

2024 学年第二学期期中考试六年级数学试卷

(考试时间 90 分钟，满分 100 分)

★考生注意：如无特殊说明， π 取 3.14

一、选择题 (本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 为完成下列任务，最适合采用全面调查的是 ()

- A. 了解某市种植水蜜桃的甜度和含水量
- B. 调查某种灯泡的使用寿命
- C. 在某市调查中央电视台春节联欢晚会的收视率
- D. 对全校所有学生通过问卷进行全面调查

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查的知识点是判断全面调查与抽样调查，解题关键是熟练掌握全面调查与抽样调查的区别. 根据全面调查与抽样调查的区别结合选项进行判断即可.

【详解】解：A 选项，了解某市种植水蜜桃的甜度和含水量，采用全面调查影响销售，适合抽样调查，不符合题意，A 选项错误；

B 选项，调查某种灯泡的使用寿命，采用全面调查影响销售，适合抽样调查，不符合题意，B 选项错误；

C 选项，在某市调查中央电视台春节联欢晚会的收视率，范围较大，适合抽样调查，不符合题意，C 选项错误；

D 选项，对全校所有学生通过问卷进行全面调查，适合全面调查，符合题意，D 选项正确.

故选：D.

2. 已知 $\frac{2}{3}a = 0.4b$ ，则 a 与 b 的比是 ()

- A. 2:5
- B. 3:5
- C. 5:3
- D. 5:2

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了比的性质，根据比的基本性质，进行计算即可.

【详解】解：∵ $\frac{2}{3}a = 0.4b$,

$$\therefore a:b = 0.4:\frac{2}{3} = 3:5,$$

故选：B.

3. 某零件长 60 厘米，若该零件在设计图上的长是 4 毫米，则这幅图的比例尺是 ()

A. 1: 15

B. 1: 150

C. 150: 1

D. 1: 1500

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了比例尺，先分别确定图上距离和实际距离，再求出比例尺即可.

【详解】 由 4毫米=0.4厘米，

所以这幅图的比例尺为 $0.4:60=1:150$.

故选: B.

4. 下列说法正确的是 ()

(1) 某校师生共同植树 105 棵，成活 100 棵，成活率为100%；

(2) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 能组成比例；

(3) π 是圆的周长与直径的比值；

(4) 将一颗质地均匀的骰子掷两次，两次朝上的数字之和大于 13 是不确定事件.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的计算，比例的定义，圆的周长，事件分类，解题的关键是熟练掌握百分数的定义. 根据百分数的意义，比例的定义，事件的分类，圆的相关概念，逐项进行判断即可.

【详解】 解: (1) 成活率为:

$\frac{100}{105} \times 100\% \approx 95.2\%$ ，故 (1) 错误；

(2) $\because 1 \times \frac{1}{4} \neq \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$,

$\therefore 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ 不能组成比例，故 (2) 错误；

(3) π 是圆的周长与直径的比值，故 (3) 正确；

(4) 将一颗质地均匀的骰子掷两次，两次朝上的数字之和大于 13 是不可能事件，故 (4) 错误；

综上所述可知: 正确的有 1 个，

故选: A.

5. 如果两个扇形的半径之比是1:3，圆心角之比也是3:1，则它们的面积之比是 ()

A. 1:3

B. 1:9

C. 1:1

D. 1:27

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了求比值，根据扇形面积公式求比值即可.

