \text{ 走过的路程是 } \left(6\pi r + \frac{120^\circ \pi r}{180^\circ} \times 3\right) \times 3 = 24\pi r;$$

(2) 依题意, $2023\pi r \div 2\pi r = 1011.5 \text{ 周} \dots\dots 7\pi r$,

$\therefore$ 圆 O 绕圆心滚动的圈数为 1011.5 圈.

故答案为: $24\pi r$, 1011.5.