

上海科技大学附属学校 2024-2025 学年第二学期期中测评

六年级数学试卷

(时间: 90 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 2 分, 满分 16 分)

1. 某班今天有 38 人出勤, 有 2 人缺勤, 则该班的出勤率是 ()

- A. 98% B. 97% C. 96% D. 95%

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的应用, 理解出勤率是解题的关键. 根据出勤率 = 出勤人数 $\div$ 应到人数 $\times 100\%$, 列式计算即可.

【详解】 解: 由题意可知, $38 \div (38 + 2) \times 100\% = 38 \div 40 \times 100\% = 95\%$,
即该班的出勤率是 95%,
故选: D.

2. 一个圆的直径由 4 厘米增加到 12 厘米后, 则其周长变为原来的 ()

- A. 2 倍 B. 3 倍 C. 6 倍 D. 9 倍

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查的是圆的周长的计算, 圆的周长与直径成正比, 直接利用周长公式计算变化前后的比值即可.

【详解】 解: 当直径为 4 厘米时, 周长 $C_1 = \pi d_1 = \pi \times 4 = 4\pi$ 厘米,
当直径增加到 12 厘米时, 周长 $C_2 = \pi d_2 = \pi \times 12 = 12\pi$ 厘米,
 $\therefore$ 周长变化的倍数为 $\frac{C_2}{C_1} = \frac{12\pi}{4\pi} = 3$,

因此, 周长变为原来的 3 倍, 对应选项 B,

故选: B

3. 下列调查适合做抽样调查的是 ()

- A. 对搭乘高铁的乘客进行安全检查
B. 调查一批 LED 节能灯管的使用寿命
C. 审核书稿中的错别字

D. 对六（6）班同学的视力进行调查

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查抽样调查和全面调查，熟知两种调查的特点是正确解答此题的关键.

根据抽样调查和全面调查的特点进行判断：抽样调查适用于调查对象数量大、具有破坏性或无法全面调查的情况；全面调查适用于结果要求精确或样本较小的情况，据此进行逐项分析即可作答.

【详解】解：A. 对高铁乘客安检必须全面检查，确保安全，适合全面调查；

B. 调查LED灯管寿命具有破坏性（测试至损坏），适合抽样调查；

C. 审核错别字需逐字检查，适合全面调查；

D. 六（6）班人数较少，易实施全面调查.

故选B.

4. 下列说法正确的是（ ）

A. 如果 $a:b=2:3$ ，那么 $a=2, b=3$

B. 如果 $a:b=2:3$ ，那么 $2a=3b$

C. 如果 $a:b=2:3$ ，那么 $\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$

D. 如果 $a:b=2:3$ ，那么 $\frac{b}{2}=\frac{3}{a}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了比例的基本性质，能正确根据比例的基本性质进行变形是解此题的关键. 根据比例的基本性质逐个判断即可.

【详解】解：A. 当 $a=4, b=6$ 时， $a:b=2:3$ 也成立，故本选项不符合题意；

B. $a:b=2:3, 3a=2b$ ，故本选项不符合题意；

C. $a:b=2:3, \frac{b}{a}=\frac{3}{2}$ ，故本选项符合题意；

D. $a:b=2:3, 2b=3a$ ，等式两边除以4，得 $\frac{b}{2}=\frac{3a}{4}$ ，故本选项不符合题意.

故选：C.

5. 已知方程组 $\begin{cases} 3x-y=12 \\ x-3y=-4 \end{cases}$ ，则 $x-y$ 等于（ ）

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查解二元一次方程组，把方程组中的两个方程相加即可得到答案.

【详解】解：
$$\begin{cases} 3x - y = 12 \text{①} \\ x - 3y = -4 \text{②} \end{cases}$$

① + ② 得： $4x - 4y = 8$,

$\therefore x - y = 2$,

故选： B.

