

2025-2026 学年六年级数学下学期期末押题卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. “鲁班球”的核心源于中国古代建筑中首创的——榫卯结构, 相传是鲁班发明的, 并由此得名。袋中有形状、大小完全相同的红色鲁班球 7 个, 蓝色鲁班球 5 个, 白色鲁班球 3 个, 每次任意摸一个, 至少要摸 () 次, 才能确保摸到白色鲁班球。

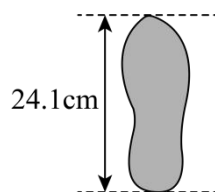
- A. 5 B. 12 C. 13 D. 15

【答案】C

【分析】要确保摸到白色鲁班球, 需考虑最坏情况, 即先摸完所有非白色鲁班球, 再摸 1 次就一定是白色鲁班球。

【详解】解: $\because$ 非白色鲁班球是红色和蓝色, 总个数为 $7+5=12$ (个),
 $\therefore$ 最坏情况下前 12 次摸出的都是非白色鲁班球, 再摸 1 次一定是白色鲁班球,
 $\therefore$ 总次数为 $12+1=13$ (次),
即至少要摸 13 次才能确保摸到白色鲁班球。

2. 一个成年人的身高和脚长之比大约为 7:1, 侦探 Q 先生发现了 1 名嫌疑人的鞋印, 如图, 根据脚印的长度和身高的关系来判断, 嫌疑人的身高最可能是 ()



- A. 甲: 183cm B. 乙: 168cm
C. 丙: 175cm D. 丁: 156cm

【答案】B

【分析】本题考查了比例的应用，解题的关键是根据身高与脚长的比例关系计算出对应的身高.

根据成年人身高与脚长之比约为7:1，用脚印长度乘以7，计算出嫌疑人的大致身高，再与选项对比判断.

【详解】解：由题意，成年人身高与脚长之比约为7:1，
脚印长度为24.1cm，
则嫌疑人的身高约为
 $24.1 \times 7 = 168.7\text{cm}$ ，与168.7cm最接近的是乙的身高168cm，
故选：B.

3. 《算法统宗》记载：“今有井不知深，先将绳折作三条入井汲水，绳长四尺，后将绳折作四条入井，亦长一尺. 问：井深及绳长各若干？”题目大意：用绳子测量井的深度，先将绳子折成三等份放入井中，一份绳长比井深多4尺；再将绳子折成四等份放入井中，一份绳长比井深多1尺. 问绳长、井深各是多少尺？设绳长 x 尺，井深 y 尺，则以下列出的方程组正确的是（ ）

A. $\begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 4 \\ \frac{1}{4}x - y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - \frac{1}{3}y = 4 \\ x - \frac{1}{4}y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x - 4y = 1 \end{cases}$

【答案】A

【分析】结合绳子折成三等份、四等份时与井深的数量关系，找出两个等量关系来列方程组即可.

【详解】解：设绳长 x 尺，井深 y 尺，

∵将绳子折成三等份放入井中，一份绳长为 $\frac{1}{3}x$ 尺，且一份绳长比井深多4尺，

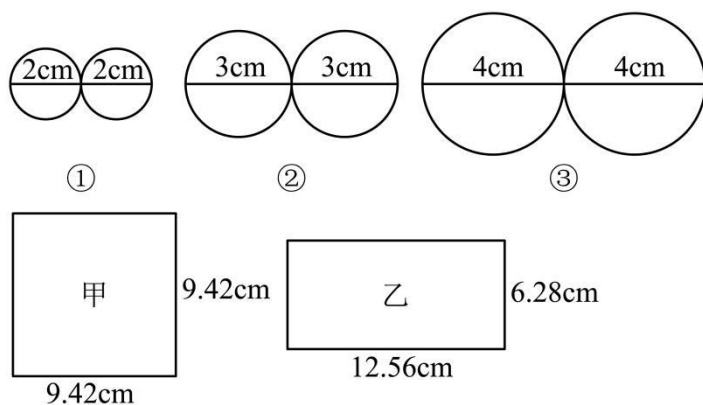
$$\therefore \frac{1}{3}x - y = 4,$$

∵将绳子折成四等份放入井中，一份绳长为 $\frac{1}{4}x$ 尺，且一份绳长比井深多1尺，

$$\therefore \frac{1}{4}x - y = 1,$$

$$\therefore \text{可列方程组为} \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 4 \\ \frac{1}{4}x - y = 1 \end{cases}.$$

4. 选择材料，做一个圆柱形的容器，其中不能做成的是（ ）



- A. 甲和① B. 甲和② C. 乙和① D. 乙和③

【答案】A

【分析】制作一个圆柱形容器，说明要选一个正方形（或长方形）和一个圆形铁皮，而且所选的正方形（或长方形）的一条边和圆的周长相等即可达到要求，关键算出圆的周长；逐一分析四个选项里的组合，找出不能成立的选项。

