

2025 学年度第二学期期末六年级数学学科自适应练习

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列四个比中, 能与 $1:3$ 组成比例的是 ()

A. $1:\frac{1}{3}$

B. $4:1.2$

C. $3:9$

D. $27:9$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查比例的相关知识, 两个比能组成比例式的条件是比值相等, 先求出 $1:3$ 的比值, 再计算各选项的比值, 对比即可得到正确结果.

【详解】 解: $1:3 = \frac{1}{3}$, 分别计算各选项的比值:

A 选项 $1:\frac{1}{3} = 3 \neq \frac{1}{3}$, 不符合要求;

B 选项 $4:1.2 = \frac{10}{3} \neq \frac{1}{3}$, 不符合要求;

C 选项 $3:9 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, 与 $1:3$ 的比值相等, 符合要求;

D 选项 $27:9 = 3 \neq \frac{1}{3}$, 不符合要求.

2. 下列方程中, 属于二元一次方程的是 ()

A. $5x - 3 = 2xy$

B. $2x + 4y = 5z$

C. $3(x + 2) = 7 - 3x$

D. $x + \frac{3}{4}y = 2$

【答案】 D

【解析】

【详解】 解: 二元一次方程需要满足三个条件: 含有两个未知数, 所含未知数的项的次数都是 1, 且方程为整式方程.

A 选项 $5x - 3 = 2xy$ 中, 项 $2xy$ 的次数为 2, 不符合定义, 排除;

B 选项 $2x + 4y = 5z$ 中, 含有三个未知数, 不符合定义, 排除;

C 选项 $3(x + 2) = 7 - 3x$ 整理后只有一个未知数, 是一元一次方程, 不符合定义, 排除;

D 选项 $x + \frac{3}{4}y = 2$ 满足所有条件, 符合二元一次方程的定义.

3. 下列说法中, 错误的是 ()

- A. π 是圆的周长与直径的比值
B. 相等的圆心角所对的弧长也相等
C. π 的值与圆的大小无关
D. 弧是圆上两点之间的部分

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查圆的相关基础概念，只需逐一判断各选项正误，即可得到错误说法.

【详解】解： $\because$ 根据圆周率的定义， π 是圆的周长与直径的比值，是固定常数，和圆的大小无关，

$\therefore$ 选项 A，C 说法正确；

$\because$ 弧长由圆心角和圆的半径共同决定，只有在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧长才相等，本选项缺少同圆或等圆的前提条件，

$\therefore$ 选项 B 说法错误；

$\because$ 根据弧的定义，弧是圆上两点之间的部分， $\therefore$ 选项 D 说法正确.

4. 下列事件中，确定事件的是（ ）

- A. 下雨后有彩虹
B. 小华过马路时正好遇到绿灯
C. 在地球上，从地面往上抛出的篮球会落下
D. 小海定点投篮，前面 4 次均已投中的情况下，第 5 次也投中

【答案】C

【解析】

【详解】解：先明确概念，确定事件是一定发生或一定不发生的事件，结果可确定.

A 选项：下雨后不一定有彩虹，结果不确定，是随机事件，不符合要求.

B 选项：小华过马路时不一定正好遇到绿灯，结果不确定，是随机事件，不符合要求.

C 选项：在地球上，受重力作用，从地面往上抛出的篮球一定会落下，一定发生，是必然事件，属于确定事件，符合要求.

D 选项：第 5 次投篮不一定投中，结果不确定，是随机事件，不符合要求.

5. 一个圆柱形铁皮桶的底面半径与高相等，现要将这个铁皮桶的外表面刷上防锈漆（不考虑铁皮的厚度），则两个底面所刷防锈漆的总面积与侧面所刷防锈漆的面积之比是（ ）

- A. 1:1
B. 2:1
C. 1:2
D. 1:4

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查圆柱底面积和侧面积的计算，解题思路为设出圆柱底面半径，根据题意得到高，分别计

算两个底面的总面积和侧面积，再计算二者的比值即可得到结果.

【详解】解：设圆柱形铁皮桶的底面半径为 r ，

$\because$ 底面半径与高相等，

$\therefore$ 桶的高 $h = r$ ，两个底面的总面积为 $S_{\text{底总}} = 2 \times \pi r^2 = 2\pi r^2$ ，

圆柱侧面积公式为底面周长乘高，即 $S_{\text{侧}} = 2\pi r \cdot h$ ，

代入 $h = r$ 得 $S_{\text{侧}} = 2\pi r \cdot r = 2\pi r^2$ ，

$\therefore S_{\text{底总}} : S_{\text{侧}} = 2\pi r^2 : 2\pi r^2 = 1:1$.

