

2025-2026 学年六年级下学期期末模拟卷

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版六年级数学下册全部。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

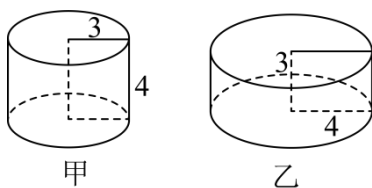
1. 下列事件中, 最适宜采用全面调查的是 ()

- A. 调查苏州河的水质情况
- B. 调查全国中学生对网络安全知识的了解程度
- C. 调查某品牌手机屏幕的使用寿命
- D. 对发射卫星的运载火箭零部件质量的检查

【答案】D

【详解】解: 选项 A, 调查苏州河水质, 调查范围大, 适合抽样调查, 故该选项不符合题意;
选项 B, 调查全国中学生对网络安全知识的了解程度, 调查对象数量多, 范围大, 适合抽样调查, 故该选项不符合题意;
选项 C, 调查某品牌手机屏幕的使用寿命, 调查具有破坏性, 不适合全面调查, 故该选项不符合题意;
选项 D, 运载火箭零部件质量直接影响发射安全, 要求每个零部件都合格, 必须对所有零部件检查, 适合全面调查, 故该选项符合题意.

2. 如图, 长方形的长为 4cm、宽为 3cm, 分别以该长方形的长、宽所在直线为轴, 将其旋转一周, 形成甲、乙两个圆柱, 其体积分别记作 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$, 侧面积分别记作 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$, 则下列说法正确的是 ()



A. $V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

B. $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

C. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

D. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} < S_{\text{乙}}$

【答案】A

【详解】解：由题意可知， $V_{\text{甲}} = \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi (cm^3)$ ， $V_{\text{乙}} = \pi \times 4^2 \times 3 = 48\pi (cm^3)$ ，

$$S_{\text{甲}} = 2\pi \times 3 \times 4 = 24\pi (cm^2), \quad S_{\text{乙}} = 2\pi \times 4 \times 3 = 24\pi (cm^2),$$

则 $V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$ ，

故选：A.

3. 下列说法中错误的是 ()

A. 若 $\frac{1}{3}A = 2B$ ，则 $A:B = 6:1$

B. 若 $a:b = 19:14$ ，则 $a = 19$ ， $b = 14$

C. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 写成等积式为 $ad = bc$

D. 2、4、4、8 能组成比例式

【答案】B

【详解】解：A：∵ $\frac{1}{3}A = 2B$ ，∴ $A:B = 2:\frac{1}{3} = 6:1$ ，A 说法正确；

B：∵ $a:b = 19:14$ ，仅表示 a 与 b 的比为 $19:14$ ， a 和 b 可以取任意满足该比的数，并非一定 $a = 19, b = 14$ ，B 说法错误；

C：根据比例的基本性质得到 C 说法正确；

D：∵ $2 \times 8 = 4 \times 4 = 16$ ，∴ 四个数可以组成比例 $2:4 = 4:8$ ，能组成比例式，D 说法正确.

4. 下列方程中是二元一次方程组的有 ()

① $\begin{cases} 2xy = 6 \\ x + y = 1 \end{cases}$, ② $\begin{cases} 3x = y + 5 \\ 2x - \frac{y}{4} = -2 \end{cases}$, ③ $\begin{cases} \frac{x}{y} = 3 \\ 4x - 2y = 5 \end{cases}$, ④ $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 2z = 3 \end{cases}$,

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】A

【详解】解：方程组 $\begin{cases} 2xy=6 \\ x+y=1 \end{cases}$ 中 $2xy=6$ 是二元二次方程，故①不是二元一次方程组，不合题意；

方程组 $\begin{cases} 3x=y+5 \\ 2x-\frac{y}{4}=-2 \end{cases}$ 是二元一次方程组，故②符合题意；

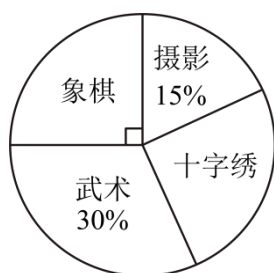
方程组 $\begin{cases} \frac{x}{y}=3 \\ 4x-2y=5 \end{cases}$ 中 $\frac{x}{y}=3$ 不是整式方程，故③不是二元一次方程组，不合题意；

方程组 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-2z=3 \end{cases}$ 中含有3个未知数，故④不是二元一次方程组，不合题意；

∴是二元一次方程组的有1个，

故选：A.