【详解】A. 甲的边长是9.42cm，①的周长是 $3.14 \times 2 = 6.28(\text{cm})$ ， $9.42 \neq 6.28$ ，所以不能做成圆柱形的容器；

B. 甲的边长是9.42cm，②的周长是 $3.14 \times 3 = 9.42(\text{cm})$ ， $9.42 = 9.42$ ，所以能做成圆柱形的容器；

C. 乙的宽是6.28cm，①的周长是 $3.14 \times 2 = 6.28(\text{cm})$ ， $6.28 = 6.28$ ，所以能做成圆柱形的容器；

D. 乙的长是12.56cm，③的周长是 $3.14 \times 4 = 12.56(\text{cm})$ ， $12.56 = 12.56$ ，所以能做成圆柱形的容器。

5. 如果小圆周长比大圆周长少它的 $\frac{1}{5}$ ，那么大圆面积比小圆面积多几分之几？（ ）

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{9}{16}$ D. $\frac{9}{25}$

【答案】C

【分析】设大圆周长为 a ，把小圆周长以及大圆的半径和小圆的半径表示，求出大圆面积比小圆面积多多少即可。

【详解】解：设大圆周长为 a ，则小圆周长为 $a - \frac{1}{5}a = \frac{4}{5}a$ ，

$$\therefore \text{大圆的半径为: } \frac{a}{2\pi}, \text{ 小圆的半径为: } \frac{\frac{4}{5}a}{2\pi} = \frac{2a}{5\pi},$$

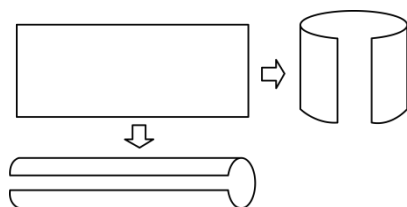
$$\therefore \text{大圆的面积为: } \pi \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 = \frac{a^2}{4\pi}, \text{ 小圆的面积为: } \pi \left(\frac{2a}{5\pi} \right)^2 = \frac{4a^2}{25\pi},$$

$$\therefore \text{大圆面积与小圆面积的面积差为: } \frac{a^2}{4\pi} - \frac{4a^2}{25\pi} = \frac{9a^2}{100\pi},$$

$$\therefore \frac{9a^2}{100\pi} \div \frac{4a^2}{25\pi} = \frac{9}{16}$$

$$\therefore \text{大圆面积比小圆面积多 } \frac{9}{16}.$$

6. 笑笑将一张长方形纸分别沿其长和宽围成两个不同的圆柱形纸筒，若给这两个纸筒都配上两个底面，则这两个圆柱相比较，它们（ ）（如图，接头处尽可能不重叠）



- A. 体积相等，表面积也相等 B. 体积不相等，表面积相等
C. 体积相等，表面积不相等 D. 体积不相等，表面积也不相等

【答案】D

【分析】根据圆柱的表面积公式和体积公式，即可判断解答.

【详解】解：圆柱的表面积=侧面积+底面积×2，

题中两个圆柱的侧面积就是长方形的面积，但是底面积不相等，故两个圆柱的表面积不相等；

设长方形的长为 a ，宽为 b ，根据圆的周长公式，可得两个圆柱的底面半径分别为 $\frac{a}{2\pi}$ ， $\frac{b}{2\pi}$ ，

根据圆柱的体积公式可得，两个圆柱的体积为 $\pi \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 b$ ， $\pi \left(\frac{b}{2\pi} \right)^2 a$ ，因为长方形的长和宽

不相等，所以 $\pi \left(\frac{a}{2\pi} \right)^2 b \neq \pi \left(\frac{b}{2\pi} \right)^2 a$ ，

故答案为：D.

【点睛】本题考查了圆柱的侧面积和圆柱的体积，熟知相关公式是解题的关键.

第Ⅱ卷

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 小川同学在学习方程过程中发现, 三元一次方程组 $\begin{cases} 3x+2y+z=9 \\ 2x+3y+4z=11 \end{cases}$ 解不出 x 、 y 、 z 的具体数值, 但可以解出 $x+y+z$ 的值为_____.

【答案】 4

【分析】 本题主要考查解三元一次方程组, 直接把两个方程相加即可得出 $x+y+z$ 的值.

【详解】 解: $\begin{cases} 3x+2y+z=9 \text{ ①} \\ 2x+3y+4z=11 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得: $5x+5y+5z=20$,

$\therefore x+y+z=4$,

故答案为: 4

8. 一个盒子里放有 9 个红球、7 个蓝球、3 个黄球. 如果蒙着眼睛去摸球, 摸出_____球的可能性最小.

