

2025-2026 学年六年级数学下学期期末真题重组卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. (24-25 六下 · 上海闵行中学附属实验中学 · 期末) 下列四组数中, 能组成比例的是 ()

A. 2, 3, 1, 4

B. 5, 4, 3, 2

C. $4\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{3}$, 1

D. 0.6, 5, 1.4, 2.1

【答案】C

【分析】本题考查了比例的基本性质, 根据成比例的概念, 当最大值与最小值的乘积等于另外两个数相乘, 则成比例, 由此即可求解。

【详解】解: A、 $1 \times 4 \neq 2 \times 3$, 不能组成比例, 不符合题意;

B、 $5 \times 2 \neq 4 \times 3$, 不能组成比例, 不符合题意;

C、 $4\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times 1$, 能组成比例, 符合题意;

D、 $2.1 \times 1.4 \neq 5 \times 0.6$, 不能组成比例, 不符合题意;

故选: C.

2. (24-25 六下 · 上海文来中学 · 期末) 若扇形的圆心角扩大为原来的 4 倍, 半径是原来的 $\frac{1}{2}$, 则扇形的弧长为原来的 ()

A. 2 倍

B. 1 倍

C. $\frac{1}{2}$

D. 4 倍

【答案】A

【分析】本题考查扇形的弧长. 熟记扇形的弧长公式是解题的关键. 根据扇形的弧长公式, 进行求解即可.

【详解】解: 设原扇形的圆心角度数为 a , 半径为 r ,

$\therefore$ 扇形的弧长 $l = \frac{a}{360} \times 2\pi R$,

圆心角扩大为原来的 4 倍, 半径是原来的 $\frac{1}{2}$, 扇形的弧长变为:

$$\frac{4 \times a}{360} \times 2\pi \times \left(\frac{1}{2}R\right) = \frac{a}{360} \times 2\pi R \times 2 = 2l,$$

$\therefore$ 这个扇形的弧长为原来的 2 倍;

故选: A.

3. (24-25 六下·上海嘉定区(五四制)·期末)六(3)班昨天到校 42 人, 病假 1 人, 那么计算出勤率的正确算式是 ()

A. $\frac{1}{42} \times 100\%$

B. $\frac{1}{42+1} \times 100\%$

C. $\frac{42-1}{42} \times 100\%$

D. $\frac{42}{42+1} \times 100\%$

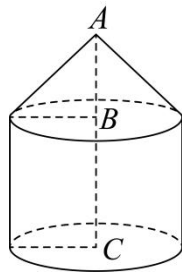
【答案】D

【分析】本题考查了百分数的应用, 总人数为到校人数与请假人数之和, 即 $42+1=43$ 人, 出勤人数为 42 人, 出勤率计算公式为: 出勤率 = $\frac{\text{出勤人数}}{\text{总人数}} \times 100\% = \frac{42}{42+1} \times 100\%$,

【详解】解: 根据题意, 到校 42 人, 病假 1 人, 总人数为 $42+1=43$ 人, 因此出勤率应为 $\frac{42}{43} \times 100\%$.

故选: D

4. (24-25 六下·上海宝山区顾村实验学校·期末)一个陀螺的上端可近似地看作一个圆锥, 下端可近似地看作一个圆柱, 结构示意图如图所示. 已知 B 、 C 分别是圆柱上、下底面的圆心, $AC=8$, $AB=3$, 底面半径为 2, 则该陀螺的体积为 (结果保留 π) ()



A. 24π

B. 2π

C. $\frac{56\pi}{3}$

D. 9π

【答案】A

【分析】本题考查圆柱、圆锥的体积, 该陀螺的体积等于上面圆锥的体积与下面圆柱的体积之和, 由此可解.

【详解】解：∵ $AC = 8, AB = 3$,

$$\therefore BC = AC - AB = 8 - 3 = 5,$$

∵ 底面半径 $r = 2$,

$$\therefore \text{该陀螺的体积为: } \pi \cdot r^2 \cdot BC + \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot AB = \pi \cdot 2^2 \times 5 + \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \times 3 = 24\pi,$$

故选 A.

5. (24-25 六下 · 上海闵行中学附属实验中学 · 期末) 下列二元一次方程组中, 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ 的是
()

A. $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 4x - y = 11 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - y = 11 \end{cases}$

【答案】B

【分析】本题主要考查了解二元一次方程组. 熟练掌握二元一次方程组的解法——加减消元法和代入消元法是解题的关键.

逐一利用加减消元法解答, 即可求解.