5. 学校每学年开展不同社团课，下图是六年级所有学生选择摄影、象棋、武术、十字绣四个兴趣小组的扇形统计图，以下说法错误的是（ ）



- A. 参加象棋小组的学生占六年级学生的 $\frac{1}{4}$
- B. 参加武术小组与十字绣小组的学生人数相等
- C. 参加摄影小组与武术小组的人数之比为1:2
- D. 参加十字绣小组的学生所在扇形的圆心角为 120°

【答案】D

【详解】解：A: $90 \div 360 = \frac{1}{4}$ ；所以参加象棋小组的学生占六年级学生的 $\frac{1}{4}$ 是正确的；

B: 十字绣小组的人数占总人数的: $1 - \frac{1}{4} - 30\% - 15\% = 30\%$ ，所以参加武术小组与十字绣小组的学生人数相等是正确的；

C: $15\% : 30\% = 1:2$ ，所以参加摄影小组与武术小组的人数之比为1:2是正确的；

D: 参加十字绣小组的学生所在扇形的圆心角为 $30\% \times 360^\circ = 108^\circ$ ，不是 120° ；

故选：D.

6. 某款扫地机器人在一块长方形场地内移动过程中，可以任意行走，碰到障碍物会自动转弯。如图，这个扫地机器人的底面是一个直径为 40 厘米的圆盘。那么机器人在扫地时底面覆盖不到的面积约为（ ）（ π 的值取 3）



- A. 400 平方厘米 B. 600 平方厘米 C. 1200 平方厘米 D. 1600 平方厘米

【答案】 A

【详解】解：∵扫地机器人的底面是一个直径为 40 厘米的圆盘.

∴机器人在扫地时底面覆盖不到的面积约为：

$$40^2 - \pi \times \left(\frac{40}{2}\right)^2 = 1600 - 3 \times 400 = 400 \text{ (平方厘米)}.$$

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 求比值：1 小时 15 分钟：25 分钟=_____.

【答案】 3

【详解】解：先统一单位：1 小时 15 分钟 = 60 分钟 + 15 分钟 = 75 分钟，

计算比值：75 分钟：25 分钟 = $75 \div 25 = 3$.

8. 已知 $4:x=5:12$ ，则 $x=$ _____

【答案】 $\frac{48}{5}$

【详解】解：根据比例的基本性质，两内项之积等于两外项之积，可得：

$$5x = 4 \times 12,$$

整理得： $5x = 48,$

将系数化为 1 得： $x = \frac{48}{5}.$

9. 如果将原价为 2400 元的商品打八折销售，那么打折之后的新售价为_____元.

【答案】 1920

【详解】解： $2400 \times 80\% = 1920$ (元),

∴打折之后的新售价为 1920 元.

10. 一种微型零件的长是 0.01mm ，画在图纸上长 40cm ，这幅图的比例尺是_____.

【答案】 $40000:1$

【详解】解：图上距离为 40cm ，换算单位得 $40\text{cm} = 400\text{mm}$ ，实际距离为 0.01mm ，
 $400:0.01 = 40000:1$ ，
因此这幅图的比例尺是 $40000:1$.

11. 已知方程组 $\begin{cases} 2x+3y+z=8 \\ 3x+5y+z=11 \end{cases}$ ，则 $x+y+z$ 的值_____.

【答案】 5

【详解】解： $\begin{cases} 2x+3y+z=8 \text{ ①} \\ 3x+5y+z=11 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由②-①得： $x+2y=3$ ③，

将③代入①得： $2x+3y+z=x+y+z+x+2y=x+y+z+3=8$ ，

则 $x+y+z=5$ ，

故答案为： 5 .

12. 把一根总长 6m 的圆柱形木料截成3段小圆柱，表面积比原木料增加 12.4m^2 ，这根圆柱形木料的体积是_____ m^3 .

【答案】 18.6

【详解】解：将圆柱截成三段表面积增加了加 12.4m^2 ，
所以圆柱的底面面积等于 $12.4 \div 4 = 3.1\text{cm}^2$ ，
所以圆柱的体积为 $3.1 \times 6 = 18.6\text{cm}^3$.
故答案为： 18.6 .

13. 学校合唱团有24名男生，比女生少25%，合唱团一共有_____名学生.

【答案】 56

【详解】解：将女生人数看作单位1，
由题意得男生人数是女生人数的 $1-25\% = 75\%$ ，
则女生人数为 $24 \div 75\% = 32$ （名），
 $\therefore$ 合唱团总人数为 $24 + 32 = 56$ （名）.

14. 如图，把一个直径是7厘米的圆分成若干等份（如图1），然后把它剪开，按图2的形状拼起来，拼成图形的周长比原来圆的周长大_____厘米.