【答案】 黄

【分析】 本题考查了判断事件发生可能性的大小, 比较三种球的数量, 数量少的球被摸到的可能性最小, 即可得出结果.

【详解】 解: 红球有 9 个, 蓝球有 7 个, 黄球有 3 个, $3 < 7 < 9$,

因此黄球的数量最少, 摸出黄球的可能性最小,

故答案为: 黄.

9. 古代一歌谣: 栖树一群鸦, 鸦树不知数; 三个坐一棵, 五个地上落; 五个坐一棵, 闲了一棵树. 意思是说, 有一群乌鸦到树林休息, 如果每棵树上 有 3 只乌鸦, 则有 5 只落在地上; 如果每棵树上 有 5 只乌鸦, 则有一棵树上没有乌鸦. 设共有 x 只乌鸦, y 棵树, 则可列方程组为_____.

【答案】 $\begin{cases} 3y+5=x \\ 5(y-1)=x \end{cases}$

【分析】 根据“每棵树上 有 3 只乌鸦, 5 只落在地上”, 可得等量关系: 乌鸦总数 = $3 \times$ 树的总数 + 5, 即 $3y+5=x$. 根据“每棵树上 有 5 只乌鸦, 有一棵树上没有乌鸦”, 可得等量关系: 乌鸦总数 = $5 \times (\text{树的总数} - 1)$, 即 $5(y-1)=x$, 即可得解.

【详解】解：可列方程组为 $\begin{cases} 3y+5=x \\ 5(y-1)=x \end{cases}$.

10. 专家提示，睡觉时间晚于 22 点可归为晚睡，某班级对本班同学睡觉时刻进行了一次全面调查，统计结果如下：

	20 : 00-21 : 00 (含 21 点)	21 : 00-22 : 00 (含 22 点)	22 : 00-23 : 00 (含 23 点)	23 点以后
划记	一	正正正正正下	正正正下	下

如果根据此表画出扇形统计图，符合晚睡部分的扇形圆心角是_____°.

【答案】

144

【分析】用 360 度乘以晚睡的人数所占的百分比即可.

【详解】解：由题意，符合晚睡部分的扇形圆心角是 $360^\circ \times \frac{17+3}{1+29+17+3} \times 100\% = 144^\circ$.

11. 若 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是关于 x ， y 的二元一次方程 $ax+y=3$ 的一个解，则 a 的值为_____.

【答案】1

【分析】把 x 与 y 的值代入二元一次方程，得到关于 a 的一元一次方程，即可求出 a 的值.

【详解】解：把 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 代入方程 $ax+y=3$ 中，得： $2a+1=3$,

解得： $a=1$.

12. 如图，把一个直径是 7 厘米的圆分成若干等份（如图 1），然后把它剪开，按图 2 的形状拼起来，拼成图形的周长比原来圆的周长大_____厘米.

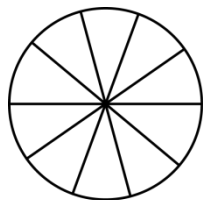


图1

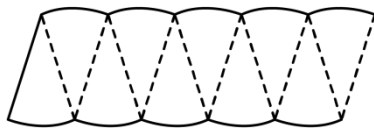


图2

【答案】7

【分析】拼成图形的周长比原来圆的周长多了 2 条半径的长，据此解答即可.

【详解】解：圆的半径为： $7 \div 2 = 3.5$ (厘米)，

$\therefore$ 拼成图形的周长比原来圆的周长多了左右 2 条半径的长,

$\therefore$ 周长增加了 $3.5+3.5=7$ (厘米).

13. 妈妈买了一条打七折的裤子, 便宜了 30 元, 裤子的原价是()元.

【答案】100

【分析】明确打折的含义, 打七折即现价是原价的 70%, 便宜的钱数对应原价的 $(1-70\%)$, 根据已知一个数的百分之几是多少, 求这个数用除法计算, 即可求出原价.

【详解】解: 妈妈买了一条打七折的裤子, 便宜了 30 元,

$\therefore$ 原价的 30% 是 30 元,

因此原价为: $30 \div 30\% = 100$ (元) .

14. 在解关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 6x + my = 3 \text{ ①} \\ 2x + ny = -6 \text{ ②} \end{cases}$ 时, 如果 $\text{①} \times 2 + \text{②}$ 可消去未知数 y ,

那么二元一次方程 $3m + n - 1 = 0$ 满足题意的解为_____.

【答案】 $\begin{cases} m = 1 \\ n = -2 \end{cases}$

【分析】根据加减消元法的原理, 若运算后可消去未知数 y , 则运算后 y 的系数为 0, 由此得到 m 与 n 的关系式, 再联立已知方程求解.