【详解】A. $\begin{cases} 3x - y = 3 \text{ ①} \\ 2x + y = 1 \text{ ②} \end{cases},$

①+②, 得 $5x = 4$,

解得 $x = \frac{4}{5}$,

把 $x = \frac{4}{5}$ 代入②, 得 $2 \times \frac{4}{5} + y = 1$,

解得 $y = -\frac{3}{5}$,

∴ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases};$

B. $\begin{cases} x - y = -1 \text{ ①} \\ 2x - y = 1 \text{ ②} \end{cases},$

②-①, 得 $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入①, 得 $2 - y = -1$,

解得 $y = 3$,

∴ 原方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$;

C. $\begin{cases} 3x+y=2 \text{①} \\ 4x-y=11 \text{②} \end{cases}$,

①+②, 得 $7x=13$,

解得 $x=\frac{13}{7}$,

把 $x=\frac{13}{7}$ 代入①, 得 $3 \times \frac{13}{7} + y = 2$,

解得 $y=-\frac{25}{7}$,

∴ 原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{13}{7} \\ y=-\frac{25}{7} \end{cases}$;

D. $\begin{cases} x+y=-1 \text{①} \\ 2x-y=11 \text{②} \end{cases}$,

①+②, 得 $3x=10$,

解得 $x=\frac{10}{3}$,

把 $x=\frac{10}{3}$ 代入①, 得 $\frac{10}{3} + y = -1$,

解得 $y=-\frac{13}{3}$,

∴ 原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{10}{3} \\ y=-\frac{13}{3} \end{cases}$.

故选: B.

6. (24-25 六下 · 上海进才中学 · 期末) “滴水湖” 的湖面呈圆形, 半径约是 1.25 千米. “滴水湖” 的周长大约为 () 千米

A. 1.25π

B. 2.5π

C. 5π

D. 2.25π

【答案】B

【分析】 本题主要考查圆的周长的计算, 掌握其计算公式是关键.

根据圆的周长公式直接计算.

【详解】 解: 已知圆的半径 $r=1.25$ 千米, 圆的周长公式为 $C=2\pi r$,

代入数据得: $C = 2\pi \times 1.25 = 2.5\pi$ (千米),

故选: B.

第 II 卷

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. (24-25 六下 · 上海青浦区实验中学 · 期末)为更好地反映我市一周内降雨量的变化情况, 最适合采用_____统计图 (填“扇形”、“折线”或“条形”).

【答案】 折线

【分析】 本题主要考查统计图的选择. 根据统计图的特点进行分析可得: 扇形统计图表示的是部分在总体中所占的百分比, 但一般不能直接从图中得到具体的数据; 折线统计图表示的是事物的变化情况; 条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目.

【详解】 解: 为更好地反映我市一周内降雨量的变化情况, 最适合采折线统计图.

故答案为: 折线.

8. (24-25 六下 · 上海黄浦区毓秀学校 · 期末)若 $(m-1)x+3y^{|m|}=12$ 是关于 x, y 的二元一次方程, 则 m 的值是_____.

【答案】 -1

【分析】 本题考查二元一次方程的定义, 根据二元一次方程的定义, 得到 $m-1 \neq 0, |m|=1$, 进行求解即可, 熟练掌握二元一次方程的定义, 是解题的关键.

【详解】 解: 由题意, 得: $m-1 \neq 0, |m|=1$,

$\therefore m=-1$;

故答案为: -1

9. (24-25 六下 · 上海宝山区宝山实验学校 · 期末)一件运动衣的成本价为 m 元, 先按成本提高 50% 后标价, 再按标价的 9 折出售, 这件运动衣的售价是_____元.

【答案】 $1.35m$

【分析】 此题考查了字母表示数的方法, 弄清百分数乘法的意义是解本题的关键.

首先根据百分数乘法的意义, 求出这件运动衣先按成本提高 50% 后的标价是多少; 然后用标价乘以 0.9, 求出这件运动衣的售价是多少, 化简即可.

【详解】 解: 由题意可得: 运动衣先按成本提高 50% 后的标价为: $m(1+50\%)$,

再按标价的9折出售的售价是： $m(1+50\%) \times 0.9$ ，

$$\therefore m(1+50\%) \times 0.9 = 1.35m,$$

答：这件运动衣的售价是1.35m元.

故答案为：1.35m.

10. (24-25 六下 · 上海徐汇区徐汇中学 · 期末)已知 $x+2y=5$ 和 $x+y=6$ ，则 $2x+y=$ _____.

【答案】4

【分析】本题考查了解二元一次方程组. 将方程组的两个方程加起来，得到 $6x+3y=12$ ，进而得到 $x+y=3$.

【详解】解：由题意得
$$\begin{cases} x+2y=6 \text{ ①} \\ 5x+y=6 \text{ ②} \end{cases},$$

将①+②，得： $6x+3y=12$ ，

则： $2x+y=4$.

故答案为：4.

11. (24-25 六下 · 上海长宁区 · 期末)若扇形的圆心角为 80° ，半径为8，则它的弧长为_____.

