

中芯学校 2025 学年第二学期期末质量检测

六年级数学学科试卷

(试卷总分: 100 分, 完卷时间: 90 分钟)

考生注意: 请将所有答案写在答题纸上

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 如果 a 、 b 都不为零, 且 $3a = 4b$, 那么下列比例中正确的是 ()

A. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

B. $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$

C. $\frac{a}{3} = \frac{4}{b}$

D. $\frac{a}{4} = \frac{b}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查比例的基本性质, 熟练掌握根据比例的基本性质, 将乘积式化成比例式是解题的关键. 根据逆用比例的基本性质, 将乘积式化成比例式, 逐个判定即可.

【详解】解: A、 $\because 3a = 4b$, $\therefore \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 故此选项错误, 不符合题意;

B、 $\because 3a = 4b$, $\therefore \frac{a}{3} = \frac{4b}{9}$, 故此选项错误, 不符合题意;

C、 $\because 3a = 4b$, $\therefore \frac{a}{3} = \frac{4b}{9}$, 故此选项错误, 不符合题意;

D、 $\because 3a = 4b$, $\therefore \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$, 故此选项正确, 符合题意.

故选: D.

2. 圆心角是 60° 的扇形的面积占它所在圆的面积的 ()

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{5}{6}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题利用扇形面积与所在圆面积的比例关系求解, 扇形面积占所在圆面积的比例, 等于扇形圆心角占整个圆圆心角 (周角 360°) 的比例, 直接计算即可得到结果.

【详解】解: $\because$ 整个圆的圆心角为 360° , 该扇形圆心角为 60°

$\therefore$ 扇形面积占所在圆面积的比例为 $\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$.

3. 要表示各班人数占全校总人数的百分比, 你应选择 () 统计图.

A. 条形

B. 折线

C. 扇形

D. 无法确定

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了统计图的选择，条形统计图是用一个单位长度表示一定的数量，从条形统计图中很容易看出各种数量的多少；扇形统计图是用整个圆表示总数，用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数，可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系；折线统计图不但可以表示出数量的多少，而且还能够清楚地表示出数量增减变化的情况；据此可得答案.

【详解】解：要表示各班人数占全校总人数的百分比，你应选择扇形统计图，
故选：C.

4. 下列方程组中，属于二元一次方程组的是（ ）

A.
$$\begin{cases} x+y=-2 \\ y+z=3 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 2x+\frac{1}{y}=1 \\ x-3y=0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} xy-x=1 \\ 2y=3x \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x-y=2 \\ y=4-x \end{cases}$$

【答案】D

【解析】

【分析】方程组中有两个未知数，含有每个未知数的项的次数都是1，并且一共有两个方程，像这样的方程组叫做二元一次方程组. 根据二元一次方程组的定义逐项分析即可.

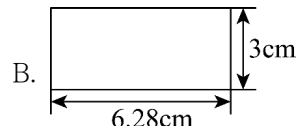
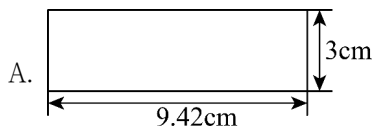
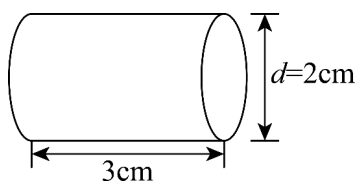
【详解】A. 方程组含有 x, y, z 三个未知数，不符合二元要求，故不是二元一次方程组，不符合题意；

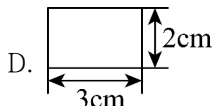
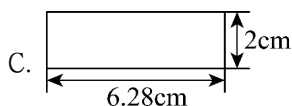
B. 第一个方程中 $\frac{1}{y}$ 是分式，不是整式方程，故不是二元一次方程组，不符合题意；

C. xy 项的次数是2，不符合一次要求，故不是二元一次方程组，不符合题意；

D. 方程组共含 x, y 两个未知数，两个方程都是整式方程，且所有含未知数的项都是一次，符合二元一次方程组的定义，故是二元一次方程组，符合题意；

5. 下面长方形（ ）是已知圆柱（如下左图所示）沿母线剪开的侧面展开图.