【详解】解: $\begin{cases} 6x + my = 3 \text{ ①} \\ 2x + ny = -6 \text{ ②} \end{cases}$,

$\text{①} \times 2 + \text{②}$ 得 $14x + (2m + n)y = 0$,

$\therefore \text{①} \times 2 + \text{②}$ 可消去未知数 y ,

$\therefore y$ 的系数为 0, 即 $2m + n = 0$,

联立得方程组 $\begin{cases} 2m + n = 0 \\ 3m + n - 1 = 0 \end{cases}$,

整理得 $\begin{cases} 2m + n = 0 \text{ ①} \\ 3m + n = 1 \text{ ②} \end{cases}$,

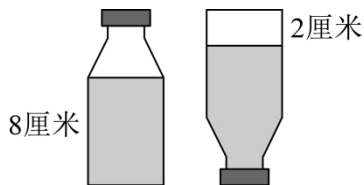
$\text{②} - \text{①}$ 得 $m = 1$,

将 $m = 1$ 代入 ① 得 $2 \times 1 + n = 0$,

解得 $n = -2$,

∴ 满足题意的解为 $\begin{cases} m = 1 \\ n = -2 \end{cases}$.

15. 如图, 为了测一个玻璃瓶的容积, 小丽将一袋 240 毫升的牛奶倒入瓶中, 测得牛奶高度为 8 厘米; 再将瓶子倒放, 测得空余部分高度为 2 厘米, 小丽计算得到玻璃瓶的容积应该是 _____ 毫升.



【答案】 300

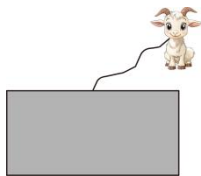
【分析】 根据题意得出玻璃瓶的底面积为 30cm^2 , 然后列式 $240 + 2 \times 30$ 计算即可.

【详解】 解: 由题意可得: 底面积为 $240 \div 8 = 30(\text{cm}^2)$,

∴ 玻璃瓶容积为 $240 + 2 \times 30 = 300(\text{cm}^3)$,

∴ $300\text{cm}^3 = 300\text{ml}$.

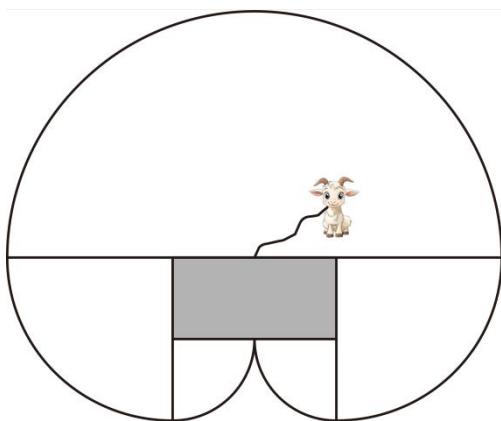
16. 如图, 草原上有一个长方形的建筑物, 长是 2 米, 宽是 1 米, 一只羊被拴在这个长方形建筑物的长边中点上, 已知拴羊的绳子长为 3 米, 这只羊能吃到草的总面积是 _____ 平方米. (结果保留 π)



【答案】 7π

【分析】 画出示意图, 然后根据圆的面积公式可进行求解.

【详解】 解: 小羊在如图所示的图形中吃草,



由图可知：这只羊能吃到草的总面积是 $\frac{1}{2} \times \pi \times 3^2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 \times 2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 \times 2 = 7\pi$ (平方米).

17. 在比例 $3:8=9:24$ 中, 如果把第一项增加 9, 要使比例成立, 可以把第三项增加 _____.

【答案】

27

【分析】根据比例的基本性质, 两内项的积等于两外项的积, 第一项增加 9 后得到新的第一项, 计算变化后外项的积, 再根据积相等求出变化后第三项的数值, 最后减去原第三项即可得到增加的数.

【详解】解: 把第一项增加 9, 即 $3+9=12$,
为满足内项之积与外项之积相等,

则变化后的第三项为 $\frac{12 \times 24}{8} = \frac{288}{8} = 36$,

即 $36-9=27$, 可以把第三项增加 27.

18. 如图所示, 四个大小相同的球恰好放在一个圆柱形盒子里, 四个球的体积之和占整个盒子容积的 _____ (填几分之几). (提示: $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3$)



【答案】 $\frac{2}{3}$

【分析】设球的半径为 r , 分别求出四个球的体积和盒子的体积, 即可求解.

【详解】解：设球的半径为 r ,

则四个球的体积和为 $4 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{16}{3} \pi r^3$,

盒子的体积为 $\pi r^2 \cdot 8r = 8\pi r^3$,

故四个球的体积之和占整个盒子容积的 $\frac{\frac{16}{3} \pi r^3}{8\pi r^3} = \frac{2}{3}$.