【答案】 $\frac{32}{9}\pi$

【分析】本题考查了求弧长. 根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 即可求解.

【详解】解：扇形的圆心角为 80° ，半径为8，

$$\therefore \text{它的弧长为 } \frac{80}{180} \times 8\pi = \frac{32}{9}\pi,$$

故答案为： $\frac{32}{9}\pi$.

12. (24-25 六下 · 上海青浦区 · 期末)一个盒子里有20个只有颜色不同的球，其中有10个白球、7个红球、3个绿球，从中任意摸出一个球，摸到_____球的可能性最小.

【答案】绿

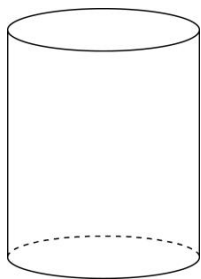
【分析】本题考查可能性，根据球的数量，进行判断即可.

【详解】解：由题意，绿球的数量最少，

故摸到绿球的可能性最小，

故答案为：绿.

13. (24-25 六下 · 上海存志学校 · 期末)如图是一个高为3cm的圆柱，其底面周长为 2π cm，则该圆柱的表面积为_____ cm^2 .



【答案】 8π

【分析】 先求出该圆柱的底面半径，然后根据圆柱的表面积等于圆柱的侧面积加上两个底面的面积，即可求解。

【详解】 解：根据题意得：该圆柱的底面半径为 $2\pi \div 2\pi = 1\text{cm}$ ，

该圆柱的表面积为

$$2\pi \times 3 + 2\pi \times 1^2 = 8\pi \text{cm}^2.$$

故答案为： 8π

【点睛】 本题主要考查了求圆柱的表面积，熟练掌握圆柱的表面积等于圆柱的侧面积加上两个底面的面积是解题的关键。

14. (24-25 六下 · 上海上宝中学 · 期末) 已知方程组
$$\begin{cases} x+y=4 \\ y+z=6 \\ z+x=8 \end{cases}$$
，则 $x+y+z=$ _____.

【答案】 9

【分析】 此题考查了解三元一次方程组；方程组中三个方程左右两边相加，变形即可得到 $x+y+z$ 的值。

【详解】 解：
$$\begin{cases} x+y=4 \\ y+z=6 \\ z+x=8 \end{cases},$$

①+②+③，得

$$2x+2y+2z=18,$$

$$\therefore x+y+z=9,$$

故答案为： 9.

15. (24-25 六下 · 上海闵行区莘松等校 · 期末) 某银行三年定期储蓄的年利率是 1.95%，小杰的父亲取出三年到期的本利和一共 31755 元，那么小杰的父亲存入的本金是_____元。

【答案】 30000

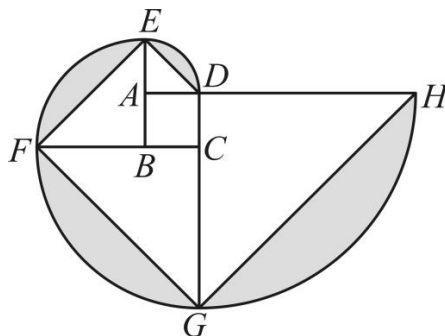
【分析】 本题考查百分数的运算，掌握计算公式是解题的关键。利用 “本利和 = 本金 $\times (1 + \text{利率} \times \text{期数})$ ” 解

题即可.

【详解】解: $31755 \div (1 + 3 \times 1.95\%) = 30000$ 元,

故答案为: 30000.

16. (24-25 六下 · 上海闵行区 · 期末)如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米, 分别以正方形的四个顶点为圆心画扇形 (如图所示), 则阴影部分面积之和是_____平方厘米 (结果保留 π)



【答案】 $\left(\frac{15}{2}\pi - 15\right)$

【分析】 本题考查求阴影部分的面积, 用各自阴影部分所在的扇形面积减去直角三角形的面积, 再相加即可得出结果.

【详解】解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米,

$\therefore AB = AD = CD = BC = 1\text{cm}$,

由题意, 得:

$AE = AD = 1\text{cm}$, $BF = BE = AB + AE = 2\text{cm}$, $CF = CG = BC + BF = 3\text{cm}$, $DG = DH = CD + CG = 4\text{cm}$,

$\therefore$ 阴影部分面积之和为: $\frac{1}{4}\pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{4}\pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{4}\pi \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{4}\pi \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4$
 $= \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2} + \pi - 2 + \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2} + 4\pi - 8$

$= \frac{15}{2}\pi - 15$ (平方厘米);

故答案为: $\left(\frac{15}{2}\pi - 15\right)$.

17. (24-25 六下 · 上海进才中学 · 期末)小明在拼图时, 发现 8 个一样大小的长方形, 恰好可以拼成一个大的长方形 (如图甲); 小红看见了, 说: “我也来试一试,” 结果小红七拼八凑, 拼成了如图乙那样的正方形, 中间还留下了一个洞, 恰好是边长为 3mm 的小正方形, 则每个小长方形的面积为_____ mm^2 .