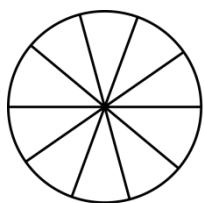


图1

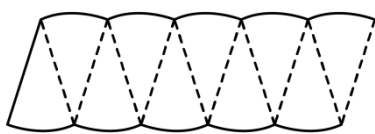


图2

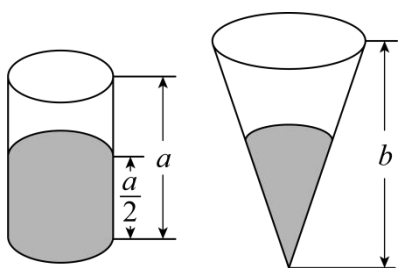
【答案】 7

【详解】解：圆的半径为： $7 \div 2 = 3.5$ （厘米），

$\therefore$ 拼成图形的周长比原来圆的周长多了左右 2 条半径的长，

$\therefore$ 周长增加了 $3.5 + 3.5 = 7$ （厘米）。

15. 如图，将圆柱形容器和圆锥形容器均盛满水. 同时开启两容器底部的放水孔开始漏水. 19 分钟后，圆柱形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{1}{2}$ ，圆锥形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{2}{3}$ （此时水面半径为圆锥底面半径的 $\frac{2}{3}$ ），假设每个容器的漏水速度始终保持不变，当圆锥形容器中的水漏完后，再过_____分钟，圆柱形容器中的水恰好漏完.



【答案】 11

【详解】解：假设圆锥底面圆半径为 r ，则 19 分钟后圆锥底面圆半径为 $\frac{2}{3}r$ ，

根据题意得，开始时圆锥中水的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 b$ ，

19 分钟后剩下水的体积为 $\frac{1}{3}\pi \left(\frac{2}{3}r\right)^2 \frac{2}{3}b = \frac{8}{81}\pi r^2 b$ ，

$\therefore$ 19 分钟漏掉的水的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 b - \frac{8}{81}\pi r^2 b = \frac{19}{81}\pi r^2 b$ ，

$\therefore$ 圆锥容器漏水速度为 $\frac{19}{81}\pi r^2 b \div 19 = \frac{1}{81}\pi r^2 b$ ，

$\therefore$ 圆锥中剩下的水漏完所需时间为 $\frac{8}{81}\pi r^2 b \div \frac{1}{81}\pi r^2 b = 8$ （分钟），

根据 19 分钟后，圆柱形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{1}{2}$ ，

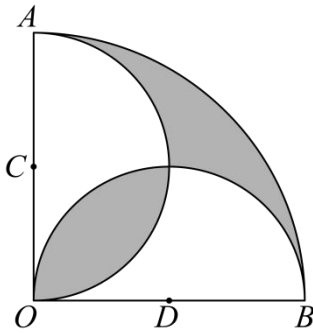
$\therefore$ 圆柱中所剩的水漏完所需时间为 19 分钟，

19-8=11 (分钟),

所以, 当圆锥容器中的水漏完后, 再过 11 分钟, 圆柱容器中的水恰好漏完.

故答案为: 11.

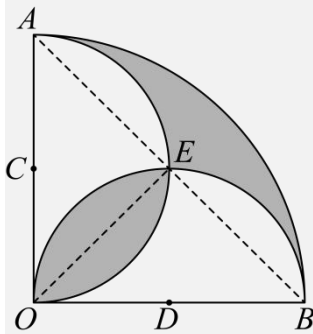
16. 如图, 扇形 AOB 的半径 $OA=OB=4$ 厘米, $\angle AOB=90^\circ$, 分别以 OA 、 OB 的中点 C 、 D 为圆心, OA 、 OB 为直径作半圆, 则圆中阴影部分的面积为_____平方厘米 (π 取 3.14).



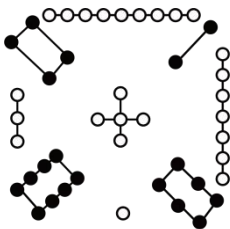
【答案】 4.56

【详解】解: 如图所示, 连接 AC 交半圆于点 E , 连接 OE ,

$$\text{则 } S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}AOB} - S_{\triangle AOB} = \frac{90 \times 3.14 \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4.56 \text{ 平方厘米}.$$



17. 我国古代夏禹时期的“洛书” (如图①所示), 就是一个三阶“幻方” (如图②所示). 观察图①、图②, 我们可以寻找出“九宫图”中各数字之间的关系. 在显示部分数据的新“幻方” (如图③所示) 中, 根据寻找出的关系, 可推算出 x 、 y 的值分别为_____.