【详解】 解： $\because$ 两个扇形的半径之比是 $1:3$ ，圆心角之比也是 $3:1$ ，

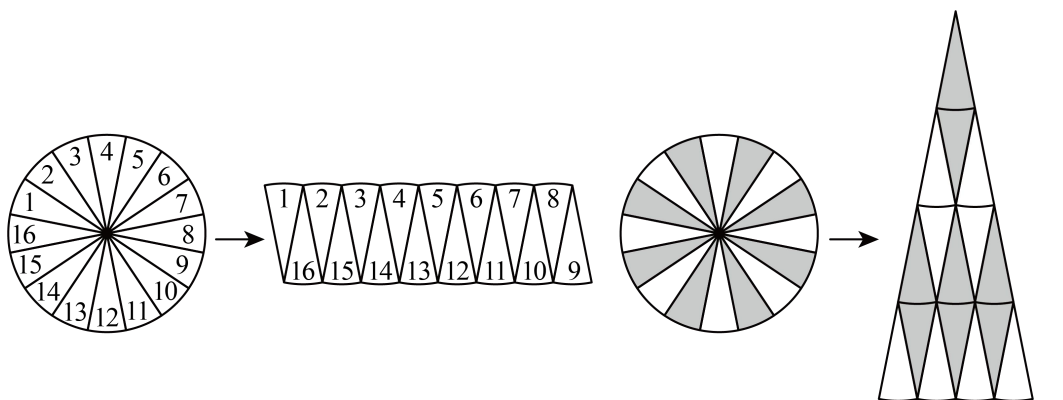
$\therefore$ 它们的面积之比是：

$$\frac{\frac{3\pi \times 1^2}{360}}{\frac{1 \times \pi \times 3^2}{360}} = \frac{3\pi \times 1^2}{360} \times \frac{360}{1 \times \pi \times 3^2} = \frac{1}{3},$$

即它们的面积之比是 $1:3$.

故选： A.

6. 上课时，老师将一个半径为 2 的圆形纸片平均分成 16 份，然后拼成一个近似的平行四边形. 计算出了圆的周长，小明课下进行了新的拼接，得到一个近似的三角形，则三角形的底边长是 ()



A. $\frac{1}{3}\pi$

B. $\frac{1}{2}\pi$

C. π

D. 2π

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的周长计算，根据将一个半径为 2 的圆形纸片平均分成 16 份，求出每一份的弧长为 $\frac{2 \times 2\pi}{16} = \frac{1}{4}\pi$ ，再根据三角形的底边有 4 段弧长，求出三角形的底边长即可.

【详解】 解： 将一个半径为 2 的圆形纸片平均分成 16 份，每一份的弧长为 $\frac{2 \times 2\pi}{16} = \frac{1}{4}\pi$ ，
则三角形的底边长是 $4 \times \frac{1}{4}\pi = \pi$.

故选： C.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 求比值： 480 毫升 : 1.2 升 = _____.

【答案】 $\frac{2}{5}$ 0.4

【解析】

【分析】 本题考查求比值，用比例前项除以后项，进行计算即可.

【详解】 解：480 毫升:1.2 升 = $\frac{480}{1200} = \frac{2}{5}$;

故答案为: $\frac{2}{5}$.

8. 如果 6 是 m 与 12 的比例中项，那么 m 的值是_____

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了比例中项的定义，根据比例中项的定义可得方程 $12m = 36$ ，解方程即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 6 是 m 与 12 的比例中项，

$$\therefore 12m = 6^2 = 36,$$

$$\therefore m = 3$$

故答案为: 3.

9. 用 200kg 花生米榨出花生油 76kg，这些花生米的出油率是_____ % .

【答案】 38

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是百分数的计算，解题关键是熟练掌握百分数的计算.

根据题意列出算式进行计算即可.

【详解】 解：用 200kg 花生米榨出花生油 76kg，这些花生米的出油率是 $\frac{76}{200} \times 100\% = 38\%$.

故答案为: 38.

10. 一件外套原件每件 480 元，降价 120 元后再出售，这件外套的售价打了_____ 折.

【答案】 七五

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的应用，根据题意列出算式进行求解即可.

【详解】 解： $\because \frac{480-120}{480} \times 100\% = 75\%$,

$\therefore$ 这件外套的售价打了七五折.

故答案为：七五.

11. 某企业为了扩大生产，准备向银行贷款 80 万元，年利率是 5.35%，贷款期限为 2 年，到期应还本利和是_____万元.

【答案】 88.56

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的应用，根据年利率是 5.35%，列出算式，进行计算即可.

【详解】 解： $80 + 80 \times 5.35\% \times 2 = 88.56$ (万元).

故答案为： 88.56 .

12. 一块圆形草坪的周长是 50.24 米，则这块草坪的占地面积是_____平方米.