【答案】 B

【解析】

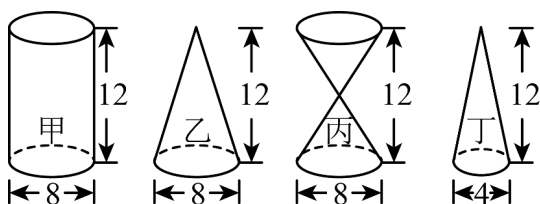
【详解】 解：展开图为长方形，宽为圆柱的高，为 3cm

长方形的长为： $\pi d = 2\pi = 6.28\text{cm}$ ，

故选： B.

6. 四个立体图形如图所示，给出这四个立体图形体积之间的关系：① $V_{\text{甲}} = 3V_{\text{乙}}$ ，② $V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}}$ ，③ $V_{\text{乙}} = 2V_{\text{丁}}$ ，

④ $V_{\text{甲}} = 12V_{\text{丁}}$ ．这四个关系式中正确的是（ ）



A. ①③

B. ①④

C. ①②③

D. ①②④

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥与圆柱的体积计算，根据圆锥与圆柱的体积计算公式分别计算图四幅图的体积即可得到答案.

【详解】 解： $V_{\text{甲}} = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 12 = 192\pi$ ，

$$V_{\text{乙}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 12 = 64\pi，$$

$$V_{\text{丙}} = 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 6 = 64\pi，$$

$$V_{\text{丁}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 12 = 16\pi，$$

$$\therefore V_{\text{甲}} = 3V_{\text{乙}}， V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}}， V_{\text{乙}} = 4V_{\text{丁}}， V_{\text{甲}} = 12V_{\text{丁}}，$$

$\therefore$ 正确的有①②④，

故选： D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 已知方程 $2x + y = 8$ ，用含 x 的式子表示 y ，则 $y =$ _____.

【答案】 $8 - 2x$ ## $-2x + 8$

【解析】

【详解】解： $y = 8 - 2x$.

8. 已知 $a:b=3:1$ ， $b:c=2:7$ ，则 $a:b:c=$ _____.

【答案】 $6:2:7$

【解析】

【分析】根据比例的基本性质求解即可.

【详解】解： $\because a:b=3:1=6:2$,

$\therefore a:b:c=6:2:7$.

9. 小明在水果店购买葡萄，为了解葡萄的口味，征求店家同意后，他取了一颗品尝. 这种了解方式属于_____ (填“全面调查”或“抽查”).

【答案】 抽查

【解析】

【分析】本题考查普查和抽样调查的含义，普查即全面调查，抽样调查指的是全部数据中抽出部分调查，根据定义即可选出本题答案.

【详解】解：为了解葡萄的口味，征求店家同意后，他取了一颗品尝. 这是抽查，故答案为：抽查.

10. 观察下表可知关于 x ， y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = m \\ a_2x + b_2y = n \end{cases}$ 的解为_____.

$a_1x + b_1y = m$ 的解					$a_2x + b_2y = n$ 的解				
x	-1	0	1	...	x	-1	1	5	...
y	6	4	2	...	y	3	2	0	...

【答案】 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ## $\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的解. 观察表格得知 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 能使得两个方程都成立, 即可得出答案.

【详解】 解: 通过观察表格知, $a_1x + b_1y = m$ 与 $a_2x + b_2y = n$ 有一组公共解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$,

故二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = m \\ a_2x + b_2y = n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

11. 《九章算术》中有一道“甲乙持钱”问题, 大意如下: 有甲、乙两人各自带了一些钱, 如果乙把其一半的钱给甲, 那么甲的钱数为 50; 如果甲把其三分之二的钱给乙, 那么乙的钱数也为 50, 问甲、乙原有多少钱? 设甲原有的钱数为 x , 乙原有的钱数为 y , 那么可列出方程组是_____.

【答案】 $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的运用, 理解数量关系列式是关键.

根据题意列方程组即可.