图①



4	9	2
3	5	7
8	1	6

图②

2		6
	x	
	3	y

图③

【答案】 5、8

【详解】解: 由图②可知:

$$4+9+2=15,$$

$$3+5+7=15,$$

$$8+1+6=15,$$

$$4+3+8=15,$$

$$9+1+5=15,$$

$$2+7+6=15,$$

$$4+5+6=15,$$

$$2+5+8=15,$$

∴ “幻方” 中各行、各列、各对角线上三个数字之和相等,

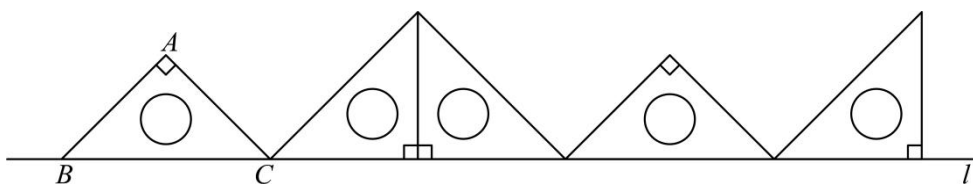
由图③可知
$$\begin{cases} x+3=2+6 \\ x+6=3+y \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x=5 \\ y=8 \end{cases}$$

∴ x 、 y 的值分别为 5、8.

故答案为: 5、8.

18. 如图, 把一把三角尺 ABC 的一边 BC 紧贴在直线 l 上, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$, $AB = AC = 10\text{cm}$, 将三角尺 ABC 沿着直线 l 作顺时针方向的滚动. 当三角尺 ABC 的放置方式与初始的放置方式一样, 我们称这样的旋转为一个周期. 从初始位置开始至少经过_____个周期, 点 A 走过的路程就会超过 10m .



【答案】22

【详解】解: ∵ 三角尺 ABC 的一边 BC 紧贴在直线 l 上, $\angle A = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$, $AB = AC = 10\text{cm}$,
∴ 点 A 走过的路程为以 $AC = 10\text{cm}$ 为半径, 圆心角为 135° 的扇形的弧长和以 $AB = 10\text{cm}$ 为半径, 圆心角为 135° 的扇形的弧长,

$$\therefore \text{三角尺 } ABC \text{ 旋转一个周期, 点 } A \text{ 走过的路程为 } 2\pi \times \frac{135}{360} \times 10 \times 2 = 15\pi \text{cm},$$

$$\therefore 10\text{m} = 1000\text{cm}, \quad 15\pi = 15 \times 3.14 = 47.1,$$

$$\therefore 1000 \div 47.1 \approx 21.23,$$

∴ 至少经过 22 个周期.

三.解答题 (本大题共 8 小题, 58 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (6 分) (1) 求比例式中 x 的值: $1\frac{1}{3}:x=0.5:\frac{3}{8}$;

(2) 已知: $a:b=0.4:2\frac{1}{3}$, $b:c=7:4$, 求 $a:b:c$.

【详解】(1) 解: $\because 1\frac{1}{3}:x=0.5:\frac{3}{8}$,

$$\therefore 0.5x=1\frac{1}{3}\times\frac{3}{8},$$

$$\therefore 0.5x=\frac{1}{2},$$

$$\therefore x=1 \cdots \cdots (3 \text{ 分})$$

(2) 解: $\because a:b=0.4:2\frac{1}{3}$, $b:c=7:4$,

$$\therefore a:b=4:\frac{70}{3}=6:35, \quad b:c=35:20,$$

$$\therefore a:b:c=6:35:20 \cdots \cdots (6 \text{ 分})$$

20. (6 分) (1) 解方程组:
$$\begin{cases} x-2y=11 \\ 3x+4y=8 \end{cases}$$

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x-y+z=4 \\ 2x+3y-z=12 \\ x+y+z=6 \end{cases}$$

【详解】解: (1)
$$\begin{cases} x-2y=11 \text{ ①} \\ 3x+4y=8 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 2 + \text{②} \text{ 得: } 5x=30,$$

$$\text{解得: } x=6,$$

$$\text{将 } x=6 \text{ 代入①得: } 6-2y=11,$$

$$\text{解得: } y=-2.5,$$

故原方程组的解为
$$\begin{cases} x=6 \\ y=-2.5 \end{cases}; \cdots \cdots (3 \text{ 分})$$

$$(2) \begin{cases} 3x-y+z=4 \text{ ①} \\ 2x+3y-z=12 \text{ ②} \\ x+y+z=6 \text{ ③} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得: } 5x+2y=16 \text{ ④},$$

$$\text{②} + \text{③} \text{ 得: } 3x+4y=18 \text{ ⑤},$$

$$\text{④} \times 2 - \text{⑤} \text{ 得: } 7x=14,$$

解得: $x = 2$,

将 $x = 2$ 代入⑤得: $6 + 4y = 18$,

解得: $y = 3$,

将 $x = 2$, $y = 3$ 代入③得: $2 + 3 + z = 6$,

解得: $z = 1$,

故原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$. …… (6 分)