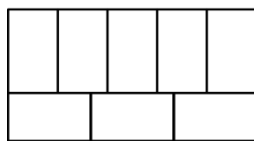


图1

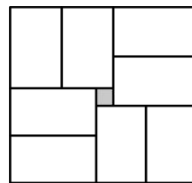


图2

【答案】 135

【分析】 设每个小长方形的长为 $x\text{mm}$ ，宽为 $y\text{mm}$ ，根据图形给出的信息可知，长方形的 5 个宽与其 3 个长相等，两个宽-一个长=3，于是得方程组，解出即可.

【详解】 解：设每个长方形的长为 $x\text{mm}$ ，宽为 $y\text{mm}$ ，由题意，

$$\text{得} \begin{cases} 3x = 5y \\ 2y - x = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases}.$$

$$9 \times 15 = 135 \text{ (mm}^2\text{)}.$$

故答案为：135.

【点睛】 此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程组.

18. (24-25 六下 · 上海松江区 · 期末) 一个直角三角形的两条直角边的长分别为 2 cm 和 3 cm，将这个直角三角形绕着它的直角边所在直线旋转一周所形成的几何体的体积是_____ cm^3 .

【答案】 18.84 或 12.56

【分析】 此题主要考查了圆锥的体积公式，理解题意，熟练掌握圆锥体积的计算公式是解决问题的关键，分类讨论是难点之一，漏解是易错点.

根据面动成体可得所形成的几何体是圆锥，分两种情况进行讨论，再根据圆锥的体积计算公式可求出体积.

【详解】 解：以三角形的一条直角边所在直线为轴，将其旋转一周，形成的几何体是圆锥，分两种情况进行讨论：

(1) 以直角边的长为 2 cm 的直角边所在直线为轴旋转一周，得到的圆锥的底面半径为 3 cm，圆锥的高为 2 cm，此时圆锥的体积为： $\frac{1}{3} \times 3^2 \times \pi \times 2 = 6\pi \approx 18.84 (\text{cm}^3)$ ；

(2) 以直角边的长为 3 cm 的直角边所在直线为轴旋转一周，得到的圆锥的底面半径为 2 cm，圆锥的高为 3 cm，此时圆锥的体积为： $\frac{1}{3} \times 2^2 \times \pi \times 3 = 4\pi \approx 12.56 (\text{cm}^3)$.

故答案为：18.84 或 12.56.

三、解答题:(本大题共 7 题, 共 78 分, 19-22 题每题 10 分, 23-24 每题 12 分, 25 题 14 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (24-25 六下·上海交大附中附属嘉定洪德中学·期末)解二元一次方程组.

$$(1) \begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ x = 1 - y \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 8(2x + y) - 3(x - 2y) = 4 \\ \frac{3(2x + y)}{2} + \frac{(x - 2y)}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

【答案】(1) $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x = \frac{6}{65} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}$

【分析】本题考查了解二元一次方程组, 熟练掌握消元法是解题关键.

(1) 将第二个方程代入第一个方程, 消去 x , 解方程可得 y 的值, 再将 y 的值代入第二个方程可得 x 的值, 由此即可得;

(2) 先将方程组整理为 $\begin{cases} 13x + 14y = 4 \text{ ①} \\ 13x + 4y = 2 \text{ ②} \end{cases}$, 再将方程①减去方程②可得 y 的值, 然后将 y 的值代入方程②可得 x 的值, 由此即可得.

【详解】(1) 解: $\begin{cases} 2x + 4y = 5 \text{ ①} \\ x = 1 - y \text{ ②} \end{cases}$,

将②代入①得: $2(1 - y) + 4y = 5$,

解得 $y = \frac{3}{2}$,

将 $y = \frac{3}{2}$ 代入②得: $x = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$,

所以方程组的解为 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$.

$$(2) \text{ 解: } \begin{cases} 8(2x+y)-3(x-2y)=4 \\ \frac{3(2x+y)}{2}+\frac{(x-2y)}{4}=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 整理为 } \begin{cases} 13x+14y=4 \text{ ①} \\ 13x+4y=2 \text{ ②} \end{cases}$$

由①-②得: $14y-4y=4-2$,

解得 $y=\frac{1}{5}$,

将 $y=\frac{1}{5}$ 代入②得: $13x+4\times\frac{1}{5}=2$,

解得 $x=\frac{6}{65}$,

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{6}{65} \\ y=\frac{1}{5} \end{cases}$.

20. (24-25 六下·上海宝山区(五四制)·期末) (1) 求 x 的值: $6:x=\frac{2}{5}:75\%$;

(2) 已知 $a:b=0.3:0.4$, $b:c=\frac{1}{6}:\frac{1}{5}$, 求 $a:b:c$.