【详解】 解: 设甲原有的钱数为 x , 乙原有的钱数为 y ,

乙把其一半的钱给甲, 那么甲的钱数为 50,

$$\therefore x + \frac{1}{2}y = 50,$$

甲把其三分之二的钱给乙, 那么乙的钱数也为 50,

$$\therefore \frac{2}{3}x + y = 50,$$

$\therefore$ 列出方程组是 $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$.

12. 有一位工人师傅将底面直径是10cm，高为80cm的“瘦长”形圆柱，锻造成底面直径为40cm的“矮胖”形圆柱，则“矮胖”形圆柱的高是_____cm.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题利用锻造前后圆柱体积不变的性质，结合圆柱体积公式设未知数列一元一次方程求解即可，解题关键是抓住锻造前后体积不变的等量关系.

【详解】 解：设“矮胖”形圆柱的高是 $x\text{cm}$ ，锻造前后圆柱体积相等，

$$\text{由题意得 } \pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times 80 = \pi \times \left(\frac{40}{2}\right)^2 \times x,$$

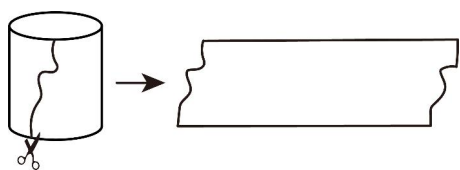
$$\text{化简得 } 2000\pi = 400\pi x,$$

两边同时约去 π ，

$$\text{得 } 2000 = 400x,$$

$$\text{解得 } x = 5.$$

13. 把一个底面半径为3厘米、高为6厘米的圆柱的侧面沿虚线剪开，得到一个不规则图形（如图），这个不规则图形的面积是_____平方厘米.（结果保留 π ）



【答案】 36π

【解析】

【分析】 由展开图的含义可得沿圆柱的母线展开可得展开图是长方形，而不规则的展开图的面积等于展开图是长方形的面积，从而可得答案.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解：} & 2\pi \times 3 \times 6 \\ & = 36\pi \text{（平方厘米）.} \end{aligned}$$

14. 某公司前年的产值为250万元，去年的产值为270万元，则该公司去年的产值增长率是_____.

【答案】 8%

【解析】

【详解】 解：设该公司产值的平均增长率为 x ，

$$\text{依题意得： } 250(1+x) = 270,$$

$$\text{解得： } x = 0.08 = 8\%,$$

故该公司去年的产值增长率是8%.

15. 已知齿轮 A 与齿轮 B 啮合, 齿轮 A 有 32 齿, 齿轮 B 有 24 齿, 若齿轮 A 的转速为 180 圈/分钟, 那么齿轮 B 的转速是_____圈/分钟.

【答案】 240

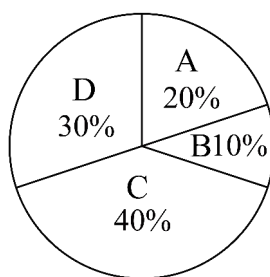
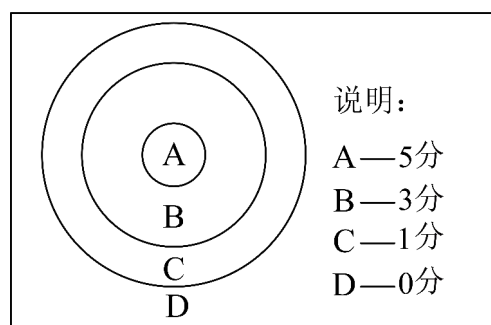
【解析】

【分析】 啮合齿轮在相同时间内转过的总齿数相等, 根据该等量关系列方程即可求解.

【详解】 解: 设齿轮 B 的转速是 x 圈/分钟. 两个啮合齿轮相同时间内转过的总齿数相等, 因此可得方程 $32 \times 180 = 24x$,
化简得 $24x = 5760$,
解得 $x = 240$.

16. 飞翼游戏中将飞镖投掷到靶子不同区域的计分标准如图. 小明投掷到不同区域的次数制成扇形统计图, 如图中所示, 已知小明共得 34 分, 那么小明在四个区域共投了_____次.