【答案】 200.96

【解析】

【分析】 本题考查圆的周长和面积公式的应用，熟练掌握圆的周长与面积公式是解题的关键，利用已知周长，代入周长公式可求得圆的半径，再利用圆的面积公式即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 圆形草坪的周长是 50.24 米，

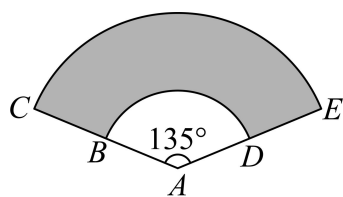
$$\therefore 2\pi r = 50.24\text{m},$$

$$\therefore r = \frac{50.24}{2 \times 3.14} = 8\text{m},$$

$$\therefore \text{这块草坪的占地面积为: } S = \pi r^2 = 3.14 \times 8^2 = 3.14 \times 64 = 200.96\text{m}^2,$$

故答案为： 200.96 .

13. 如图，点 A 为圆心， $AB = 6$ ， $BC = 3$ ，则图中阴影部分的面积是_____ (结果保留 π).



【答案】 $\frac{135\pi}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了扇形面积计算，用扇形 ACE 面积减去扇形 ABD 的面积即可得出答案.

【详解】 解： $\because AB = 6$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore AC = AB + BC = 6 + 3 = 9,$$

图中阴影部分的面积是：

$$S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}ACE} - S_{\text{扇形}ABD}$$

$$= \frac{135\pi \times 9^2}{360} - \frac{135\pi \times 6^2}{360}$$

$$= \frac{135\pi \times 81}{360} - \frac{135\pi \times 36}{360}$$

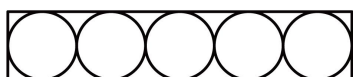
$$= \frac{135\pi}{360} \times (81 - 36)$$

$$= \frac{135\pi}{360} \times 45$$

$$= \frac{135\pi}{8}.$$

故答案为: $\frac{135\pi}{8}$.

14. 如图所示为一个盒子的底面, 这个盒子里正好放 5 瓶牛奶, 已知每瓶牛奶的瓶底半径是 3 厘米, 这个盒子的底面面积是_____平方厘米.



【答案】 180

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的直径, 长方形面积的计算, 根据图形求出长方形的长和宽, 然后再求出长方形的面积即可.

【详解】 解: 根据题意可知: 长方形的长为: $5 \times 2 \times 3 = 30$ (厘米),

长方形的宽为: $2 \times 3 = 6$ (厘米),

$\therefore$ 长方形的面积为: $6 \times 30 = 180$ (平方厘米).

故答案为: 180.

15. 某中学的男生人数是女生人数的 $\frac{4}{5}$, 男女学生人数制成扇形统计图, 在扇形统计图上表示男生的扇形圆心角是_____度.

【答案】 160

【解析】

【分析】 本题考查求扇形统计图的圆心角, 在扇形统计图中, 每部分占总部分的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比. 设女生人数为: x , 则男生人生为: $\frac{4}{5}x$, 则男生的扇形圆心角为:

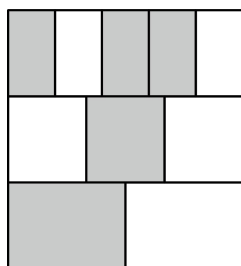
$$360^\circ \times \frac{\frac{4}{5}x}{x + \frac{4}{5}x} = 160^\circ$$

【详解】解：设女生人数为： x ，则男生人数为： $\frac{4}{5}x$ ，

$$\therefore \text{男生的扇形圆心角为：} 360^\circ \times \frac{\frac{4}{5}x}{x + \frac{4}{5}x} = 360^\circ \times \frac{\frac{4}{5}x}{\frac{9}{5}x} = 360^\circ \times \frac{4}{9} = 160^\circ,$$

故答案为：160.

16. 若每行中各个长方形的大小分别一致，则涂色部分面积是空白部分的面积的_____（填几分之几）



【答案】 $\frac{43}{47}$

【解析】

【分析】本题主要考查了分数的应用，用涂色部分的面积除以空白部分的面积，得出结果即可．

【详解】解：将每行中大长方形的面积看作单位1，则涂色部分的面积为：

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{18}{30} + \frac{10}{30} + \frac{15}{30} = \frac{43}{30},$$

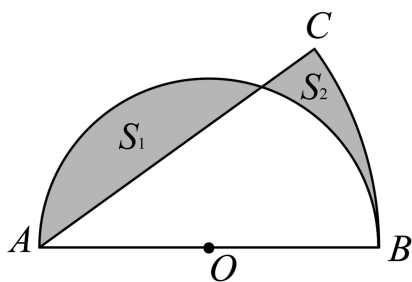
将每行中大长方形的面积看作单位1，则空白部分的面积为：

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{12}{30} + \frac{20}{30} + \frac{15}{30} = \frac{47}{30},$$

$$\text{涂色部分面积是空白部分的面积的 } \frac{\frac{43}{30}}{\frac{47}{30}} = \frac{43}{47}.$$

故答案为： $\frac{43}{47}$.