6. 【打折销售】一个玩具打九五折出售，正好比原价便宜了16元，求这个玩具打折后的售价是多少元，正确的列式是（ ）

- A. $16 \div 95\%$ B. $16 \div (1 - 95\%)$ C. $16 \times (1 - 95\%)$ D. $16 \div (1 - 95\%) \times 95\%$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了百分数的实际应用，根据题意列出算式即可，掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】把原价看作单位“1”，由题意，“打九五折出售”是指现价比原价少了 $(1 - 95\%)$ ，由“正好比原价便宜了16元”，也就是现价比原价少16元，少了 $(1 - 95\%)$ ，那么这件商品的原价是 $16 \div (1 - 95\%)$ ，然后再乘95%，

$\therefore$ 列式为： $16 \div (1 - 95\%) \times 95\%$,

故选： D.

7. 三元一次方程组
$$\begin{cases} 5x + 4y + z = 0 \\ 3x + y - 4z = 11 \\ x + y + z = -2 \end{cases}$$
 消除未知数 z 后，得到的二元一次方程组是（ ）

A.
$$\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 7x + 5y = 3 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 4x + 3y = 2 \\ 23x + 17y = 11 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 7x + 5y = 3 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 3x + 4y = 2 \\ 23x + 17y = 11 \end{cases}$$

【答案】 AB

【解析】

【分析】 本题考查解三元一次方程组，解题的关键是明确题意，会用消元法解方程组.

通过加减消元法消去未知数 z ，将三元方程组转化为二元方程组.

【详解】解：
$$\begin{cases} 5x+4y+z=0 & \text{①} \\ 3x+y-4z=11 & \text{②} \\ x+y+z=-2 & \text{③} \end{cases}$$

①-③得， $4x+3y=2$,

③×4+②得： $7x+5y=3$,

∴三元一次方程组
$$\begin{cases} 5x+4y+z=0 \\ 3x+y-4z=11 \\ x+y+z=-2 \end{cases}$$
 消去未知数 z 后，得到的二元一次方程组是
$$\begin{cases} 4x+3y=2 \\ 7x+5y=3 \end{cases}$$

或
$$\begin{cases} 5x+4y+z=0 & \text{①} \\ 3x+y-4z=11 & \text{②} \\ x+y+z=-2 & \text{③} \end{cases}$$

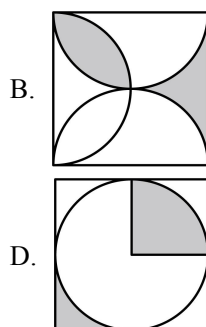
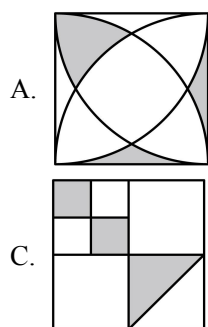
①-③得， $4x+3y=2$ ④,

①×4+②得： $23x+17y=11$,

∴三元一次方程组
$$\begin{cases} 5x+4y+z=0 \\ 3x+y-4z=11 \\ x+y+z=-2 \end{cases}$$
 消去未知数 z 后，得到的二元一次方程组是
$$\begin{cases} 4x+3y=2 \\ 23x+17y=11 \end{cases}$$

故选：AB.

8. 下列四个图中，阴影部分面积不等于正方形面积的 25% 的是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】 本题考查了不规则图形的面积，解题的关键是将不规则图形转化为规则图形.

借助割补法，将不规则图形转化为规则图形，对比选项分析判断即可.

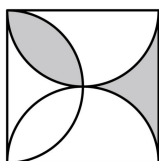
【详解】解： $25\% = \frac{1}{4}$

根据观察，结合割补法可知，

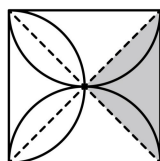
选项 A 中阴影部分面积不等于正方形面积的 $\frac{1}{4}$ ，选项 B、C、D 中阴影部分面积等于正方形面积的 $\frac{1}{4}$ ，

$\therefore$ 只有选项 A 符合题意，

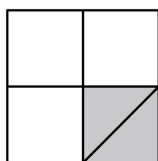
故选：A。



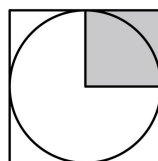
A



B



C



D

二、填空题（本大题共 14 题，每题 2 分，满分 28 分）

9. 用圆规画一个周长是 25.12cm 的圆，圆规两脚间张开的距离是 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$ 。（ $\pi \approx 3.14$ ）