21. (6 分) 近年来, 中国电影市场持续回暖, 国产佳作不断涌现, 春节档、暑期档等重要档期票房屡创新高, 带动整个行业稳步复苏. 根据国家电影局正式发布的数据: 2025 年中国电影总票房为 600 亿元, 比 2024 年增长了 20%. 业内分析, 随着优质国产影片不断涌现和“2026 电影经济促进年”惠民政策落地, 预计 2026 年票房增长率将在 2025 年增长率基础上再提高 3 个百分点. 请计算:

(1) 2024 年中国电影总票房为多少亿元?

(2) 2026 年中国电影总票房预计能达到多少亿元?

【详解】(1) 解: $600 \div (1 + 20\%) = 500$ (亿元),

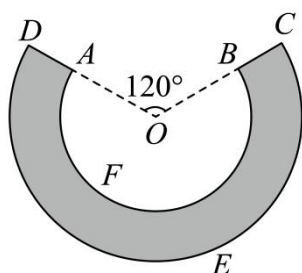
答: 2024 年中国电影总票房为 500 亿元; …… (3 分)

(2) 解: 2026 年票房增长率为 $20\% + 3\% = 23\%$,

$600 \times (1 + 23\%) = 738$ (亿元),

答: 2026 年中国电影总票房预计能达到 738 亿元. …… (6 分)

22. (6 分) 如图, 已知大圆半径 $R = OC = 9\text{cm}$, 小圆半径 $r = OB = 6\text{cm}$. (π 取 3.14)



(1) 求图中阴影部分的面积;

(2) 求图中阴影部分的周长.

【详解】(1) 解: 扇形的圆心角为 240° ,

则大扇形 ODC 的面积 $\frac{240\pi \cdot 9^2}{360} = 54\pi$,

小扇形 OAB 的面积 $\frac{240\pi \cdot 6^2}{360} = 24\pi$,

则阴影部分的面积为 $54\pi - 24\pi = 30\pi = 30 \times 3.14 = 94.2\text{cm}^2$; (3 分)

(2) 解: 其中 $BC = AD = R - r = 9 - 6 = 3\text{cm}$,

因为扇形的圆心角为 240° , $R = 9\text{cm}$, $r = 6\text{cm}$,

优弧 AFB 的长度为 $\frac{240\pi \cdot 9}{180} = 12\pi$, 优弧 CED 的长度 $\frac{240\pi \cdot 6}{180} = 8\pi$,

则阴影部分的周长为 $12\pi + 8\pi + 6 = 20\pi + 6 = 20 \times 3.14 + 6 = 68.8\text{cm}$ (6 分)

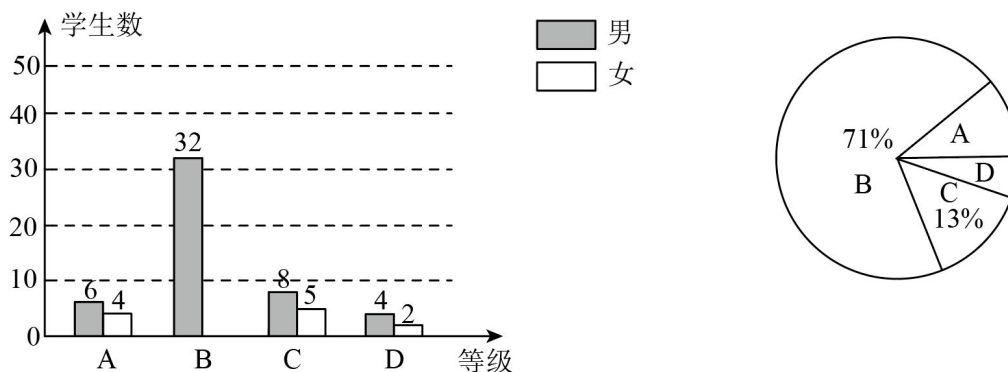
23. (6 分) 青少年体重指数 (BMI) 是评价青少年营养状况、肥胖的一种衡量方式, 其计算公式:

$\text{BMI} = \frac{G}{h^2} (\text{kg/m}^2)$ 其中 G 表示体重 (kg), h 表示身高 (m). 《国家学生体质健康标准》将学生体重指数 (BMI)

分成四个等级 (如表), 为了解学校学生体重指数分布情况, 某数学实践小组开展了调查.