17. 已知线段 $AB = 20\text{cm}$ ，中点为 O ，以点 O 为圆心、 OA 为半径作半圆，得到扇形 AOB ；以 A 为圆心、 AB 为半径作弧 BC ，连接 AC ，得到扇形 BAC ，已知 $\angle CAB = 36^\circ$ ，则 $S_1 - S_2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$



【答案】 31.4

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是扇形面积的计算公式，解题关键是明确 $S_1 - S_2 = S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{扇形}BAC}$.

根据扇形面积公式求出 $S_{\text{扇形}AOB}$ 、 $S_{\text{扇形}BAC}$ ，再由 $S_1 - S_2 = S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{扇形}BAC}$ 即可得解.

【详解】 解：依题得： $S_{\text{扇形}AOB} = \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 50\pi \text{cm}^2$,

$$S_{\text{扇形}BAC} = \frac{36^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 20^2 = 40\pi \text{cm}^2,$$

$$\text{又 } S_1 = S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{空白部分}}, \quad S_2 = S_{\text{扇形}BAC} - S_{\text{空白部分}},$$

$$\therefore S_1 - S_2 = (S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{空白部分}}) - (S_{\text{扇形}BAC} - S_{\text{空白部分}}),$$

$$= S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{空白部分}} - S_{\text{扇形}BAC} + S_{\text{空白部分}},$$

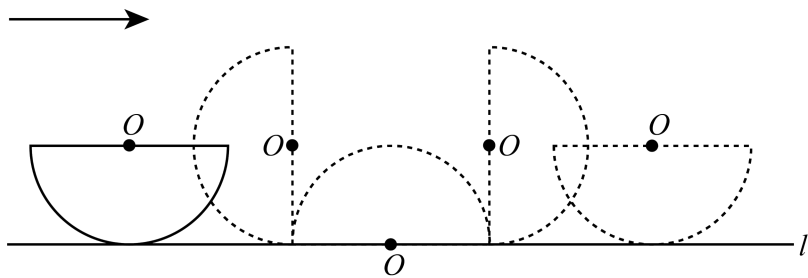
$$= S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{扇形}BAC},$$

$$= 10\pi,$$

$$= 31.4 \text{cm}^2.$$

故答案为： 31.4.

18. 如图，一个半径长为 1 厘米的半圆面，将它沿直线 l 作顺时针方向翻动，翻动一周，那么圆心 O 所经过的路程是_____厘米.



【答案】 2π

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的周长公式的知识，熟练掌握相关公式是解题关键．根据题意可得，圆心 O 所经过的路程是两个 $\frac{1}{4}$ 圆与两条等于 $\frac{1}{4}$ 圆弧长的线段的和，据此求解即可．

【详解】 解：依题意得圆心 O 所经过的路程是两个 $\frac{1}{4}$ 圆与两条等于 $\frac{1}{4}$ 圆弧长的线段的长度的和，
 $\therefore$ 圆心 O 所经过的路程是 $2 \times \frac{1}{4} \times 2 \times 1 \times \pi + 2 \times \frac{1}{4} \times 2 \times \pi \times 1 = 2\pi$ ．

故答案为： 2π ．

三、计算题，要求写出计算的主要步骤：（本大题共 4 题，每题 5 分，共 20 分）

19. 计算： $\frac{5}{3} \times \left(\frac{4}{5} - 50\% \right) + 0.35 \div \frac{7}{6}$

【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数混合运算，解题的关键是熟练掌握运算法则．根据分式混合运算法则进行计算即可．