【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了圆的周长，熟练掌握圆的周长计算方法是解题的关键。

根据圆的周长公式，计算即可得到答案。

【详解】解：圆规两脚之间的距离是，

$$\frac{25.12}{2\pi} \approx \frac{25.12}{2 \times 3.14} = 4\text{cm}；$$

故答案为：4。

10. 大圆的半径是 6cm ，小圆的半径是 4cm ，则大圆面积与小圆面积的比值是 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】本题考查了比的基本性质，圆的面积公式，解题的关键是掌握相关知识。

根据圆的面积公式 $S = \pi r^2$ 分别求出大、小圆的面积，然后求比，最后根据比的基本性质化简即可。

【详解】解：大圆的面积为： $6^2\pi = 36\pi\text{cm}^2$ ，

小圆的面积为： $4^2\pi = 16\pi\text{cm}^2$ ，

大圆面积与小圆面积比为 $36\pi : 16\pi = 9 : 4 = \frac{9}{4}$ ，

故答案为： $\frac{9}{4}$ 。

11. 已知 8 是 x 和 16 的比例中项，那么 x 的值为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 。

【答案】4

【解析】

【分析】根据比例中项的概念，求解即可，如果 a 、 b 、 c 三个量成连比例即 $a:b=b:c$ ，即 $b^2=ac$ ， b 叫做 a 和 c 的比例中项

【详解】解：由题意可得： $16x=8^2$ ，

解得 $x=4$ ，

故答案为：4

【点睛】本题考查了比例线段，解题的关键是熟悉比例中项的定义．

12. 已知 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 二元一次方程 $x+ky=8$ 的一个解，则 k 的值为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程的解，熟知二元一次方程的解即为能使方程成立的未知数的值是解本题的关键．

把 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程计算即可求出 k 的值．

【详解】解：∵ $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 是二元一次方程 $x+ky=8$ 的一个解，

将 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 代入 $x+ky=8$ 得： $2+3k=8$ ，

解得： $k=2$ ，

故答案为：2.

13. 已知： $\begin{cases} x=2+3t \\ y=4-t \end{cases}$ ，则用 x 的代数式表示 y 为_____.

【答案】 $y=-\frac{1}{3}x+\frac{14}{3}$

【解析】

【分析】方程组消元 t 得到 y 与 x 的方程，把 x 看做已知数求出 y 即可．

【详解】 $\begin{cases} x=2+3t \text{ ①} \\ y=4-t \text{ ②} \end{cases}$

①+②×3 得： $x+3y=14$ ，

解得： $y=-\frac{1}{3}x+\frac{14}{3}$

故答案是： $y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$.

【点睛】考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

14. 在手机地图上测得从家到学校的图上距离是3.4厘米，已知手机地图的比例尺是1:250000，则从家到学校的实际距离是_____千米.

【答案】8.5

【解析】

【分析】本题考查了比例尺，熟练运用比例尺=图上距离÷实际距离进行计算是解题的关键. 根据比例尺=图上距离÷实际距离进行计算.

【详解】解：家到学校的实际距离是 $3.4 \div \frac{1}{250000} = 850000\text{cm} = 8.5\text{km}$ ；

故答案为：8.5.

15. 已知 $a:b=5:3$ ， $b:c=2:5$ ，则 $a:b:c=_____$.

【答案】10:6:15

【解析】

【分析】本题主要考查比例的基本性质，熟练掌握比例的性质是解决本题的关键. 根据比例的基本性质求解即可.

【详解】解： $\because b:c=2:5$ ，

$\therefore$ 设 $b=6x$ ，则 $c=15x$ ，

$\because a:b=5:3$ ，

$\therefore a=10x$.

$\therefore a:b:c=10x:6x:15x=10:6:15$.

故答案为：10:6:15.

16. 扇形的弧长是 10π 米，半径是10米，则扇形的面积是_____平方米. (结果保留 π)

【答案】 50π

【解析】

【分析】本题考查了扇形面积公式. 直接根据 $S = \frac{1}{2}LR$ 计算即可.

【详解】解： $\because$ 扇形的弧长是 10π 米，半径是10米，

$\therefore$ 扇形的面积 $S = \frac{1}{2} \times 10\pi \times 10 = 50\pi$ ，

故答案为： 50π .