三、解答题:(本大题共 7 题, 共 78 分, 19-22 题每题 10 分, 23-24 每题 12 分, 25 题 14 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} 3x - y = 7, \\ 4x - 5y = 2. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y - z = -1, \\ x - y - z = 0, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

【答案】(1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$

【详解】(1) $\begin{cases} 3x - y = 7, & \text{①} \\ 4x - 5y = 2 & \text{②} \end{cases}$

解: ① $\times 5$, 得

$$15x - 5y = 35. \quad \text{③}$$

③ $-$ ②, 得

$$15x - 5y - (4x - 5y) = 35 - 2,$$

$$11x = 33,$$

$$x = 3.$$

把 $x = 3$ 代入①, 得

$$3 \times 3 - y = 7,$$

$$y = 2.$$

所以这个方程组的解是

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y - z = -1, & \text{①} \\ x - y - z = 0, & \text{②} \\ x - 2y + z = 5. & \text{③} \end{cases}$$

解：①-②，得

$$2x + y - z - (x - y - z) = -1,$$

$$x + 2y = -1. \quad \text{④}$$

②+③，得

$$x - y - z + (x - 2y + z) = 5,$$

$$2x - 3y = 5. \quad \text{⑤}$$

④与⑤组成二元一次方程组

$$\begin{cases} x + 2y = -1, \\ 2x - 3y = 5. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -1. \end{cases}$$

把 $x = 1$ ， $y = -1$ 代入②，得

$$z = 2.$$

所以这个方程组的解是

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -1, \\ z = 2. \end{cases}$$

20. 解比例：

$$(1) \frac{1.5}{0.6} = \frac{3}{x}$$

$$(2) \frac{4}{15} : 3 = x : \frac{5}{6}$$

【答案】(1) $x = 1.2$

$$(2) x = \frac{2}{27}$$

【详解】(1) 解: $\frac{1.5}{0.6} = \frac{3}{x}$

$$1.5x = 1.8$$

$$x = 1.2$$

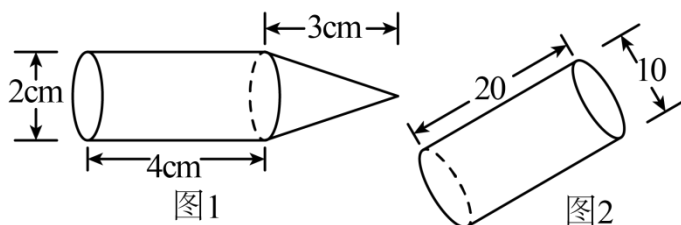
(2) 解: $\frac{4}{15} : 3 = x : \frac{5}{6}$

$$3x = \frac{4}{15} \times \frac{5}{6}$$

$$3x = \frac{2}{9}$$

$$x = \frac{2}{27}$$

21. 图 1, 求体积. (单位: cm) 图 2 求圆柱的表面积 (单位: cm)



【答案】 体积为 $5\pi\text{cm}^3$; 圆柱的表面积为 $250\pi\text{cm}^2$

【分析】 根据“体积 = 圆柱的体积 + 圆锥的体积”、“圆柱的表面积 = $\pi dh + 2\pi r^2$ ”计算即可;

【详解】解: $\pi \times (2 \div 2)^2 \times 4 + \frac{1}{3} \times \pi \times (2 \div 2)^2 \times 3$

$$= \pi \times 1 \times 4 + \frac{1}{3} \times \pi \times 1 \times 3$$

$$= 4\pi + \pi$$

$$= 5\pi(\text{cm}^3),$$

$$\pi \times 10 \times 20 + 2\pi \times (10 \div 2)^2$$

$$= 200\pi + 2\pi \times 25$$

$$= 200\pi + 50\pi$$

$$= 250\pi(\text{cm}^2),$$

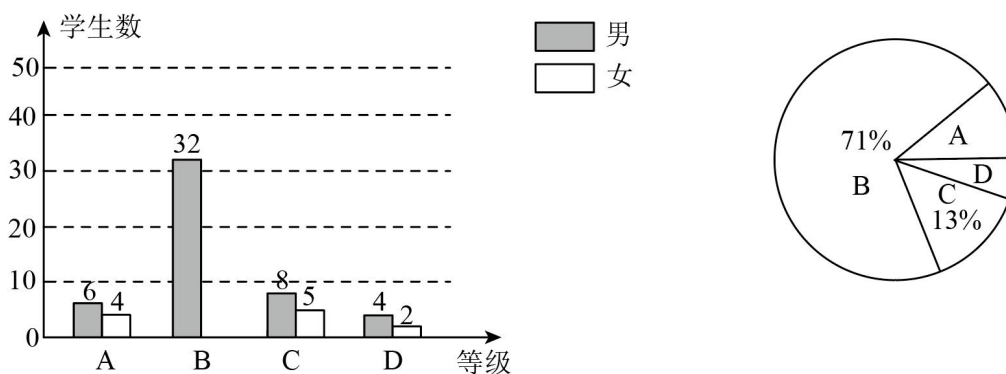
答: 体积为 $5\pi\text{cm}^3$; 圆柱的表面积为 $250\pi\text{cm}^2$.