【答案】 (1) $x=\frac{45}{4}$; (2) $a:b:c=15:20:24$

【分析】 本题了比例的基本性质.

(1) 直接利用两内项之积等于两外项之积, 再进一步计算即可;

(2) 先化简已知比例, 再统一中间项的份数, 最后合并比例即可.

【详解】 解: (1) 因为 $6:x=\frac{2}{5}:75\%$,

所以 $\frac{2}{5}x=6\times 75\%$,

即 $\frac{2}{5}x=\frac{9}{2}$,

解得: $x=\frac{9}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{45}{4}$;

(2) $a:b=0.3:0.4=3:4=(3\times 5):(4\times 5)=15:20$,

$b:c=\frac{1}{6}:\frac{1}{5}=5:6=(5\times 4):(6\times 4)=20:24$,

$\therefore a:b:c=15:20:24$.

21. (24-25 六下·上海外国语大学附属外国语学校·期末) 某次体育课投篮测验, 某班若干名学生成绩的平均成绩为 4.65 分, 成绩的条形统计图如图 1, 其中得分为“7 分”和“2 分”的情况未画出. 若将“1~3 分”称为不合格, “4~6 分”称为合格, “7~10 分”称为优秀, 该班成绩等第的部分信息如图 2.

某班若干名学生投篮测验条形统计图(7分和2分未画出)

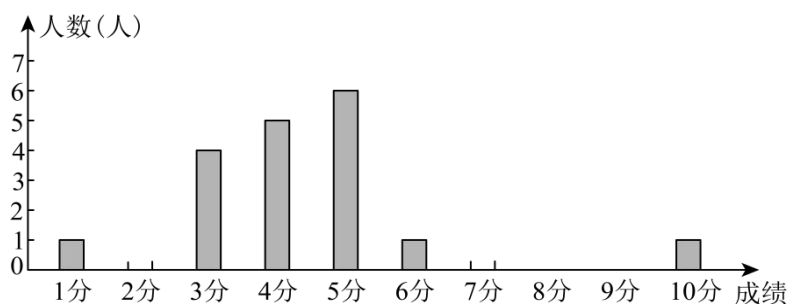


图1

成绩等第扇形统计图

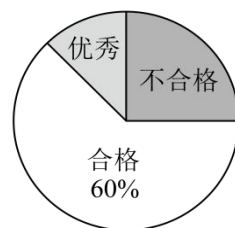


图2

- (1)求参与测验的人数;
- (2)分别求出得分为“2分”和“7分”的人数;
- (3)求扇形统计图中“优秀”所在扇形的圆心角大小.

【答案】 (1)20 人

(2)得分为“2分”和“7分”的人数分别为 0 人、2人;

(3) 54°

【分析】 本题考查了条形统计图与扇形统计图的综合, 求圆心角, 求平均数, 求条形统计图的相关数据, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 运用合格人数除以占比, 得出参与测验的人数, 即可作答.

(2) 先设得分为“2分”的人数为 r 人, 结合平均数的公式列式计算, 即可作答.

(3) 由 (2) 知得分为“7分”的人数为 2 人, 再结合得分为“10分”的人数为 1 人, 进行列式计算, 即可作答.

【详解】 (1) 解: $(5 + 6 + 1) \div 60\% = 20$ (人);

$\therefore$ 参与测验的人数为 20 人;

(2) 解: 设得分为“2分”的人数为 r 人, 则得分为“7分”的人数为 $20 - 1 - r - 4 - 5 - 6 - 1 - 1 = 2 - r$ 人,

$\therefore$ 学生成绩的平均成绩为 4.65 分,

$$\therefore 4.65 = \frac{1 \times 1 + 2r + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 1 + 7 \times (2 - r) + 8 \times 0 + 9 \times 0 + 10 \times 1}{20}$$

$$\therefore r = 0$$

$\therefore$ 得分为“2分”的人数为 0 人;

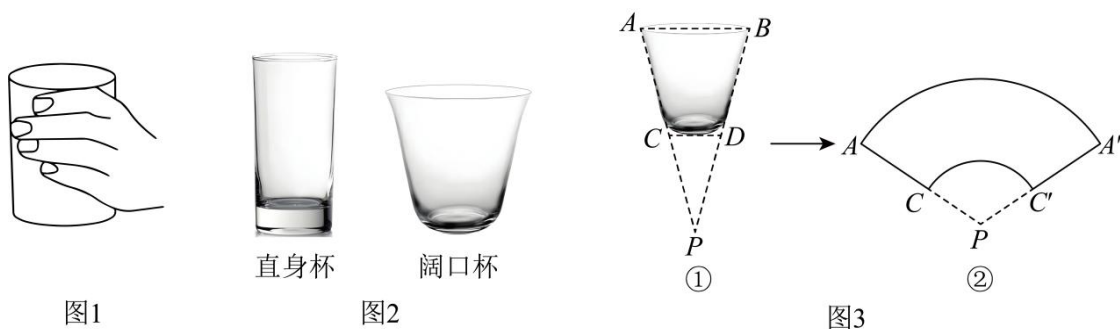
$$\therefore 2 - 0 = 2 \text{ (人)},$$

$\therefore$ 得分为“7分”的人数为 2 人,

(3) 解: $\frac{1+2}{20} \times 360^\circ = 54^\circ$,

∴ 扇形统计图中“优秀”所在扇形的圆心角为 54° .