6. 在推导圆面积公式时：如图 1，将圆等分成若干份，按图示方式拼合在一起，如果等分的份数越多，拼成的图形就越接近长方形，这个长方形的面积也就越来越接近于圆的面积. 如图 2，现用类似的方法将一个扇形等分成若干份，按图示方式拼合在一起，用 l 表示扇形的弧长， r 表示扇形所在圆的半径，那么下列说法正确的是（ ）

①拼成的近似的长方形的长相当于 l ；

②拼成的近似的长方形的宽相当于 r ；

③按此方法，可以得到扇形的面积的计算公式是 $\frac{1}{2}lr$ ；

④按此方法将扇形拼合成一个近似的长方形的周长比原来扇形的周长增加了 $2r$.

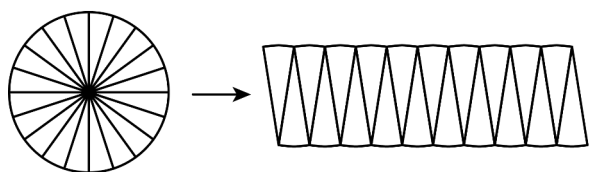


图1

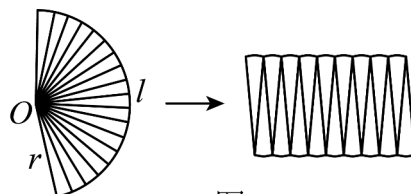


图2

A. ①②

B. ②③

C. ②③④

D. ①②③④

【答案】B

【解析】

【分析】本题类比圆面积公式的推导方法，用割补法将扇形拼为近似长方形，根据拼合前后边长、面积、周长的变化，逐一判断各说法即可.

【详解】解：将扇形等分成若干份拼合为近似长方形时，把扇形的弧长 l 分成相等的两部分，分别作为长方形的上下两条长，长方形的宽等于扇形的半径 r ，据此判断：

①拼成的近似长方形的长为 $\frac{l}{2}$ ，不是 l ，因此①错误.

②拼成的近似长方形的宽等于扇形半径 r ，因此②正确.

③近似长方形面积等于扇形面积，长方形面积=长×宽= $\frac{l}{2} \times r = \frac{lr}{2}$ ，

∴扇形面积公式为 $\frac{lr}{2}$ ，③正确.

④原扇形周长为 $l+2r$ ，拼成的长方形周长为 $2(\frac{l}{2}+r)=l+2r$ ，周长没有增加，因此④错误.

综上，正确的是②③.

二、填空题 (本大题共有 10 题，每题 3 分，满分 30 分)

7. 化简比：28:63=_____.

【答案】 4:9

【解析】

【详解】解：28:63=(28÷7):(63÷7)=4:9

8. 已知 $a:b=1:2$ ， $a:c=3:8$ ，那么 $a:b:c=_____$.

【答案】

3:6:8

【解析】

【分析】根据比的性质得到 $a:b=1:2=3:6$ ，再由 $a:c=3:8$ 即可得到答案.

【详解】解：∵ $a:b=1:2$ ，

∴ $a:b=1:2=3:6$ ，

∵ $a:c=3:8$ ，

∴ $a:b:c=3:6:8$

9. 把方程 $2x-5y=3$ 变形为用含有 y 的式子表示 x ，得 $x=_____$.

【答案】 $\frac{5y+3}{2}$

【解析】

【详解】解： $2x-5y=3$

$2x=5y+3$

∴ $x=\frac{5y+3}{2}$

10. 要调查某款手机的电池使用寿命，最适合采用的调查方式是_____。(填“全面调查”或“抽样调查”)

【答案】 抽样调查

【解析】

【详解】统计调查中，调查方式分为全面调查和抽样调查，当调查过程具有破坏性，或考察对象数量多，调查成本高时，适合采用抽样调查，本题即抽样调查.

测试手机电池使用寿命时，电池在测试完成后无法继续使用，调查具有破坏性，不适合采用全面调查，因此最适合采用的调查方式是抽样调查.

11. 小海、小华和张老师一起进行掷骰子游戏. 骰子质地均匀，六面分别标有 1、2、3、4、5、6 这六个数字. 骰子由张老师掷出，如果朝上的数字是 6 的因数，小海胜；否则就是小华胜. 你认为这个规则公平吗？
_____. (填“公平”或“不公平”)

【答案】不公平

【解析】

【分析】本题考查游戏公平性的判断. 判断游戏公平性需要计算双方获胜的概率. 概率相等则规则公平，否则不公平. 分别求出双方获胜的概率，再进行比较即可得出结论.