等级	偏瘦 A	标准 B	超重 C	肥胖 D
男	$\text{BMI} \leq 15.7$	$15.7 < \text{BMI} \leq 22.5$	$22.5 < \text{BMI} \leq 25.4$	$\text{BMI} > 25.4$
女	$\text{BMI} \leq 15.4$	$15.4 < \text{BMI} \leq 22.2$	$22.2 < \text{BMI} \leq 24.8$	$\text{BMI} > 24.8$

【数据收集、数据整理】小组成员通过问卷调查, 收集数据, 并绘制统计图.



【问题解决、作出决策】根据以上信息, 解决下列问题:

(1) 本次调查的总人数为_____;

(2) 补全条形统计图;

(3) 扇形统计图中表示 “A” 的扇形所对应的圆心角的度数是_____;

(4) 一位男生的身高为 1.6m , 体重为 51.2kg , 那么他的体重指数 BMI 属于_____等级; (请从 A、B、C、D 中选择一个填写)

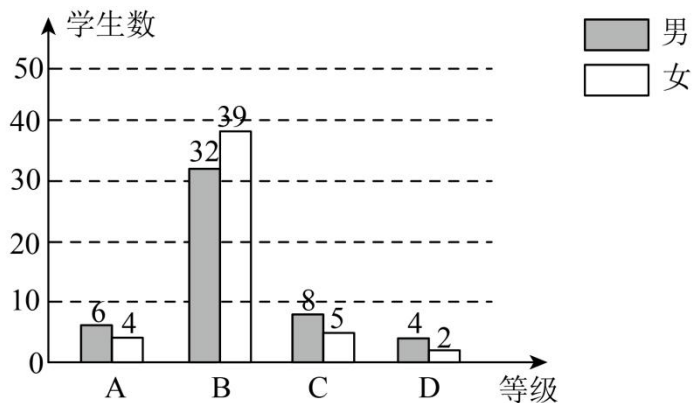
(5) 若该校共有 2000 名学生, 请估计全校体重指数等级为 “肥胖” 的学生人数.

【详解】(1) 解：由统计图可知：本次调查的总人数为 $(8+5) \div 13\% = 100$ 人；…… (1 分)

(2) 解：由 (1) 可知：“B” 组的总人数为 $100 \times 71\% = 71$ (人)，

$\therefore$ 女生人数为 $71 - 32 = 39$ (人)，

补全条形统计图如下所示：



…… (3 分)

(3) 解：由图可知：图中表示“A”的扇形所对应的圆心角的度数是 $\frac{6+4}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$ ；…… (4 分)

(4) 解：由题意得： $BMI = \frac{G}{h^2} = \frac{51.2}{1.6^2} = 20$ ，

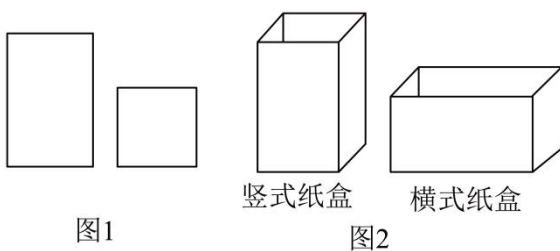
$\therefore$ 该男生的体重指数 BMI 属于 B 等级；…… (5 分)

(5) 解：由题意得：

$$2000 \times \frac{4+2}{100} = 120 \text{ (名)};$$

答：全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数 120 名。…… (6 分)

24. (9 分) 某工厂用如图 1 所示的长方形和正方形纸板，做成如图 2 所示的竖式与横式两种长方体无盖纸盒.



- (1) 现有长方形纸板 170 张，正方形纸板 80 张，做成上述两种纸盒，纸板恰好用完. 求两种纸盒生产个数；
- (2) 工厂共有 52 名工人，每个工人一天能生产 60 张长方形纸板或者 100 张正方形纸板，已知 1 个竖式纸盒与 2 个横式纸盒配套，问如何分配工人能使一天生产的竖式纸盒与横式纸盒配套？
- (3) 如果有长方形纸板 170 张，正方形纸板 82 张，做出上述两种纸盒后剩余 2 张纸板，问两种纸盒各生产了多少个？请直接写出结论.

【详解】(1) 解：设生产竖式纸盒 x 个，横式纸盒 y 个.

根据题意，得
$$\begin{cases} 4x + 3y = 170 \\ x + 2y = 80 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

答：生产竖式纸盒 20 个，横式纸盒 30 个. …… (3 分)

(2) 设分配 a 个工人生产长方形纸板，则 $(52 - a)$ 个工人生产正方形纸板.