【详解】 解： $\frac{5}{3} \times \left(\frac{4}{5} - 50\% \right) + 0.35 \div \frac{7}{6}$
 $= \frac{5}{3} \times \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2} \right) + \frac{7}{20} \times \frac{6}{7}$
 $= \frac{5}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$
 $= \frac{1}{2} + \frac{3}{10}$
 $= \frac{4}{5}$ ．

20. 化为最简整数比： 15min:1.5h:1h15min ．

【答案】 1:6:5

【解析】

【分析】 本题主要考查了求比值，解题的关键是熟练掌握比的运算．先单位换算，然后化简整数比即可．

【详解】 解： 15min:1.5h:1h15min
 $= 15:90:75$
 $= (15 \div 15):(90 \div 15):(75 \div 15)$
 $= 1:6:5$ ．

21. 已知 $a:b=0.3:0.5$, $b:c=\frac{1}{5}:\frac{1}{3}$, 求 $a:b:c$.

【答案】 $a:b:c=9:15:25$

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是比例的基本性质, 解题关键是找到中间项在两个比例中的最小公倍数.
先化简已知比例, 再统一中间项的份数, 最后合并比例即可.

【详解】 解: $a:b=0.3:0.5=3:5=(3\times 3):(5\times 3)=9:15$,

$$b:c=\frac{1}{5}:\frac{1}{3}=3:5=(3\times 5):(5\times 5)=15:25,$$

$$\therefore a:b:c=9:15:25.$$

22. 已知 $x:1.8=2\frac{2}{3}:60\%$, 求 x 的值.

【答案】 x 的值是 8.

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是解比例, 解题关键是熟练掌握解比例.
根据解比例方法进行计算即可.

【详解】 解: $\because x:1.8=2\frac{2}{3}:60\%$,

$$\therefore 60\%x=1.8\times 2\frac{2}{3},$$

$$\text{即 } \frac{3}{5}x=\frac{9}{5}\times\frac{8}{3},$$

可得 $x=8$.

$\therefore x$ 的值是 8.

四、简答题 (本大题共 5 题, 共 38 分)

23. 9 月份某玩具生产厂每天可生产玩具 300 件, 每件玩具的成本价为 50 元. 现有两种销售方法: 第一种, 每件玩具加价 10%, 全部批发给零售商; 第二种, 全部由厂家直接销售, 每件玩具加价 15% 作为销售价, 每天也可售出 300 件, 但需每月支付销售门面房和销售人员工资等费用共 7500 元.

如果你是厂长, 应选择哪一种销售方法, 才能获得更多的利润? 多获利多少元?

【答案】 应选择第二种方法销售, 才能获得更多的利润, 多获利 15000 元.

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是百分数的实际应用, 解题关键是正确列出式子并计算.
根据基本的数量关系求出两种销售方法获利的钱数, 再进行比较即可.

【详解】 解: 第一种销售方法所得利润: $300\times 50\times 10\%\times 30=9000\times 5=45000$ (元),

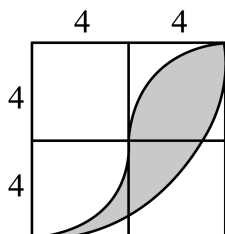
第二种销售方法所得利润： $300 \times 50 \times 15\% \times 30 - 7500 = 67500 - 7500 = 60000$ （元），

$\therefore 60000 > 45000$ ，

$\therefore$ 应选择第二种方法销售，多获利 $60000 - 45000 = 15000$ （元）。

答：应选择第二种方法销售，多获利 15000 元。

24. 如图，请计算阴影部分的周长和面积。（ π 取 3.14）



【答案】阴影部分的周长是 25.12，面积是 18.24

【解析】

【分析】本题主要考查了弧长计算，扇形面积计算，阴影部分面积计算，解题的关键是熟练掌握弧长公式和扇形面积公式，先根据图形求出 $l_{\text{大弧}} = 4\pi$ ， $l_{\text{小弧}} = 2\pi$ ，再求出阴影部分周长即可；先求出

$$S_{\text{大扇}} = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{90 \times \pi \times 8^2}{360} = 16\pi, \quad S_{\text{小正方形}} = 4 \times 4 = 16, \text{ 然后求出阴影部分的面积即可.}$$

$$\text{【详解】解: } l_{\text{大弧}} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{90 \times \pi \times 8}{180} = 4\pi,$$