17. 类似于百分数的定义, 我们将两个数量的比值写成 $\frac{n}{1000}$ 的形式, 这种形式的数叫作千分数, 记作 $n\text{‰}$,

如果 $p\text{‰} = q\%$, 则 $p:q$ 的值为_____.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了百分数的应用.

根据百分数和千分数的定义作答即可.

【详解】 解: $p\text{‰} = \frac{p}{1000}$, $q\% = \frac{q}{100} = \frac{10q}{1000}$,

$\therefore p\text{‰} = q\%$,

$\therefore \frac{p}{1000} = \frac{10q}{1000}$,

$\therefore p:q = 10$,

故答案为: 10.

18. 某企业 2024 年的年产量为 180 万吨, 预计每年产量将比上一年增长 10%, 则 2026 年的预计年产量为_____万吨.

【答案】 217.8

【解析】

【分析】 本题考查了含乘方的有理数的混合运算的实际应用.

由题意得下一年是前一年的产量乘以 $(1+10\%)$, 据此即可求解.

【详解】 解: 由题意得, 2026 年的预计年产量为 $180 \times (1+10\%)^2 = 217.8$ (万吨)

故答案为: 217.8.

19. 小明把 8000 元压岁钱存入银行, 定期三年, 已知银行三年期存款的年利率是 2.5%, 到期后, 小明将本金与利息从银行全部取出, 则共取出_____元.

【答案】 8600

【解析】

【分析】 本题考查利息问题, 涉及定期存款本息计算公式: 本息 = 本金 $\times$ $(1 + \text{年利率} \times \text{年数})$. 将题中数据代入计算即可求解.

【详解】 解: $8000 \times (1 + 2.5\% \times 3) = 8600$,

故答案为: 8600.

20. 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的方程 $mx + ny = 5$ 的两个解, 当 y 取不小于 -2 的负数时, x 的取值范围是_____.

【答案】 $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程的解, 一元一次不等式组的应用, 解题的关键是理解题意, 熟练掌握二元一次方程组的解法. 先根据 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的方程 $mx + ny = 5$ 的两个解, 求出 $m = 10$, $n = -5$, 得出 $10x - 5y = 5$, 再根据当 y 取不小于 -2 的负数时, $\begin{cases} 2x-1 < 0 \\ 2x-1 \geq -2 \end{cases}$, 解不等式组, 即可得出答案.

【详解】 解: $\because \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 是关于 x, y 的方程 $mx + ny = 5$ 的两个解,

$$\therefore \begin{cases} m+n=5 \text{ ①} \\ 2m+3n=5 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 3 - \text{②}, \text{ 得 } m = 10,$$

$$\text{把 } m = 10 \text{ 代入 ①, 得 } 10 + n = 5,$$

$$\text{解得: } n = -5,$$

$$\therefore 10x - 5y = 5,$$

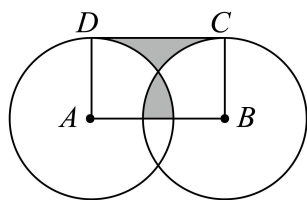
$$\therefore y = 2x - 1,$$

$$\text{当 } y \text{ 取不小于 } -2 \text{ 的负数时, } \begin{cases} 2x-1 < 0 \\ 2x-1 \geq -2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}.$$

21. 如图, 分别以长方形 $ABCD$ 的顶点 A 和 B 为圆心, 作半径为 4 的两个圆正好分别经过 C 、 D 两点, 若图中两块阴影部分的面积相等, 则 AB 的长度是_____. (结果保留 π)



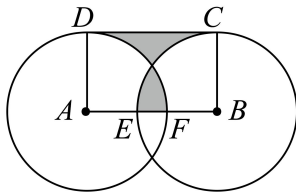
【答案】 2π

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的面积计算，不规则图形的面积，设每个阴影的面积为 M ，求出

$S_{\text{扇形}DAF} = S_{\text{扇形}CBE} = \frac{1}{4} \times \rho \times 4^2 = 4\rho$ ，根据 $S_{\text{扇形}DAF} + S_{\text{扇形}CBE} - M = S_{\text{长方形}ABCD} - M$ ，求出结果结果即可.