小明投掷到各区域的次数情况统计图



【答案】

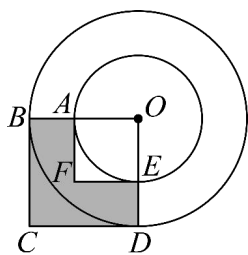
20

【解析】

【分析】 设小明共投了 x 次, 根据各区域分值和对应的百分比表示出各区域得分, 利用总得分列一元一次方程求解.

【详解】 解: 设小明在四个区域共投了 x 次,
根据题意, 得 $5 \times 20\%x + 3 \times 10\%x + 1 \times 40\%x + 0 \times 30\%x = 34$,
整理, 得 $x + 0.3x + 0.4x = 34$,
合并同类项, 得 $1.7x = 34$,
系数化为 1, 得 $x = 20$.

17. 如图, 已知四边形 $OBCD$ 和 $OAFE$ 均为正方形, 点 A 、 E 分别在线段 OB 和 OD 上, 点 A 、 E 和点 B 、 D 分别在两个圆上, 若图中阴影部分的面积是 30cm^2 , 那么此图中圆环的面积是_____ cm^2 . (结果保留 π)



【答案】 30π

【解析】

【分析】 设大圆半径为 R ，小圆半径为 r ，根据图形特征可知正方形 $OBCD$ 的边长等于大圆半径，正方形 $OAFE$ 的边长等于小圆半径，利用阴影部分面积得出 $R^2 - r^2$ 的值，再根据圆环面积公式计算即可。

【详解】 解：设大圆的半径为 $R\text{cm}$ ，小圆的半径为 $r\text{cm}$ ，

由图可知，正方形 $OBCD$ 的边长 OB 等于大圆半径，正方形 $OAFE$ 的边长 OE 等于小圆半径，

$$\therefore OB = R, OE = r,$$

$$\therefore S_{\text{正方形}OBCD} = OB^2 = R^2, S_{\text{正方形}OAFE} = OE^2 = r^2.$$

$\therefore$ 图中阴影部分的面积是 30cm^2 ，

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{正方形}OBCD} - S_{\text{正方形}OAFE} = R^2 - r^2 = 30.$$

$$\therefore \text{圆环的面积 } S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 30\pi.$$

18. 两个等高的圆锥的底面半径的比为 $1:2$ ，其中一个圆锥的体积为 20 立方厘米，另一个圆锥的体积为 _____ 立方厘米.

【答案】 5 或 80

【解析】

【分析】 根据圆锥体积公式，等高的圆锥体积之比等于底面半径的平方之比，先求出两个圆锥的体积比，再分两种情况讨论，分别计算另一个圆锥的体积；

【详解】 解：圆锥的体积公式为 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

两个圆锥等高，因此体积比等于底面半径的平方比.

底面半径比为 $1:2$ ，因此体积比为 $1^2:2^2 = 1:4$ ，

当体积为 20 立方厘米的圆锥是较小圆锥时，另一个圆锥的体积为 $20 \times 4 = 80$ 立方厘米；

当体积为 20 立方厘米的圆锥是较大圆锥时，另一个圆锥的体积为 $20 \div 4 = 5$ 立方厘米；

三、简答题（共 45 分）

19. 解方程或方程组.

(1) 已知 $3x:(x-1)=2:1$, 求 x 的值.

$$(2) \begin{cases} x-3y=2 \textcircled{1} \\ 2x+y=11 \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x+3y=12 \textcircled{1} \\ 5x-6y=3 \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x-y=4 \textcircled{1} \\ 2x+3y-z=11 \textcircled{2} \\ x+2y+z=8 \textcircled{3} \end{cases}$$

【答案】 (1) $x=-2$

$$(2) \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$$

【解析】

【小问 1 详解】

解: $\because 3x:(x-1)=2:1$,

$$\therefore 2(x-1)=3x,$$

去括号得 $2x-2=3x$,

解得 $x=-2$;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} x-3y=2 \textcircled{1} \\ 2x+y=11 \textcircled{2} \end{cases},$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{1} \times 2 \text{ 得 } 7y=7,$$

解得 $y=1$,

将 $y=1$ 代入 $\textcircled{1}$ 得 $x-3=2$,

解得 $x = 5$,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$;

【小问 3 详解】

解: $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \text{①} \\ 5x - 6y = 3 \text{②} \end{cases}$,