22. (24-25 六下 · 上海黄浦区毓秀学校 · 期末) 如图 1, 商家销售某些饮品时会给杯子在杯身上套上一个杯套, 方便拿取. 小欣同学深受启发, 准备为家中如图 2 所示的两种玻璃杯也配上杯套. (说明: 整个探究过程中均忽略杯套的连接部分和杯套的厚度).



(1) 小欣家直身杯的杯口直径为 7cm , 她要制作高度为 6cm 的杯套, 则此杯套的面积为 _____ cm^2 (结果保留 π);

(2) 小欣发现阔口杯近似为圆台形状, 如图 3①所示, 通过测量, 杯子上口径 $AB=9\text{cm}$, 下底面直径 $CD=4\text{cm}$, 母线长 AC 、 BC 均为 7.5cm , 为了制作此杯套, 如图 3②, 小欣画出了阔口杯的侧面展开图示意图, 发现它是圆环的一部分.

①证明: 弧 AA' 与 CC' 的长之比等于 AP 与 CP 之比.

②求圆心角 $\angle APA'$ 的度数及杯套的面积. (结果保留 π)

【答案】 (1) 42π

(2) ①见解析; ② 120° ; $\frac{195}{4}\pi\text{cm}^2$

【分析】 本题考查圆柱的侧面积、圆环, 掌握圆柱的侧面积、圆的周长和弧长、扇形面积计算公式是解题的关键.

(1) 根据圆柱的侧面积列式计算即可;

(2) ①根据弧长公式证明即可;

②将弧 AA' 的长用 AB 表示出来, 弧 CC' 长用 CD 表示出来, 由①求出 CP , 从而求出 AP , 由弧长公式列关于 n 的方程并求解, 得到圆心角 $\angle APA'$ 的度数, 再根据扇形面积公式求出杯套的面积即可.

【详解】 (1) 解: $7\pi \times 6 = 42\pi(\text{cm}^2)$,

∴ 此杯套的面积为 $42\pi\text{cm}^2$.

故答案为: 42π .

(2) ①证明：设圆心角 $\angle APA' = n^\circ$,

$$l_{\widehat{AA'}} = \frac{n}{360} \times 2\pi \cdot AP, l_{\widehat{CC'}} = \frac{n}{360} \times 2\pi \cdot CP,$$

则 $\frac{l_{\widehat{AA'}}}{l_{\widehat{CC'}}} = \frac{AP}{CP},$

$\therefore$ 弧 AA' 与 CC' 的长之比等于 AP 与 CP 之比.

②解： $\because l_{\widehat{AA'}} = \pi \cdot AB, l_{\widehat{CC'}} = \pi \cdot CD,$

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{AP}{CP} = \frac{9}{4}, \text{ 即 } \frac{AC+CP}{CP} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore \frac{7.5+CP}{CP} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore CP = 6\text{cm},$$

$$\therefore AP = AC + CP = 7.5 + 6 = 13.5\text{cm},$$

$$\therefore l_{\widehat{CC'}} = \frac{n}{360} \times 2\pi \times CP = \pi \cdot CD, \text{ 即 } \frac{n}{360} \times 2\pi \times 6 = \pi \times 4,$$

$$\therefore n = 120,$$

$\therefore$ 圆心角 $\angle APA'$ 的度数为 120° ,

$$\frac{120}{360} \pi (AP^2 - CP^2) = \frac{195}{4} \pi \text{cm}^2,$$

$\therefore$ 杯套的面积为 $\frac{195}{4} \pi \text{cm}^2$.

23. (24-25 六下 · 上海闵行中学附属实验中学 · 期末) 【学习材料】

在求代数式的值时，有些题目可以用整体求值的方法，化难为易.

例如：已知 $\begin{cases} 3x+2y+z=4 \text{ ①} \\ 7x+4y+3z=10 \text{ ②} \end{cases}$ ，求 $2x+y+z$ 的值.

解：②-①得， $4x+2y+2z=6$ ③

$$\text{③} \times \frac{1}{2} \text{ 得, } 2x+y+z=3$$

所以， $2x+y+z$ 的值为 3.