【详解】 解： 如图所示，



设每个阴影的面积为 M ，

$\because$ 两个圆的半径为 4，

$$\therefore S_{\text{扇形}DAF} = S_{\text{扇形}CBE} = \frac{1}{4} \times \rho \times 4^2 = 4\rho,$$

$$\therefore S_{\text{扇形}DAF} + S_{\text{扇形}CBE} - M = S_{\text{长方形}ABCD} - M,$$

$$\therefore 4\rho + 4\rho - M = 4AB - M,$$

解得： $AB = 2\pi$.

故答案为： 2π .

22. 对于有理数 x ， y 定义新运算： $x \otimes y = ax + by + c$ ， 其中 a ， b ， c 均为常数. 已知 $3 \otimes 6 = 18$ ，

$4 \otimes 7 = 28$ ， 则 $(-1) \otimes 2$ 的值为_____.

【答案】 -22

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的加减混合运算、三元一次方程组等知识点，熟练掌握有理数的加减混合运算顺序，解三元一次方程组的方法是解题关键.

根据新定义运算得出 $\begin{cases} 3a + 6b + c = 18 \\ 4a + 7b + c = 28 \end{cases}$ ， 求出 $-a + 2b + c = -22$ ， 进而完成解答.

【详解】 解： $\because x \otimes y = ax + by + c$ ， $3 \otimes 6 = 18$ ， $4 \otimes 7 = 28$ ，

$$\therefore \begin{cases} 3a+6b+c=18 \text{①} \\ 4a+7b+c=28 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{①}-\text{②}, \text{得 } a+b=10 \text{③},$$

$$\text{①}-4\times \text{③} \text{ 可得: } -a+2b+c=-22,$$

$$\therefore (-1)\otimes 2=-a+2b+c=-22.$$

故答案为: -22 .

三、解答题 (本大题共 7 题, 第 23 题 9 分, 第 24~26 题每题 7 分, 第 27~28 题每题 8 分, 第 29 题 10 分, 满分 56 分)

23. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} 3x-y=-4 \\ x-2y=3 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} 3x-2y+20=0 \\ 2x+15y-3=0 \end{cases};$$

$$(3) \begin{cases} x+2y-z=1 \\ 3x-3y+z=2 \\ 2x+3y+z=7 \end{cases}.$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x=-\frac{11}{5} \\ y=-\frac{13}{5} \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x=-6 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查解方程组, 熟练掌握消元法解方程组是解题的关键:

- (1) 代入消元法解方程组即可;
- (2) 加减消元法解方程组即可;
- (3) 加减消元法解方程组即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{cases} 3x - y = -4 \text{ ①} \\ x - 2y = 3 \text{ ②} \end{cases},$$

由②得 $x = 2y + 3$ ③,

把③代入①, 得 $3(2y + 3) - y = -4$, 解得: $y = -\frac{13}{5}$,

把 $y = -\frac{13}{5}$ 代入③, 得 $x = 2 \times \left(-\frac{13}{5}\right) + 3 = -\frac{11}{5}$,

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = -\frac{11}{5} \\ y = -\frac{13}{5} \end{cases}.$$

【小问 2 详解】

$$\begin{cases} 3x - 2y = -20 \text{ ①} \\ 2x + 15y = 3 \text{ ②} \end{cases},$$

① $\times 2$, 得 $6x - 4y = -40$ ③,

② $\times 3$, 得 $6x + 45y = 9$ ④,

④ $-$ ③, 得 $49y = 49$, 解得: $y = 1$,

把 $y = 1$ 代入②, 得 $2x + 15 \times 1 = 3$, 解得: $x = -6$,

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = -6 \\ y = 1 \end{cases}.$$

【小问 3 详解】

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 & \text{①} \\ 3x - 3y + z = 2 & \text{②}, \\ 2x + 3y + z = 7 & \text{③} \end{cases}$$

① $+$ ②, 得 $4x - y = 3$ ④,

① $+$ ③, 得 $3x + 5y = 8$ ⑤,

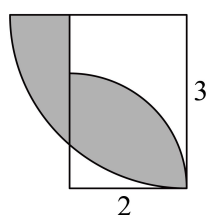
由④和⑤组成一个二元一次方程组: $\begin{cases} 4x - y = 3 \\ 3x + 5y = 8 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$,

把 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 代入①, 得 $1+2-z=1$, 解得: $z=2$,

所以方程组的解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases}$.