② + ① $\times 2$ 得 $9x = 27$,

解得 $x = 3$,

将 $x = 3$ 代入①得 $6 + 3y = 12$,

解得 $y = 2$,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$;

【小问 4 详解】

解: $\begin{cases} 2x - y = 4 \text{①} \\ 2x + 3y - z = 11 \text{②} \\ x + 2y + z = 8 \text{③} \end{cases}$,

② + ③ 得 $3x + 5y = 19$ ④,

① $\times 5$ + ④ 得 $13x = 39$, 解得 $x = 3$,

将 $x = 3$ 代入①得 $6 - y = 4$,

解得 $y = 2$,

将 $x = 3$, $y = 2$ 代入③得 $3 + 4 + z = 8$,

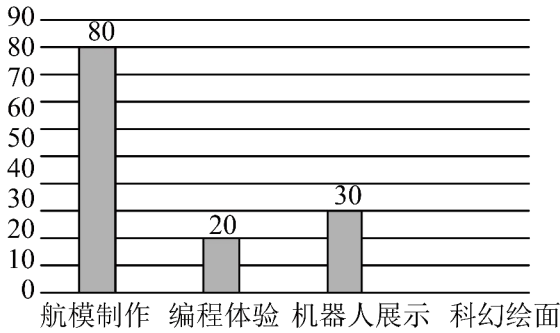
解得 $z = 1$,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$.

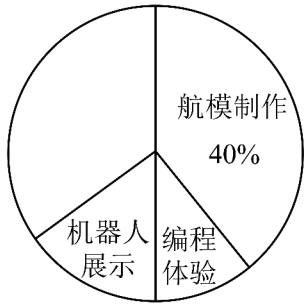
20. 科技兴则民族兴, 科技强则国家强. 为激发学生科学兴趣、培养创新精神和实践能力, 学校组织了形式多样的科技节活动, 为了解同学们对校园科技节中“航模制作、编程体验、机器人展示、科幻绘画”四项活动的参与情况, 学校从全校学生中随机抽取了部分学生进行调研, 并绘制了如下统计图, 请回答以下问

题并补全条形统计图.

某校参与科技节四项活动的学生情况统计图

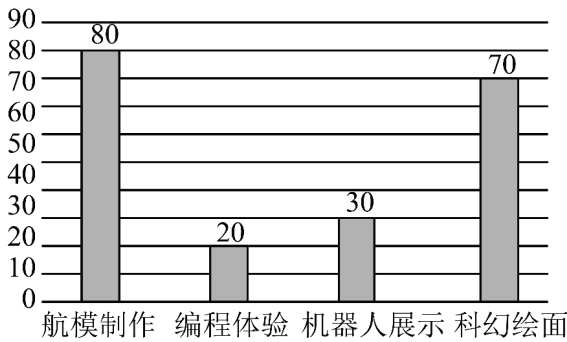


某校参与科技节四项活动的学生情况统计图



- (1) 本次调查一共调查了_____名同学.
- (2) 补全条形统计图.
- (3) 参与科幻绘画的同学在扇形统计图中所占的圆心角是_____度.
- (4) 在被调查的学生中, 参加科幻绘画的同学比参加航模制作的同学少_____. (填百分数)
- (5) 若全校共有 800 名学生, 估计全校参与“机器人展示”活动的学生人数为_____名.

某校参与科技节四项活动的学生情况统计图



【答案】(1) 200

(2)

(3) 126

(4) 12.5% (5) 120

【解析】

- 【分析】(1) 从两个统计图中可知, 航模制作的有 80 人, 占调查人数的 40%, 即可得出调查的人数;
- (2) 用总人数减去其余各组人数, 可求出科幻绘画的人数, 然后补图即可;
- (3) 根据 (2) 的结论求得科幻绘画的同学的占比, 乘以 360° , 即可求解;
- (4) 用参加航模制作的同学人数减去参加科幻绘画的同学人数, 然后除以参加航模制作的同学的人数即可;
- (5) 根据样本估计总体, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $80 \div 40\% = 200$ (名)

答: 本次调查一共调查了 200 名同学;

【小问 2 详解】

解：科幻绘画的人数为 $200 - 80 - 20 - 30 = 70$ （人），

补图略；

【小问 3 详解】

解：参与科幻绘画的同学在扇形统计图所占的圆心角 $\frac{70}{200} \times 360^\circ = 126^\circ$ ；

【小问 4 详解】

解：参加科幻绘画的同学比参加航模制作的同学少 $\frac{80 - 70}{80} \times 100\% = 12.5\%$ ；

【小问 5 详解】

解： $800 \times \frac{30}{200} = 120$

答：估计全校参与“机器人展示”活动的学生人数为 120 名.