根据题意，得 $60a \times \frac{5}{10} = 100(52 - a),$

解得 $a = 40, 52 - 40 = 12$ (人)

答：分配 40 个工人生产长方形纸板，12 个工人生产正方形纸板，能使一天生产的竖式纸盒与横式纸盒配套. …… (6 分)

(3) ①如果剩余两张正方形纸板：由 (1) 可知能生产竖式纸盒 20 个，横式纸盒 30 个；

②如果剩余一张正方形纸板、一张长方形纸板：

设生产竖式纸盒 m 个，横式纸盒 n 个.

根据题意，得
$$\begin{cases} 4m + 3n = 169 \\ m + 2n = 81 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} m = 19 \\ n = 31 \end{cases}$$

所以能生产竖式纸盒 19 个，横式纸盒 31 个；

③如果剩余两张长方形纸板：

设生产竖式纸盒 p 个，横式纸盒 q 个.

根据题意，得
$$\begin{cases} 4p + 3q = 168 \\ p + 2q = 82 \end{cases},$$

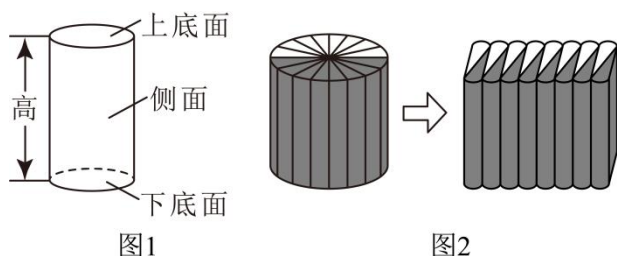
解得
$$\begin{cases} p = 18 \\ q = 32 \end{cases}$$

则能生产竖式纸盒 18 个，横式纸盒 32 个.

综上所述：能生产竖式纸盒 20 个，横式纸盒 30 个；或生产竖式纸盒 19 个，横式纸盒 31 个；或生产竖式纸盒 18 个，横式纸盒 32 个. …… (9 分)

25. (9 分) 在研究圆的面积时，将圆等分成若干个扇形再拼起来，可以发现把圆等分的份数越多，拼成的

图形就越接近于一个长方形，这个长方形的面积就越接近于圆的面积，其中这个长方形的长是圆周长的一半，宽等于圆的半径，故由长方形的面积推导出圆的面积，这个过程体现了“无限逼近”的数学思想。（ π 取3.14）

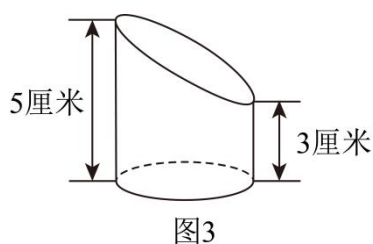


(1)小明在数学活动中，把一个圆等分成若干个扇形，然后拼成了一个近似的长方形，并量的这个长方形的长是6.28厘米，那么这个圆的面积是多少平方厘米？

(2)生活中的易拉罐、圆形笔筒等都是一种叫做圆柱体的立体图形（如图1），它的上底面、下底面是两个大小相等的圆，侧面展开后是一个长方形，上、下底面之间的距离叫做圆柱体的高。

小明在学习了《圆的面积》后，也想用类似的方法研究圆柱体的体积，他将一个圆柱体等分成若干分，拼成了一个近似的长方体（如图2），他发现把圆柱体等分的份数越多，拼成的图形就越接近于一个长方体，这个长方体的体积就越接近于圆柱体的体积，故由长方体的体积推导出圆柱体的体积。如果设这个圆柱体底面的半径为 r ，高为 h ，体积为 V ，那么这个长方体的长=_____，宽=_____，所以圆柱体的体积 V = _____。

(3)将一个底面周长是12.56厘米的圆柱体斜着截去一段，截后的图形如图3所示，求这个截后的体积是多少立方厘米？



【详解】（1）解：设圆的半径为 r 厘米，由题意得，

$$3.14r = 6.28,$$

解得 $r = 2$ ，

$\therefore$ 圆的面积为 $\pi r^2 = 3.14 \times 2^2 = 12.56$ （平方厘米），

答：这个圆的面积是12.56平方厘米；……（3分）

（2）由（1）可知，所拼成的长方体的长为圆周长的一半，即 πr ，宽为圆的半径 r ，

由于长方体的体积为长 $\times$ 宽 $\times$ 高，

所以圆柱的体积为 $\pi r^2 h$ ，

故答案为: πr , r , $\pi r^2 h$; (6 分)