24. 求图中阴影部分的周长与面积. (长度单位: 厘米, 计算结果保留 π)



【答案】 阴影部分的周长为 $\left(2 + \frac{5}{2}\pi\right)\text{cm}$, 阴影部分的面积为 $\left(\frac{13\pi}{4} - 6\right)\text{cm}^2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了阴影部分周长和面积的计算, 熟练掌握扇形面积公式和圆的周长计算, 是解题的关键. 根据弧长和圆的面积和周长计算公式进行计算即可.

【详解】 解: 阴影部分的周长: $1+1+\frac{90}{360}\times 2\pi\times(3+2)=\left(2+\frac{5}{2}\pi\right)\text{cm}$,

上部空白面积 $=2\times 3-\pi=(6-\pi)\text{cm}^2$;

阴影部分的面积 $=\frac{9\pi}{4}-6+\pi=\left(\frac{13\pi}{4}-6\right)\text{cm}^2$.

25. 已知 $a:b:c=2:3:4$.

(1) 求 $\frac{a+b}{b+c}$ 的值;

(2) 若 $2b-c$ 的值不大于 6, 求 $a+b+c$ 的取值范围.

【答案】 (1) $\frac{5}{7}$

(2) $a+b+c\leq 27$ 且 $a+b+c\neq 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了比的运算, 解不等式, 熟练掌握比的意义, 是解题的关键.

(1) 设 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$, 代入 $\frac{a+b}{b+c}$ 求出结果即可;

(2) 设 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$, $k \neq 0$, 根据 $2b - c \leq 6$, 得出 $6k - 4k \leq 6$, 求出 k 的取值范围, 根据 $a + b + c = 2k + 3k + 4k = 9k$, 求出 $a + b + c$ 的取值范围即可.

【小问 1 详解】

解: $\because a : b : c = 2 : 3 : 4$,

$\therefore$ 设 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$,

$$\therefore \frac{a+b}{b+c} = \frac{2k+3k}{3k+4k} = \frac{5}{7}.$$

【小问 2 详解】

解: $\because a : b : c = 2 : 3 : 4$,

$\therefore$ 设 $a = 2k$, $b = 3k$, $c = 4k$, $k \neq 0$,

$\because 2b - c \leq 6$,

$$\therefore 6k - 4k \leq 6,$$

解得: $k \leq 3$ 且 $k \neq 0$,

$$\therefore a + b + c = 2k + 3k + 4k = 9k,$$

$$\therefore a + b + c \leq 27 \text{ 且 } a + b + c \neq 0.$$

26. 操场上有一群学生玩游戏, 其中男生与女生的人数比是 $3 : 2$, 后来又有 6 名女生参加, 此时男生与女生的人数比为 $5 : 4$, 求原来各有多少名男生和女生?

【答案】男生 45 人, 女生 30 人

【解析】

【详解】分析: 根据比例设男生与女生原来的人数分别为 $3k$ 、 $2k$, 然后根据增加 6 名女生后的人数列出方程求出 k 的值, 计算即可得解.

本题解析: 设男生与女生原来的人数分别为 $3k$ 、 $2k$,

$$\text{由题意得, } \frac{3k}{2k+6} = \frac{5}{4},$$

$$\text{整理得, } 12k = 10k + 30,$$

$$\text{解得 } k = 15,$$

$$3k = 3 \times 15 = 45,$$

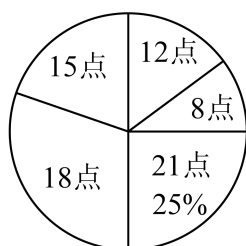
$$2k = 2 \times 15 = 30.$$

答：原来各有 45 名、30 名男生和女生.