$$l_{\text{小弧}} = \frac{n\pi r}{180} = \frac{90 \times \pi \times 4}{180} = 2\pi,$$

$$C = l_{\text{大弧}} + 2l_{\text{小弧}} = 4\pi + 4\pi = 8\pi = 25.12;$$

$$S_{\text{大扇}} = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{90 \times \pi \times 8^2}{360} = 16\pi,$$

$$S_{\text{小正方形}} = 4 \times 4 = 16,$$

$$S_{\text{空白}} = 4S_{\text{小正方形}} - S_{\text{大扇形}} + S_{\text{小扇形}} + S_{\text{小正方形}} - S_{\text{小扇形}} + S_{\text{小正方形}}$$

$$= 6S_{\text{小正方形}} - S_{\text{大扇形}},$$

$$S_{\text{阴影}} = 4S_{\text{小正方形}} - S_{\text{空白}} = S_{\text{大扇}} - 2S_{\text{小正方形}} = 16\pi - 32 = 18.24.$$

所以，阴影部分的周长是 25.12，面积是 18.24。

25. 中国新能源汽车的现代产业化进程始于 2001 年，自 2009 年真正进入市场化阶段，由于政府的补贴、牌照政策，中国迅速成为全球最大的新能源汽车市场，据统计 2018 年汽车销售约 126 万辆，同比增长 61.7%，

由于政府补贴大幅退坡，2019 年比 2018 年销售下降约 4%，但随着充电设施的逐渐完备，新能源汽车的销量不断增长，2023 年汽车总销量约 948 万辆，2024 年约 1288 万辆.

- (1) 求 2019 年全国销售多少万辆？
- (2) 请尝试计算 2024 年的汽车销量较 2023 年的增长率约是多少？（百分号前保留一位小数）

【答案】(1) 120.96 万辆

(2) 35.9%

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的计算，解题的关键是理解百分数的意义.

- (1) 根据百分数的意义，列出算式进行计算即可；
- (2) 根据百分数意义，求出结果即可.

【小问 1 详解】

解： $126 \times (1 - 4\%) = 120.96$ （万辆），

答：2019 年全国销售 120.96 万辆；

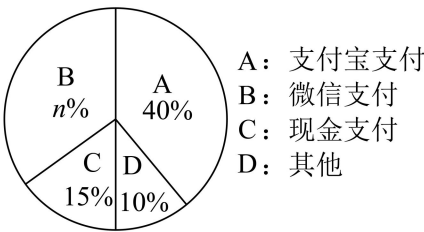
【小问 2 详解】

解： $\frac{1288 - 948}{948} \times 100\% \approx 35.9\%$ ，

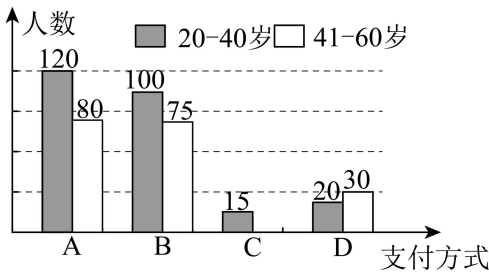
答：2024 年的汽车销量较 2023 年的增长率约 35.9%.

26. 随着社会的经济发展，支付方式也在变得多样，为了了解 20~60 岁居民“最喜欢的支付方式”，某兴趣小组对社区内该年龄段的部分居民展开了随机问卷调查（每人只能选择其中一项），下发 520 份问卷，经统计回收的有效问卷，并将调查数据整理后绘成如下两幅不完整的统计图.

各种支付方式的扇形统计图



各种支付方式的条形统计图



- (1) 将图 2 补充完整，并计算 $n\% =$ _____ % .
- (2) 扇形统计图中，“微信支付”部分所对应的扇形的圆心角为 _____
- (3) 根据相关信息，你认为在 41~60 岁之间，使用微信支付的人数比支付宝支付的人数少 _____ % .
- (4) 请根据图中信息估计该社区中 20~60 岁的居民约 10000 人，估算其中 20~40 岁的人中最喜欢现金

支付方式的人数为_____人.