【详解】解：∵骰子六面的数字为 1, 2, 3, 4, 5, 6. 其中 6 的因数为 1, 2, 3, 6, 共 4 个.

∴小海获胜的概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, 小华获胜的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

∴双方获胜的概率不相等，所以这个规则不公平.

12. 已知关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} \text{_____} \text{①} \\ 2x+3y=5 \text{②} \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$, 那么符合题意的方程①可以是
_____.

【答案】 $x+y=1$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】设方程①为 $ax+by=c$ (a, b 不同时为 0). 根据方程组的解的定义，方程组的解满足方程组中每一个方程，将已知解代入，即可得到符合条件的二元一次方程，本题答案不唯一.

【详解】解：设方程①为 $ax+by=c$ (a, b 不同时为 0).

∵ $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$ 是原方程组的解,

∴该组解满足方程①. 将 $x=-2, y=3$ 代入 $ax+by=c$,

可得 $-2a+3b=c$.

令 $a=1, b=1$, 得 $c=-2 \times 1 + 3 \times 1 = 1$.

因此符合题意的方程①可以是 $x + y = 1$.

13. 已知一个圆形花坛的周长为 $18.84m$ ，那么这个花坛的半径为_____ m (π 取 3.14)

【答案】 3

【解析】

【分析】 利用圆的周长公式变形计算即可求解.

【详解】 解： 设圆形花坛的半径为 rm ，圆的周长公式为 $C = 2\pi r$

将 $C = 18.84$ ， $\pi = 3.14$ 代入公式得

$$18.84 = 2 \times 3.14 \times r$$

$$\text{整理得 } 6.28r = 18.84$$

$$\text{解得 } r = 3,$$

即这个花坛的半径为 $3m$.

14. 等底等高的一个圆柱和一个圆锥，它们的体积之和是 $32cm^3$ ，这个圆柱的体积是_____ cm^3 .

【答案】 24

【解析】

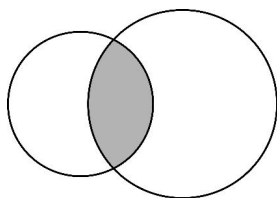
【分析】 根据等底等高的圆柱体积是圆锥体积的 3 倍，据此将体积和按份数分配即可求解.

【详解】 解： $\because$ 等底等高的圆柱体积是圆锥体积的 3 倍，它们的体积之和是 $32cm^3$ ，

$\therefore$ 体积和一共可看作 $3 + 1 = 4$ 份，圆柱体积占其中的 3 份，

$$\therefore \text{圆柱的体积为： } 32 \div 4 \times 3 = 24 (cm^3).$$

15. 如图，已知小圆与大圆的周长之比为 $3:4$ ，两圆重叠的阴影部分面积是小圆面积的 $\frac{1}{3}$ ，则阴影部分面积是大圆面积的_____。（填几分之几）



【答案】 $\frac{3}{16}$

【解析】

【分析】 根据圆的周长公式可知周长之比等于半径之比，从而得出小圆与大圆的半径之比；根据圆的面积公式可知面积之比等于半径之比的平方，得出小圆与大圆的面积之比；结合已知条件阴影部分面积是小圆

面积的 $\frac{1}{3}$ ，通过等量代换即可求出阴影部分面积与大圆面积的关系.

【详解】解：设小圆的半径为 r_1 ，小圆面积为 S_1 ，大圆的半径为 r_2 ，大圆面积为 S_2 ，阴影部分的面积为 $S_{\text{阴影}}$ ，

$\therefore$ 小圆与大圆的周长之比为 $3:4$ ，

$\therefore$ 小圆与大圆的半径之比为 $r_1:r_2=3:4$ ，

$\therefore$ 小圆与大圆的面积之比 $S_1:S_2=3^2:4^2=9:16$.

$$\therefore S_1 = \frac{9}{16} S_2 ,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{3} S_1 .$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{16} S_2 = \frac{3}{16} S_2 .$$

$\therefore$ 阴影部分面积是大圆面积的 $\frac{3}{16}$.