21. 某家电商场 10 月份售出一批滚筒洗衣机，返修情况如下：

甲品牌：共售出 200 台，有 11 台返修.

乙品牌：售出的洗衣机中有 10 台返修，190 台未返修.

丙品牌：返修的台数占售出总台数的 6%

哪种品牌洗衣机的质量最好？

【答案】乙品牌

【解析】

【分析】本题考查了求一个数是另一个数的百分之几（百分率问题）、含百分数的运算，返修率 = 返修的台数 ÷ 售出的台数，分别求出甲品牌、乙品牌返修率，再比较三种品牌的返修率，哪个品牌的返修率最低，那个品牌的洗衣机质量最好，据此解答.

【详解】解：甲品牌： $11 \div 200 \times 100\%$

$= 0.055 \times 100\%$

$= 5.5\%$ ，

乙品牌： $10 \div (190 + 10) \times 100\%$

$= 10 \div 200 \times 100\%$

$= 0.05 \times 100\%$

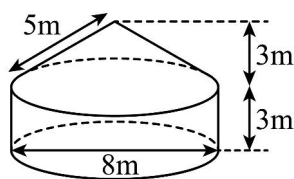
$= 5\%$ ，

丙品牌： 6%，

$5\% < 5.5\% < 6\%$ ，乙品牌质量最好.

答：乙品牌质量最好.

22. 某粮库用于存储小麦的粮囤是等底等高的圆柱和圆锥的组合物. 如图, 圆柱底面的直径是 8 米, 高是 3 米, 圆锥的高是 3 米, 母线长 5 米. 如果每立方米小麦约重 750 千克;



(1) 为确保粮食的安全性, 需为粮囤定制外部防护材料, 一个粮囤, 要定制多大面积的外部包裹材料? (不含粮囤底部面积, 不考虑损耗, π 取 3)

(2) 该粮库收购 1440 吨小麦, 要将这些小麦全部存储在这样的粮囤里, 该粮库需要多少个这样的粮囤存储这些小麦? (π 取 3)

【答案】 (1) 要定制 132m^2 的外部包裹材料

(2) 粮库需要 10 个这样的粮囤存储这些小麦

【解析】

【分析】 本题考查圆锥和圆柱体的侧面积, 圆锥和圆柱体的体积, 熟练掌握相关计算公式是解题的关键:

(1) 求出圆锥和圆柱体的侧面积之和即可;

(2) 根据圆锥和圆柱体的体积公式, 求出一个粮囤的体积, 进而求出一个粮囤的囤粮的质量, 再用总质量除以一个粮囤的囤粮的质量, 即可得出结果.

【小问 1 详解】

解: 圆柱和圆锥的底面圆的半径为: $8 \div 2 = 4\text{m}$,

$\therefore$ 圆柱和圆锥的侧面积之和为: $3 \times 5 \times 4 + 3 \times 3 \times 8 = 132\text{m}^2$;

故要定制 132m^2 的外部包裹材料;

【小问 2 详解】

$$\frac{1}{3} \times 3 \times 4^2 \times 3 + 3 \times 4^2 \times 3 = 192\text{m}^3,$$

$$192 \times 750 = 144000\text{kg} = 144\text{t},$$

$$1440 \div 144 = 10 \text{ (个)};$$

答: 粮库需要 10 个这样的粮囤存储这些小麦.