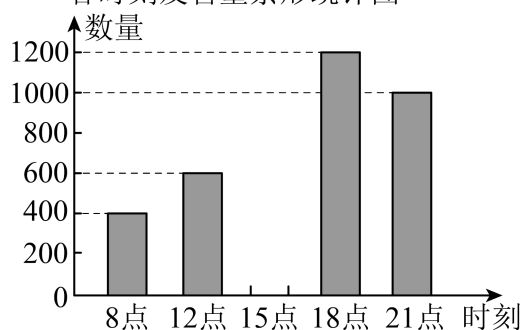
点睛：本题考查了比例的性质，利用“设 k 法”表示出原来的男女生人数，列出方程是解答本题的关键.

27. 艺术节组委会在售票平台上发售演出门票，在 4 月 1 日 8 点，12 点，15 点，18 点，21 点五个时刻对一场热门的演唱会门票进行分时段限量发售. 现绘制了如下的门票发售量统计图（部分信息未给出），根据图中给出的信息解答下列问题：

各时刻发售量扇形统计图



各时刻发售量条形统计图



- (1) 4 月 1 日共发售_____张演唱会门票；
- (2) 在扇形统计图中，18 点对应的扇形圆心角的大小是_____度；
- (3) 补全条形统计图；
- (4) 经过调查发现：在限量发售活动中，8 点，12 点，15 点，18 点，21 点五个时刻的参与抢购门票人数分别是 2 万，4 万，5 万，10 万和 10 万. 小张参与了 12 点和 21 点两个时刻的门票抢购，问在哪一时刻抢购的成功率更高？

【答案】(1) 4000

(2) 108 (3) 见解析

(4) 12 点抢购的成功率更高

【解析】

【分析】(1) 结合图形可知 21 点发售了 1000 张，所占比例为 25%，所以一天总共发售 $1000 \div 25\% = 4000$ 张；

(2) 利用 18 点发售了 1200 张，所以对应的扇形圆心角度数是 $\frac{1200}{4000} \times 360^\circ = 108^\circ$ ；

(3) 由图可知：15 点发售了 $4000 - 400 - 600 - 1200 - 1000 = 800$ 张，即可补全图形；

(4) 根据概率公式求出每个时刻抢到的概率，比较大小即可知道 12 点抢购的成功率更高.

【小问 1 详解】

解：由题可知：该商家 4 月 1 日共发售演唱会门票 $1000 \div 25\% = 4000$ （张），

故答案是：4000；

【小问 2 详解】

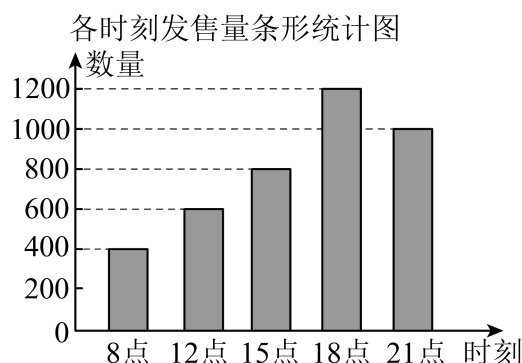
解：由题意可知：扇形统计图中，18 点对应的扇形圆心角度数是 $\frac{1200}{4000} \times 360^\circ = 108^\circ$ ，

故答案是：108；

【小问 3 详解】

解：由图可知：15 点发售了 $4000 - 400 - 600 - 1200 - 1000 = 800$ （张），

补全条形统计图；



【小问 4 详解】

解：12 点时抢购的成功率为 $\frac{600}{40000} = 0.015$ ，

21 点时抢购的成功率为 $\frac{1000}{100000} = 0.01$ ，

$\therefore$ 12 点抢购的成功率更高。

【点睛】本题考查扇形统计图和条形统计图，求扇形统计图中的圆心角，概率公式，画条形统计图，解题的关键是理解题意，结合图形获取信息，根据样本所占比估计出总体数量。

28. 某超市实行优惠促销活动：如果一次购物不超过 100 元不给优惠；超过 100 元，而不超过 300 元时，按该次购物全额的九折优惠；如果超过 300 元，则其中 300 元按九折优惠，超过 300 元的部分按八折优惠。

(1) 如果小红购买物品标价是 380 元，则小红实际付款多少元？

(2) 如果小美两次购物分别实际付款 108 元和 318 元，现小丽决定一次购买小美分两次购买的同样物品，那么小丽的一次付款金额比小美的两次付款的总金额节省了百分之几？（结果精确到 0.1%）