22. 青少年体重指数 (BMI) 是评价青少年营养状况、肥胖的一种衡量方式, 其计算公式:

$BMI = \frac{G}{h^2} (kg/m^2)$ 其中 G 表示体重(kg), h 表示身高(m). 《国家学生体质健康标准》将学生体重指数 (BMI) 分成四个等级 (如表), 为了解学校学生体重指数分布情况, 某数学实践小组开展了调查.

等级	偏瘦 A	标准 B	超重 C	肥胖 D
男	$BMI \leq 15.7$	$15.7 < BMI \leq 22.5$	$22.5 < BMI \leq 25.4$	$BMI > 25.4$
女	$BMI \leq 15.4$	$15.4 < BMI \leq 22.2$	$22.2 < BMI \leq 24.8$	$BMI > 24.8$

【数据收集、数据整理】小组成员通过问卷调查, 收集数据, 并绘制统计图.



【问题解决、作出决策】根据以上信息, 解决下列问题:

- (1) 本次调查的总人数为 _____;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 扇形统计图中表示“A”的扇形所对应的圆心角的度数是 _____;
- (4) 一位男生的身高为1.6m, 体重为51.2kg, 那么他的体重指数 BMI 属于 _____ 等级; (请从 A、B、C、D 中选择一个填写)
- (5) 若该校共有 2000 名学生, 请估计全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数.

【答案】(1)100

(2)图见详解

(3)36°

(4)B

(5)全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数 120 名

【分析】(1) 根据统计图可直接进行求解;

(2) 由 (1) 先得出 B 组的人数, 然后问题可求解;

(3) 由 (1) 可得 A 组所占百分比, 然后问题可求解;

(4) 先根据公式得出这个男生的体重指数 BMI, 然后问题可求解;

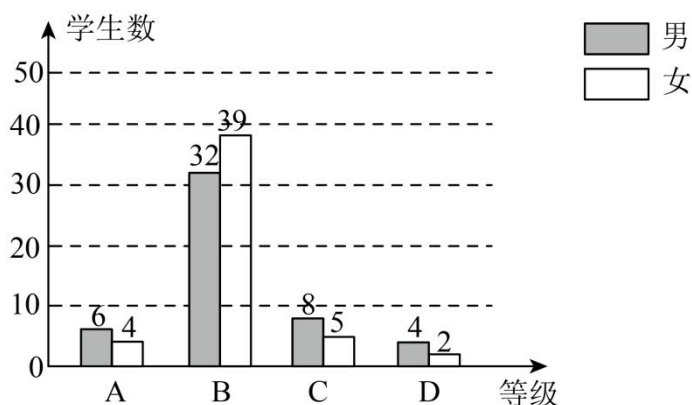
(5) 根据题意可直接进行求解.

【详解】(1) 解: 由统计图可知: 本次调查的总人数为 $(8+5) \div 13\% = 100$ 人;

(2) 解: 由 (1) 可知: “B”组的总人数为 $100 \times 71\% = 71$ (人),

$\therefore$ 女生人数为 $71 - 32 = 39$ (人),

补全条形统计图如下所示:



(3) 解: 由图可知: 图中表示“A”的扇形所对应的圆心角的度数是 $\frac{6+4}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$;

(4) 解: 由题意得: $BMI = \frac{G}{h^2} = \frac{51.2}{1.6^2} = 20$,

$\therefore$ 该男生的体重指数 BMI 属于 B 等级;

(5) 解: 由题意得:

$$2000 \times \frac{4+2}{100} = 120 \text{ (名)};$$

答: 全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数 120 名.

23. 小明在拼图时, 发现 8 个大小一样的小长方形恰好可以拼成如图 1 所示的一个大长方形. 小红看见了, 说: “我来试一试.” 结果小红七拼八凑, 拼成如图 2 所示的正方形, 中间留下的空白部分恰好是边长为 2mm 的小正方形.

你能求出这些小长方形的长和宽吗?

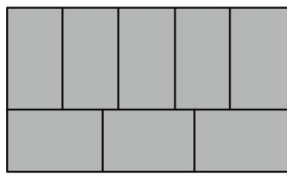


图 1

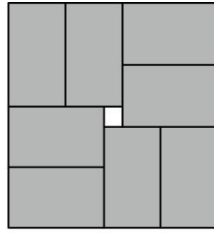


图 2

【思路分析】

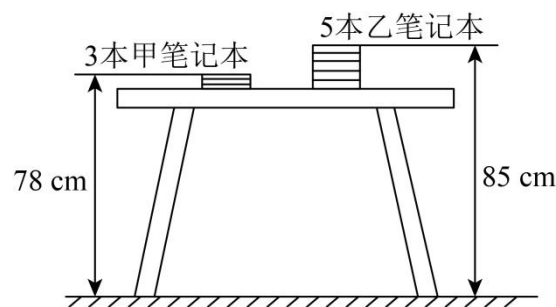
(1) 设每一个小长方形的长为 $x\text{mm}$ ，宽为 $y\text{mm}$ ，则由图 1 可列二元一次方程_____，由图 2 可列二元一次方程_____.