四、解答题 (本大题共 2 题, 第 23 题 7 分, 第 24 题 6 分, 共 13 分)

23. 已知某网店销售甲、乙两款玩偶, 乙款玩偶的售价比甲款玩偶的售价少 15 元, 购买 2 个甲款玩偶和 3 个乙款玩偶共需 255 元 (免运费). 请解答下列问题:

(1) 该网店甲、乙两款玩偶每个售价各是多少元？

(2) 根据市场需求，该网店计划用不超过 8900 元购进甲、乙两款玩偶共 200 个，且甲款数量超过 87 个. 已知甲款玩偶每个进价 50 元，乙款玩偶每个进价 40 元，该网店有哪几种进货方案？

(3) 在 (2) 的条件下，该网店采取哪种方案利润最大，最大利润是多少？

【答案】(1)

甲款玩偶每个售价 60 元，乙款玩偶每个售价 45 元

(2)

共有 3 种进货方案，分别是：方案一：购进甲款玩偶 88 个，乙款玩偶 112 个；方案二：购进甲款玩偶 89 个，乙款玩偶 111 个；方案三：购进甲款玩偶 90 个，乙款玩偶 110 个

(3)

购进甲款玩偶 90 个，乙款玩偶 110 个时利润最大，最大利润为 1450 元

【解析】

【分析】(1) 根据售价关系和总售价，设未知数后列二元一次方程组求解即可；

(2) 设甲款玩偶进货数量，根据总进价限制和甲款数量要求列不等式组，结合数量为正整数，得到所有可行的进货方案；

(3) 先表示总利润和甲款进货数量的函数关系，利用一次函数的增减性求出最大利润及对应方案.

【小问 1 详解】

解：设甲款玩偶每个售价 x 元，乙款玩偶每个售价 y 元，

根据题意得：
$$\begin{cases} x - y = 15 \\ 2x + 3y = 255 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 60 \\ y = 45 \end{cases}$$

答：甲款玩偶每个售价 60 元，乙款玩偶每个售价 45 元；

【小问 2 详解】

解：设购进甲款玩偶 m 个，则购进乙款玩偶 $(200 - m)$ 个，

根据题意得：
$$\begin{cases} 50m + 40(200 - m) \leq 8900 \\ m > 87 \end{cases}$$

解得 $87 < m \leq 90$ ，

因为 m 为正整数，

所以 m 可取 88, 89, 90，对应 $200 - m$ 为 112, 111, 110，

答：该网店共有 3 种进货方案，分别是：购进甲款玩偶 88 个，乙款玩偶 112 个；购进甲款玩偶 89 个，乙款玩偶 111 个；购进甲款玩偶 90 个，乙款玩偶 110 个；

【小问 3 详解】

解：设总利润为 W 元，甲款玩偶每个利润为 $60 - 50 = 10$ (元)，乙款玩偶每个利润为 $45 - 40 = 5$ (元)，

则 $W = 10m + 5(200 - m) = 5m + 1000$,

因为 $5 > 0$,

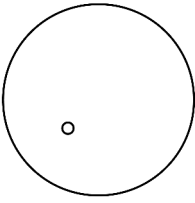
所以 W 随 m 的增大而增大，

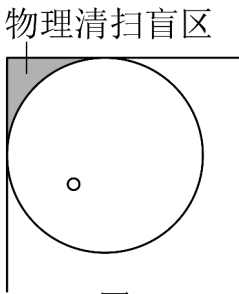
所以当 m 取最大值 90 时， W 取得最大值，最大 $W = 5 \times 90 + 1000 = 1450$ (元)，

此时乙款玩偶数量为 $200 - 90 = 110$ (个)，

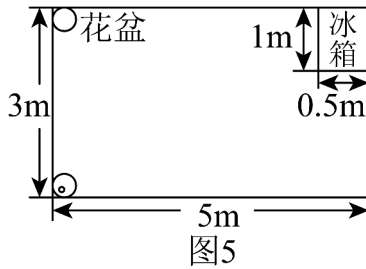
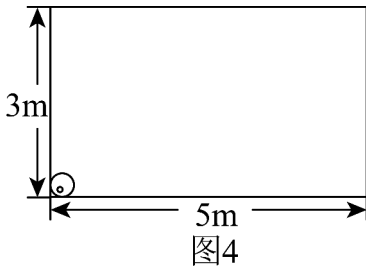
答：购进甲款玩偶 90 个，乙款玩偶 110 个时利润最大，最大利润是 1450 元.