【答案】(1) 小红实际共付款 334 元

(2) 小丽的购买方法比小美节省了约 2.8%

【解析】

【分析】本题主要考查了百分数的应用，一元一次方程的应用，解题的关键是理解题意，根据题意列出算式进行计算即可。

(1) 根据题意列出算式进行计算即可；

(2) 设小美付款为 318 元的商品总价是 x 元，根据题意列出方程，解方程求出 $x = 360$ ，得出付款为 318

元的总价，然后求出另外一种商品的原价，最后列式求出结果即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } (380-300) \times 80\% + 300 \times 90\% = 334,$$

答: 小红实际共付款 334 元;

【小问 2 详解】

解: 设小美付款为 318 元的商品总价是 x 元,

$$(x-300) \times 80\% + 300 \times 90\% = 318,$$

$$\text{解得: } x = 360,$$

$$108 \div 90\% = 120 \text{ (元)},$$

$$(108+318) - [(120+360-300) \times 80\% + 300 \times 90\%]$$

$$= 426 - [180 \times 80\% + 300 \times 90\%]$$

$$= 12 \text{ (元)},$$

$$\frac{12}{108+318} \times 100\%$$

$$= \frac{2}{71} \times 100\%$$

$$\approx 2.8\%$$

小丽的购买方法比小美节省了约 2.8% .

29. 规定: 形如 $x+ky=b$ 与 $kx+y=b$ 的两个关于 x, y 的方程互为“共轭二元一次方程”, 其中 $k \neq 0$,

由这两个方程组成的方程组 $\begin{cases} x+ky=b \\ kx+y=b \end{cases}$ 叫做“共轭方程组”, 其中常数 k, b 称为“共轭系数”.

(1) 由方程 $3x+y=5$ 和它的“共轭二元一次方程”组成的“共轭方程组”的解为_____;

(2) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+(2-5m)y=-n-4 \\ (1-2n)x+y=-5-m \end{cases}$ 是“共轭方程组”, 求此“共轭方程组”的共轭系数;

(3) 若关于 x, y 的“共轭方程组” $\begin{cases} x+ky=b \\ kx+y=b \end{cases}$ 有无数多个解, 求共轭系数 k, b 应满足的条件.

【答案】(1)
$$\begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$$

(2) 共轭系数为 -3 , -6

(3) $k = 1$, b 可取任意数或 $k = -1$, $b = 0$

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的求解, 注意计算的准确性即可.

(1) 由题意得: 方程 $3x + y = 5$ 的“共轭二元一次方程”为: $x + 3y = 5$, 求解方程组 $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$ 即可;

(2) 由题意得: $\begin{cases} 2 - 5m = 1 - 2n \\ -n - 4 = -5 - m \end{cases}$, 据此即可求解;

(3) 由 $\begin{cases} x + ky = b \text{ ①} \\ kx + y = b \text{ ②} \end{cases}$ 消去 y 得 $(1 - k^2)x = (1 - k)b$ ③, 由题意得方程③有无数个解, 推出 $\begin{cases} 1 - k^2 = 0 \\ (1 - k)b = 0 \end{cases}$,

即可求解.

【小问 1 详解】

解: 由题意得: 方程 $3x + y = 5$ 的“共轭二元一次方程”为: $x + 3y = 5$,

解方程组 $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$ 得: $\begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$;

【小问 2 详解】

解: 由题意得: $\begin{cases} 2 - 5m = 1 - 2n \\ -n - 4 = -5 - m \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$,

故 $\begin{cases} 2 - 5m = 1 - 2n = -3 \\ -n - 4 = -5 - m = -6 \end{cases}$,

故共轭系数为 -3 , -6 ;

【小问 3 详解】

解: 由 $\begin{cases} x+ky=b \textcircled{1} \\ kx+y=b \textcircled{2} \end{cases}$ 消去 y 得 $(1-k^2)x=(1-k)b \textcircled{3}$,

原方程组有无数解, 则方程 $\textcircled{3}$ 有无数个解, 则 $\begin{cases} 1-k^2=0 \\ (1-k)b=0 \end{cases}$,

则 $\begin{cases} k=1 \\ b \text{可取任意数} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k=-1 \\ b=0 \end{cases}$.