【问题解决】

(2) 根据 (1) 中的分析，求出小长方形的长和宽.

【拓展延伸】

(3) 七 (6) 班举办“以规范书写呈现汉字之美”的写字活动. 现有甲、乙两种规格的笔记本作为奖品奖励给同学们. 已知每本乙笔记本的厚度是每本甲笔记本厚度的 2 倍. 根据下图中所给的数据，求每本甲笔记本的厚度和桌子的高度.



【答案】(1) $5y = 3x$; $2y = x + 2$

(2) 小长方形的长是 10mm ，宽是 6mm

(3) 每本甲笔记本的厚度为 1cm ，桌子的高度为 75cm

【分析】(1) 根据图 1、图 2 列二元一次方程即可；

(2) 联立 (1) 中两二元一次方程求解即可；

(3) 设每本甲笔记本的厚度为 $a\text{cm}$ ，桌子的高度为 $b\text{cm}$ ，则每本乙笔记本的厚度为 $2a\text{cm}$ ，根据题意列方程组求解即可.

【详解】(1) 解：由图 1 可列二元一次方程 $5y = 3x$ ，由图 2 可列二元一次方程 $2y = x + 2$.

(2) 解：根据题意，得
$$\begin{cases} 3x = 5y \\ 2y = x + 2 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x = 10 \\ y = 6 \end{cases}$,

答：小长方形的长是10mm，宽是6mm.

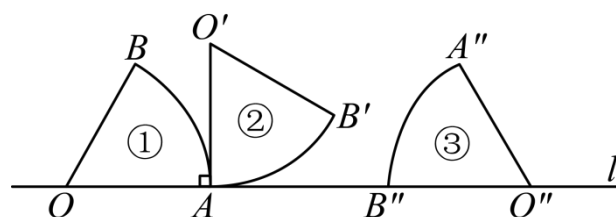
(3) 解：设每本甲笔记本的厚度为 a cm，桌子的高度为 b cm，则每本乙笔记本的厚度为 $2a$ cm，

根据题意，得 $\begin{cases} 3a + b = 78 \\ 2a \times 5 + b = 85 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 75 \end{cases}$,

答：每本甲笔记本的厚度为1cm，桌子的高度为75cm.

24. 如图，扇形 AOB 从图①无滑动地绕着点 A 旋转到图② ($\angle O'AO = 90^\circ$) 的位置，再由图②紧贴直线运动到图③的位置. 已知 $\angle AOB = 60^\circ$, $OA = 2$ ，求：



(1) 由图①运动到图②时点 O 所经过的路径长；

(2) 点 O 从图①运动到图③所经过的所有路径与直线 l 围成的图形面积. (结果均保留 π)

【答案】(1) π

(2) $\frac{10}{3}\pi$

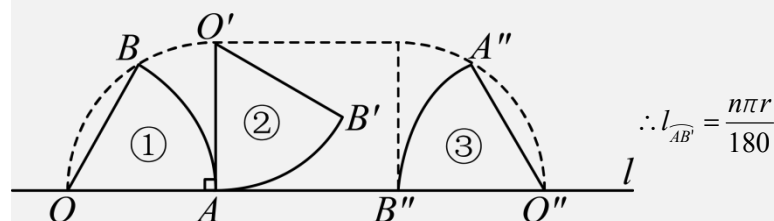
【分析】(1) 点 O 的运动路径是以 A 为圆心， OA 为半径，圆心角为 90° 的弧，根据弧长公式即可求解；

(2) 如图，找出点 O 的完整运动路径是由三段组成，分别求出面积即可求解.