24. 请根据材料完成下列三个任务：(结果保留 π)

扫地机器人的清洁场景		
素材 1	如图 1，某智能扫地机器人通过机身圆形底盘进行清扫，机身上凸起的圆形激光发射器可发射激光实现定位和避障. 示意图如图 2，大圆代表扫地机器人，内部的小圆代表激光发射器. 已知激光发射器的半径是 2 厘米，且机身圆形底盘面积是激光发射器面积的 100 倍.	 图1  图2

素材 2	扫地机器人因圆形底盘设计, 在一些转角处会产生一部分无法清扫区域, 这一部分被称为物理清扫盲区, 如图 3 中的阴影部分.	 物理清扫盲区 图3
-------------	--	---

问题解决:



- (1) 该扫地机器人机身圆形底盘半径_____厘米.
- (2) 该扫地机器人机身可看作圆柱体, 若高为 8 厘米, 则该扫地机器人的体积约为_____立方厘米 (结果保留 π).
- (3) 某空置房间尺寸如图 4, 请计算此房间该扫地机器人的物理清扫盲区的面积共为_____平方厘米 (结果保留 π).
- (4) 如果在这个房间摆放一台冰箱和一个花盆, 位置如图 5 所示, 冰箱和花盆底部都是直接接触地面, 扫地机器人无法进入. 冰箱底面可看作长为 1 米、宽为 0.5 米的长方形, 花盆底面可看作是圆形, 半径与扫地机器人底盘半径相同, 请计算此时扫地机器人无法清扫到的面积是_____平方厘米 (结果保留 π).

【答案】(1) 20 (2) 3200π

(3) $1600 - 400\pi$

(4) $8600 - 500\pi$

【解析】

【分析】(1) 直接根据圆的面积公式得出 $S_{\text{发射器}} = \pi r^2 = 4\pi$ 平方厘米, 进而可得出答案;

(2) 根据圆柱体的体积公式求解即可;

(3) 直接根据圆的面积公式得出单个角落盲区面积, 进而可得出答案;

(4) 根据无法清扫面积 = 物理盲区面积 + 冰箱底部面积 + 花盆底部面积, 即可得出答案.

【小问 1 详解】

解：激光发射器半径 $r = 2$ 厘米，其面积 $S_{\text{发射器}} = \pi r^2 = 4\pi$ 平方厘米。

因为机身圆盘面积是发射器的 100 倍，

所以 $S_{\text{圆盘}} = 100 \times 4\pi = 400\pi$ 平方厘米。

设机身圆盘半径为 R ，

所以 $\pi R^2 = 400\pi$ ，

解得 $R = 20$ 厘米。

【小问 2 详解】

解：该扫地机器人的体积约为 $\pi \times 20^2 \times 8 = 3200\pi$ （立方厘米）；

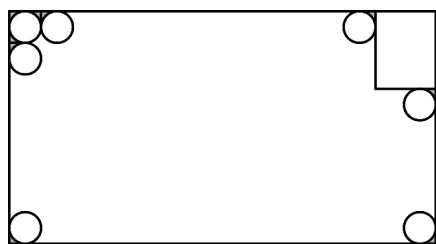
【小问 3 详解】

解：单个角落盲区面积： $20 \times 20 - \frac{1}{4} \times \pi \times 20^2 = 400 - 100\pi$ （平方厘米）。

所以 4 个角落总面积： $4 \times (400 - 100\pi) = 1600 - 400\pi$ （平方厘米）。

【小问 4 详解】

解：如图，共有 9 个物理盲区，



物理盲区面积： $9(400 - 100\pi) = 3600 - 900\pi$ 平方厘米。

因为 1 米 = 100 厘米，0.5 米 = 50 厘米，

所以冰箱底部面积： $100 \times 50 = 5000$ 平方厘米。

花盆底部面积： $\pi \times 20^2 = 400\pi$ 平方厘米。

所以总无法清扫面积： $(3600 - 900\pi) + 5000 + 400\pi = 8600 - 500\pi$ （平方厘米）。