【类似迁移】

(1) 已知 $\begin{cases} x+2y+3z=10 \text{ ①} \\ 5x+6y+7z=26 \text{ ②} \end{cases}$ ，求 $3x+4y+5z$ 的值.

【实际应用】

(2) 学校运动会即将到来，六（2）班学生准备购买若干啦啦队道具积极准备入场表演，根据商店的价格，

若购买 3 条彩带、2 个头饰、1 面小红旗需要 28 元；若购买 7 条彩带、5 个头饰、3 面小红旗需要 66 元；
六 (2) 班共 45 位同学，则购买 45 条彩带、45 个头饰、45 面小红旗需要多少元？

【答案】 (1) 18； (2) 450 元

【分析】 本题考查三元一次方程组的应用，理解题意并列得正确的方程组是解题的关键.

(1) 将两个方程相加后再两边同时除以 2 即可；

(2) 设买一条彩带需要 x 元，一个头饰需要 y 元，一面小红旗需要 z 元，根据题意列得方程组，然后整体求值即可.

【详解】解： (1) ②+①得， $6x+8y+10z=36$ ③，

③ $\times\frac{1}{2}$ 得， $3x+4y+5z=18$ ，

所以， $3x+4y+5z$ 的值为 18；

(2) 设买一条彩带需要 x 元，一个头饰需要 y 元，一面小红旗需要 z 元，

由题可得，
$$\begin{cases} 3x+2y+z=28 & \text{①} \\ 7x+5y+3z=66 & \text{②} \end{cases}$$

②-① $\times 2$ 得： $x+y+z=10$ ，

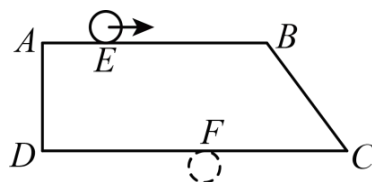
所以， $45x+45y+45z=450$ ，

答：购买 45 条彩带、45 个头饰、45 面小红旗需要 450 元.

24. (24-25 六下·上海徐汇区徐汇中学·期末)如图，梯形 $ABCD$ 中，

$\angle B=120^\circ$, $\angle C=60^\circ$, $AB=20\text{cm}$, $CD=24\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, E 、 F 分别为 AB 、 CD 上的点，且

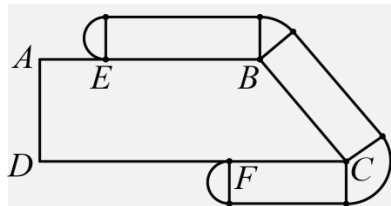
$AE=\frac{1}{5}AB$, $CF:DF=5:7$ ，一个半径为 1cm 的圆在梯形的外侧，沿着梯形的边连续地从点 E 经过点 B 、 C 无滑动地滚动到点 F ，求圆滚过区域的面积 (结果保留 π) .



【答案】 $(68+3\pi)\text{cm}^2$

【分析】 本题考查与圆有关的面积问题. 根据题意把圆滚过的面积分为 7 部分，3 个长方形，起点、终点分别为两个半圆， $\angle ABC$, $\angle BCD$ 拐角处分别为半径为 2cm 的扇形，起点、终点加起来正好是一个半径长为 1cm 圆的面积； $\angle B$, $\angle C$ 拐角处面积之和是半径为 2 厘米的半圆的面积；据此解答即可.

【详解】解：如图，



$\because AB = 20\text{cm}, CD = 24\text{cm}$, 且 $AE = \frac{1}{5}AB, CF:DF = 5:7$,

$$\therefore AE = \frac{1}{5}AB = 4\text{cm}, CF = \frac{5}{12}CD = 10\text{cm},$$

$$\therefore BE = AB - AE = 16\text{cm},$$

$$\therefore \angle B = 120^\circ, \angle C = 60^\circ,$$

$\therefore \angle ABC$ 拐角处为半径为 2cm , 圆心角为 $360^\circ - 90^\circ \times 2 - 120^\circ = 60^\circ$ 的扇形, $\angle BCD$ 拐角处为半径为 2cm , 圆心角为 $360^\circ - 90^\circ \times 2 - 60^\circ = 120^\circ$ 的扇形,

$$\therefore 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ,$$

$\therefore \angle ABC, \angle BCD$ 拐角处面积之和是半径为 2 厘米的半圆的面积,

$\therefore$ 起点、终点加起来正好是一个半径长为 1cm 圆的面积, 点 E 到点 B , 点 B 到点 C , 点 C 到点 F , 都为长方形, 且 $BC = 8\text{cm}$,

$$\therefore \text{圆滚过区域的面积} = 2 \times (16 + 8 + 10) + \pi + \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 = (68 + 3\pi)\text{cm}^2.$$

25. (24-25 六下 · 上海宝山区宝山实验学校 · 期末) 齿轮是一种有齿的机械构件, 它们通常以两个或多个为一组, 如果两个齿轮不同轴, 一个轴上的齿轮的齿与另一个轴上的齿轮的啮合, 当一个齿轮旋转时, 会带动另一个齿轮旋转, 如图1所示, 在机械设计中齿轮的其中一个作用就是变速.