【答案】(1) 见解析; 35

(2) 126°

(3) 6.25

(4) 300

【解析】

【分析】(1) 根据喜欢支付宝支付的人数 $\div$ 其所占各种支付方式的比例=参与问卷调查的总人数, 然后再求出现金支付的人数, 最后补全条形统计图; 用微信支付的人数除以总人数, 求出微信支付所占的百分比即可;

(2) 用 $360^\circ \times 35\%$ 即可得出“微信支付”部分的圆心角的度数;

(3) 根据统计图求出在 41~60 岁之间, 使用微信支付的人数与支付宝支付的人数之差, 再求出百分比即可;

(4) 用样本估计总体, 即可求出结论.

【小问 1 详解】

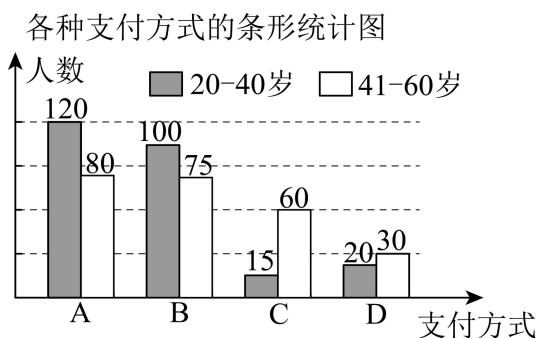
解: $(120+80) \div 40\% = 500$ (人),

即参与问卷调查的总人数为 500 人,

现金支付的总人数为: $500 \times 15\% = 75$,

现金支付的总人数中 20~40 岁的人数为 $75 - 15 = 60$ (人),

补全条形统计图, 如图所示:



$1 - 15\% - 10\% - 40\% = 35\%$,

即 $n = 35$.

【小问 2 详解】

解: $360^\circ \times 35\% = 126^\circ$,

答: 扇形统计图中, “微信支付”部分所对应的扇形的圆心角为 126° ;

【小问 3 详解】

解: $80 - 75 = 5$ (人),

$$\frac{5}{80} \times 100\% = 6.25\%,$$

答: 在 41~60 岁之间, 使用微信支付的人数比支付宝支付的人数少 6.25%.

【小问 4 详解】

解: $10000 \times \frac{15}{500} = 300$ (人)

答: 其中 20~40 岁的人中最喜欢现金支付方式的人数为 300 人.

【点睛】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 样本估计总体, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

27. 最近在学习圆相关的知识, 老师让同学们思考一个问题: 为什么车轮一般要设计成圆形? 经过查阅资料, A 组同学发现: 在图形的运动中, 圆形的车轮在滚动时, 能使车轴与地面的距离始终保持不变, 不会产生颠簸, 而且能更顺畅的改变方向等等. 于是, A 组同学思考如下问题: (本题最终结果保留 π)

(1) 已知线段 $AB = 14$, 一个半径长为 1 的圆, 沿着 $A \rightarrow B$ 滚动, 则扫过的面积是_____



组内同学讨论, 画出圆运动过程的图形如图所示.

请你根据以上信息, 完成下列各题 (本题最终结果保留 π)

(2) 如图 1, 已知线段 $AB = 8$, $BC = 6$, $\angle ABC = 90^\circ$, 一个半径长为 1 的圆沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的内侧滚动, 求该圆滚动过程中所扫过的面积.

(3) 如图 2, 已知线段 $AB = 8$, $BC = 6$, $\angle ABC = 90^\circ$, 一个半径长为 1 的圆沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的外侧滚动, 求该圆滚动过程中所扫过的面积.

(4) 如图 3, 已知线段 $AB = 8$, $BC = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$, 一个半径长为 1 的圆沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的外侧滚动, 则该圆滚动过程中所扫过的面积是_____.