【详解】(1) 解：由图①到图②，点 O 所经过的路径长为弧 OO' 的长，

$$\therefore l_{\widehat{OO'}} = \frac{90\pi \times 2}{180} = \pi;$$

(2) 解：如图



$$= \frac{60\pi \times 2}{180} = \frac{2}{3}\pi = AB'' ,$$

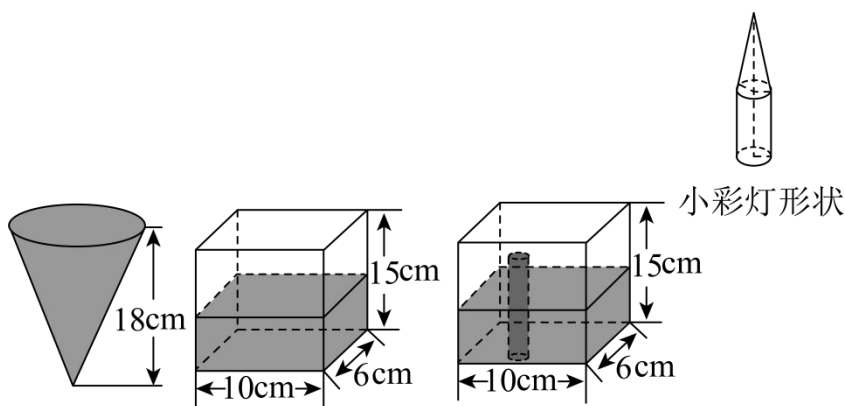
$$\therefore S_{\text{长方形}} = \frac{2}{3}\pi \times 2 = \frac{4}{3}\pi ,$$

$$\therefore S_{\text{半圆}} = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi \times 4 = 2\pi ,$$

$$\therefore S = S_{\text{长方形}} + S_{\text{半圆}} = \frac{4}{3}\pi + 2\pi = \frac{10}{3}\pi .$$

答：点 O 所走过的路径与直线 l 围成的面积是 $\frac{10}{3}\pi$.

25. 一个装满水的圆锥形容器，底面积是 80cm^2 ，高是 18cm ，将这些水全部倒入一个长方体水槽中，已知这个长方体水槽的长、宽、高分别是 10cm 、 6cm 、 15cm .



(1)求这个长方体水槽中水的深度.

(2)如果把一个底面半径是 2 厘米的圆柱形铁块垂直放入长方体水槽中，当它的一个底面在水中与长方体水槽的底面完全接触时，仍有 $\frac{3}{13}$ 的铁块露出水面，求这个圆柱形铁块的高. (π 取 3)

(3)冰雪节马上就要到了，39 中学组织学生制作小冰灯. 小明决定将 (2) 问中长方体水槽中的圆柱形铁块移动到水槽中央，作为冰灯的支架，然后放入 4 个相同的彩灯，冷冻成长方体小冰灯 (彩灯是由等底等高的圆柱和圆锥组合而成). 已知水结成冰后体积增加 $\frac{1}{10}$ ，如果彩灯的底面半径是 $\frac{3}{2}$ 厘米，那么彩灯的高最大是多少厘米，才会使冻成的冰灯表面恰好不会溢出水槽? (π 取 3)

【答案】(1) 8cm

(2) 13cm

(3) 12cm

【分析】(1) 长方体水槽内的水的体积 = 装满水的圆锥内水的体积，根据圆锥和长方体的体

积公式求解即可；

(2) 浸入体积 = 水面上升后增加体积，再根据体积公式求解即可；

(3) 4 个彩灯最大总体积 = 水槽容积 - 结冰后体积 - 铁块体积，设彩灯圆柱高 = 圆锥高 = h ，根据体积公式求解即可。

【详解】(1) 圆锥体积： $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \times 80 \times 18 = 480\text{cm}^3$ ，

水倒入长方体，水深： $h = \frac{V}{ab} = \frac{480}{10 \times 6} = 8\text{cm}$

答：水的深度为 8cm 。

(2) 设圆柱铁块高为 H ，浸入水中高度为 $\left(1 - \frac{3}{13}\right)H = \frac{10}{13}H$

铁块底面积： $S_{\text{铁}} = \pi r^2 = 3 \times 2^2 = 12\text{cm}^2$

浸入体积 = 水面上升后增加体积：

$$12 \times \frac{10}{13}H = 10 \times 6 \times \left(\frac{10}{13}H - 8\right), \text{ 解得 } H = 13\text{cm}$$

答：圆柱形铁块的高为 13cm 。

(3) 水槽容积： $10 \times 6 \times 15 = 900\text{cm}^3$ ，水体积： 480cm^3

结冰后体积： $480 \times \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 528\text{cm}^3$

铁块体积： $12 \times 13 = 156\text{cm}^3$

4 个彩灯最大总体积： $900 - 528 - 156 = 216\text{cm}^3$

1 个彩灯体积： $216 \div 4 = 54\text{cm}^3$

彩灯底面积： $S = 3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}\text{cm}^2$

彩灯为等底等高圆柱 + 圆锥，设彩灯圆柱高 = 圆锥高 = h

总体积： $V = Sh + \frac{1}{3}Sh = \frac{4}{3}Sh$

$$54 = \frac{4}{3} \times \frac{27}{4} \times h$$

$$h = 6\text{cm}$$

$$2h = 6 \times 2 = 12(\text{cm})$$

答：彩灯的高最大是 12cm 。

【点睛】本题考查了圆柱与圆锥的有关计算，以及简单方程的应用，根据已知数量和所求数量找到等量关系，建立方程模型是解题的关键。