(3) 设圆柱底面半径为 r 厘米, 则 $2 \times 3.14 \times r = 12.56$,

解得 $r = 2$,

所以截后的体积为 $\frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 \times (5 - 3) + \pi \times 2^2 \times 3$

$$= 4\pi + 12\pi$$

$$= 16\pi$$

$$= 16 \times 3.14$$

$$= 50.24 \text{ (立方厘米)},$$

答: 截后的体积为 50.24 立方厘米. (9 分)

26. (10 分) 在学习扇形的面积公式时, 已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R , 可以推得公式: $S_{\text{扇形}} = \text{①}$,

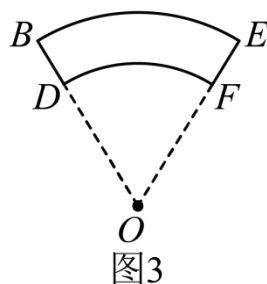
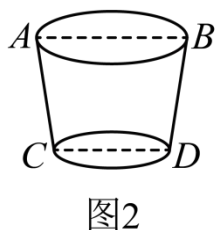
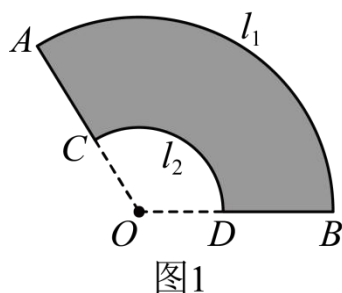
并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \text{②}$, 得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} = \text{③}$. 请解决下列问题:

题:

问题 I: 求弧长为 4π , 圆心角为 120° 的扇形面积.

问题 II: 某小区设计的花坛形状如图 1 中的阴影部分, 已知 AB 和 CD 所在圆心都是点 O , 弧 AB 的长为 l_1 ,

弧 CD 的长为 l_2 , $AC = BD = d$, 求花坛的面积.



(1) 完成上述填空: ①_____; ②_____; ③_____, 并请你解答问题 I: (结果保留 π)

(2) 在解决问题 II 的过程中, 有位同学发现扇形面积公式③类似于三角形面积公式: 类比梯形面积公式, 他猜想花坛的面积 $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$. 他的猜想正确吗? 如果正确, 写出推导过程; 如果不正确, 请说明理由. (参考公式: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$)

(3) 乙同学发现平时所用的一次性纸杯 (如图 2) 的侧面展开的大致图形如图 3 所示, 经测量 (如图 2) 杯口直径 $AB = 8\text{cm}$, 杯底直径 $CD = 6\text{cm}$, 杯壁 $AC = BD = 6\text{cm}$, 若忽略纸杯的连接部分和纸杯的厚度, 请求出其在图 3 中其侧面展开的图形 $BDFE$ 面积. (结果保留 π)

【详解】(1) 解：已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R ，可以推得公式： $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$ ，并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \frac{n\pi R}{180}$ ，得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ 。

问题 1: $\because l = \frac{120\pi R}{180} = 4\pi,$

$\therefore R = 6,$

$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6 = 12\pi; \dots\dots (4 \text{ 分})$

(2) 解：他的猜想正确。推导如下：

解：设大扇形的半径为 R ，小扇形的半径为 r ，圆心角度数为 n ，则由 $l = \frac{n\pi R}{180}$ 得 $R = \frac{180}{n\pi}l_1, r = \frac{180}{n\pi}l_2$

$\therefore$ 花坛的面积 $S = \frac{1}{2}l_1R - \frac{1}{2}l_2r = \frac{1}{2}l_1 \times \frac{180}{n\pi}l_1 - \frac{1}{2}l_2 \times \frac{180}{n\pi}l_2$

$= \frac{90}{n\pi}(l_1^2 - l_2^2)$

$= \frac{90}{n\pi}(l_1 + l_2)(l_1 - l_2)$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{180}{n\pi} \left(\frac{n\pi}{180}R - \frac{n\pi}{180}r \right) (l_1 + l_2)$

$= \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2)(R - r)$

$= \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d; \dots\dots (7 \text{ 分})$

(3) 解： $\because AB = 8\text{cm}, CD = 6\text{cm}$

$\therefore l_1 = l_{\widehat{BE}} = \pi \times AB = 8\pi(\text{cm})$
 $l_2 = l_{\widehat{DF}} = \pi \times CD = 6\pi(\text{cm}), d = AC = BD = 6\text{cm},$

由 (2) 可得，侧面展开的图形 $BDFE$ 面积为：

$S_{\text{扇形}OBE} - S_{\text{扇形}ODF} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d = \frac{1}{2}(8\pi + 6\pi) \times 6 = 42\pi(\text{cm}^2). \dots\dots (10 \text{ 分})$