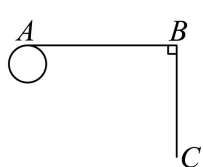


图1

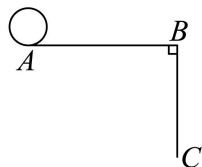


图2

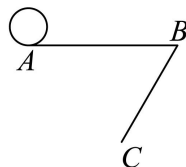


图3

【答案】 (1) $28 + \pi$ (2) $23 + \frac{5}{4}\pi$ (3) $28 + 2\pi$ (4) $28 + \frac{7\pi}{3}$

【解析】

【分析】(1) 扫过的面积即为一个长为 AB ，宽为圆的直径的长方形面积和一个半径长为1的圆的面积；

(2) 该圆滚动过程中所扫过的面积为矩形 $ABDE$ 的面积加上矩形 $CDFG$ 的面积，加上一个圆的面积，再减去 $\angle B$ 处的拐角面积，而 $\angle B$ 处的拐角面积等于边长为1的正方形面积减去 $\frac{1}{4}$ 个圆的面积；

(3) 该圆滚动过程中所扫过的面积为矩形 $CDEF$ 的面积加上矩形 $ABFG$ 的面积，加上一个圆的面积，再减去 $\angle E$ 处的拐角面积，而 $\angle E$ 处的拐角面积等于边长为1的正方形面积减去 $\frac{1}{4}$ 个圆的面积；

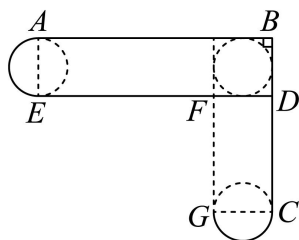
(4) 该圆滚动过程中所扫过的面积为矩形 $CDEB$ 的面积加上矩形 $ABFG$ 的面积，加上一个圆的面积，再加上扇形 BEF 的面积，而扇形 BEF 的面积是半径是2、圆心角是 120° 。

【详解】解：(1) 由图得，扫过的面积即为一个长为 AB ，宽为圆的直径的长方形面积和一个半径长为1的圆的面积，

$$\therefore \text{扫过的面积} = 14 \times 1 \times 2 + \pi \times 1^2 = 28 + \pi.$$

故答案为： $28 + \pi$ 。

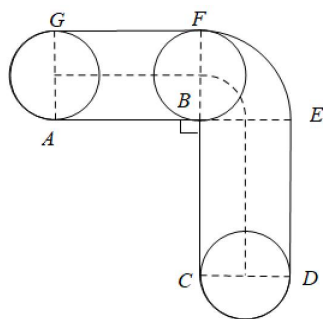
(2) 该圆滚动过程如下图：



即该圆滚动过程中所扫过的面积为矩形 $ABDE$ 的面积加上矩形 $CDFG$ 的面积，加上一个圆的面积，再减去 $\angle B$ 处的拐角面积，而 $\angle B$ 处的拐角面积等于边长为1的正方形面积减去 $\frac{1}{4}$ 个圆的面积，

$$\therefore \text{扫过的面积} = 8 \times 2 + (6 - 2) \times 2 + \pi \times 1^2 - \left(1^2 - \frac{1}{4} \pi \times 1^2\right) = 23 + \frac{5}{4} \pi$$

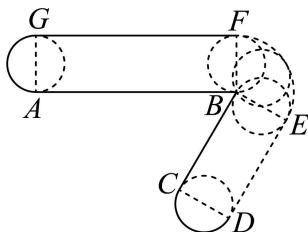
(3) 该圆滚动过程如下图：



即该圆滚动过程中所扫过的面积为矩形 $CDEB$ 的面积加上矩形 $ABFG$ 的面积，加上一个圆的面积，再加上转弯处一个圆心角为直角，半径为2的扇形的面积，

$$\therefore \text{扫过的面积} = 6 \times 2 + 8 \times 2 + \pi \times 1^2 + \frac{1}{4} \pi \times 2^2 = 28 + 2\pi .$$

(4) 该圆滚动过程如下图：



即该圆滚动过程中所扫过的面积为矩形 $CDEB$ 的面积加上矩形 $ABFG$ 的面积，加上一个圆的面积，再加上扇形 BEF 的面积，而扇形 BEF 的面积是半径是 2、圆心角是 $360^\circ - 90^\circ \times 2 - 60^\circ = 120^\circ$ ，

$$\therefore \text{扫过的面积} = 6 \times 2 + 8 \times 2 + \pi \times 1^2 + \frac{120\pi \times 2^2}{360} = 28 + \frac{7}{3}\pi .$$

故答案为： $28 + \frac{7}{3}\pi$.

【点睛】 本题考查的知识点是含圆的组合图形的面积计算、扇形的面积公式，解题关键是理清楚圆的滚动过程.