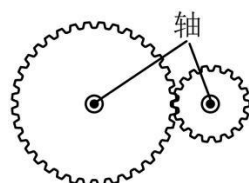


图1

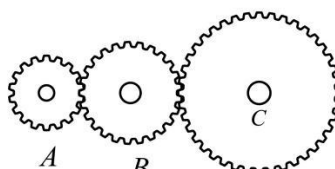


图2

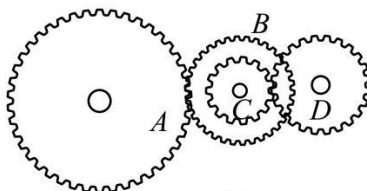


图3

(1) 现有一个齿数为 25 的小齿轮要配一个合适齿数的大齿轮, 使得这个齿轮组合可使小齿轮的转速从 3600 圈/分降为 1200 圈/分, 则大齿轮的齿数是_____;

(2) 图2的齿轮组合由三个齿轮组成, 将由最小的齿轮 A 带动整个齿轮组合转动. 其中最小齿轮 A 的齿数为 36 齿, 中间齿轮 B 的齿数为 50 齿, 若希望整个齿轮组合的降速率达到 55% , 最大齿轮 C 的齿数是_____;

(3) 在图3的齿轮组合中, 增加了一个复合轮系, 它由 42 齿的齿轮 B 和 18 齿的齿轮 C 叠接而成. 另外两个齿轮,

分别为 60 齿的齿轮 A 和 30 齿的齿轮 D 。现由齿轮 A 带动整个系统旋转，若齿轮 A 的转速为 2800 圈/分，齿轮 D 的转速是多少？这是一个增速系统还是缓速系统？

【答案】(1) 75

(2) 80

(3) 2400 圈/分，缓速系统

【分析】本题考查有理数运算的应用，

(1) 利用有理数的乘法计算出小齿轮 1 分钟转的总齿数，再根据大小齿轮 1 分钟转的总齿数相等，即可得出大齿轮的齿数；

(2) 根据题意确定齿轮 C 的转速是 A 的 45%，再根据齿轮 A 和齿轮 C 单位时间内转出的总齿数相同，列式计算即可；

(3) 计算出 A 转 2800 圈的总齿数是 $60 \times 2800 = 168000$ (齿)，求出 B 的转速 $168000 \div 42 = 4000$ (圈/分)，根据齿轮 B 和 C 叠在一起，转速相同，求出 C 转 4000 圈的总齿数 $18 \times 4000 = 72000$ (齿)，继而求出 D 的转速，可得答案。

解题的关键是掌握：两个齿轮咬合时，齿数越多，转速越慢，而且它们转的总齿数是一样的（比如小齿轮转 1 圈的齿数，等于大齿轮转几圈的齿数之和）；两个齿轮叠在一起时，转速相同，

【详解】(1) 解：∵ 小齿轮 25 个齿，每分钟转 3600 圈，

∴ 1 分钟内小齿轮总共转的齿数是： $25 \times 3600 = 90000$ ，

∴ 大齿轮 1 分钟转的总齿数也是 90000 齿，

∴ 大齿轮每分钟转 1200 圈，

∴ 大齿轮的齿数是： $90000 \div 1200 = 75$ (齿)，

故答案为： 75；

(2) ∵ 降速率 55%，

∴ 最后转速是原来的 $1 - 55\% = 45\%$ ，

∴ 齿轮 A 有 36 齿，要让最后转速是 A 的 45%，

∴ 最大齿轮 C 的齿数是： $36 \div 45\% = 80$ (齿)，

故答案为 80；

(3) ∵ 齿轮 A (60 齿) 和 B (42 齿) 咬合： A 转 2800 圈的总齿数是 $60 \times 2800 = 168000$ (齿)，

∴ B 的转速是： $168000 \div 42 = 4000$ (圈/分)，

∴ 齿轮 B 和 C 叠在一起，转速相同，

∴ 齿轮 C 的转速也是 4000 圈/分,

∴ 齿轮 C (18 齿) 和 D (30 齿) 咬合,

又 ∴ C 转 4000 圈的总齿数是: $18 \times 4000 = 72000$ (齿),

∴ D 的转速是: $72000 \div 30 = 2400$ (圈/分),

∴ 2400 圈/分比 A 的 2800 圈/分慢,

∴ 这是一个缓速系统,

答: 齿轮 D 的转速是 2400 圈/分, 这是一个缓速系统.