16. 已知关于 x 、 y 的方程组(I) : $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 和方程组(II) : $\begin{cases} d_1x+e_1y=f_1 \\ d_2x+e_2y=f_2 \end{cases}$ 的唯一解分别为 $\begin{cases} x=m_1 \\ y=n_1 \end{cases}$ 、

$\begin{cases} x=m_2 \\ y=n_2 \end{cases}$ ，如果 $m_1-m_2=n_1-n_2=1$ ，那么称方程组(I) 是方程组(II) 的“加一方程组”. 如果方程

组 $\begin{cases} 4x+6y=p \\ x-4y=p+1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} 3x-y=p+q \\ 6x+9y=-p \end{cases}$ 的“加一方程组”，那么 $q=$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】根据“加一方程组”的定义得到两个方程组解的关系，分别解两个含参数的二元一次方程组，再根据解的关系建立关于 p 、 q 的方程组，求解即可得到 q 的值.

【详解】解：设方程组 $\begin{cases} 4x+6y=p \\ x-4y=p+1 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=x_1 \\ y=y_1 \end{cases}$ ，设方程组 $\begin{cases} 3x-y=p+q \\ 6x+9y=-p \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=x_2 \\ y=y_2 \end{cases}$ ，

由定义可知， $x_1-x_2=1, y_1-y_2=1$ ，

$$\text{解方程组 } \begin{cases} 4x+6y=p \\ x-4y=p+1 \end{cases} \text{ 得到 } \begin{cases} x_1 = \frac{5p+3}{11} \\ y_1 = \frac{-3p-4}{22} \end{cases} ,$$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} 3x - y = p + q \\ 6x + 9y = -p \end{cases} \text{ 得到 } \begin{cases} x_2 = \frac{8p + 9q}{33} \\ y_2 = \frac{-3p - 2q}{11} \end{cases},$$

代入 $x_1 - x_2 = 1$ 并整理得到, $7p - 9q = 24$ ①;

代入 $y_1 - y_2 = 1$ 并整理得到, $3p + 4q = 26$ ②;

$$\text{联立①②得到, } \begin{cases} 7p - 9q = 24 \\ 3p + 4q = 26 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} p = 6 \\ q = 2 \end{cases}$$

即 $q = 2$.

三、解答题 (本大题共有 7 题, 第 17、18 题每小题 5 分, 第 19、20、21、22 题每小题 8 分, 第 23 题 10 分, 满分 52 分)

$$17. \text{ 解方程组: } \begin{cases} 3x + 8y = 12 \\ 2x - 4y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

【解析】

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} 3x + 8y = 12 \text{ ①} \\ 2x - 4y = 1 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②} \times 2 \text{ 得: } 7x = 14,$$

解得 $x = 2$,

$$\text{将 } x = 2 \text{ 代入①得: } 6 + 8y = 12,$$

$$\text{解得 } y = \frac{3}{4},$$

$$\text{则方程组的解为 } \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}.$$

18. 解方程组:
$$\begin{cases} x+z=1 \\ 3x+y+3z=6 \\ 2x-y-z=2 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=-1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】先将后两个方程相加消去未知数 y , 得到只含 x 、 z 的二元一次方程, 再和第一个方程组成二元一次方程组, 求出 x 、 z 后, 代入原方程组中的第三个方程求出 y 即可.

【详解】解:
$$\begin{cases} x+z=1 \text{ ①} \\ 3x+y+3z=6 \text{ ②} \\ 2x-y-z=2 \text{ ③} \end{cases}$$

② + ③ 得, $5x+2z=8$ ④,

与①联立得,
$$\begin{cases} x+z=1 \\ 5x+2z=8 \end{cases},$$

解二元一次方程组得,
$$\begin{cases} x=2 \\ z=-1 \end{cases},$$

把 $\begin{cases} x=2 \\ z=-1 \end{cases}$ 代入③得, $2 \times 2 - y + 1 = 2$,

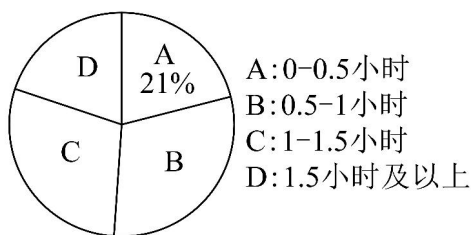
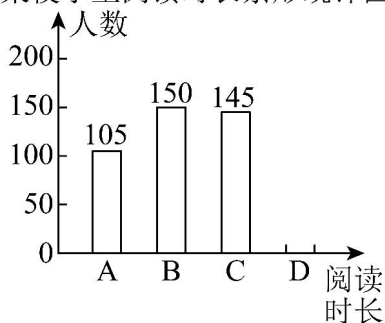
解得 $y=3$,

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=-1 \end{cases}$$

19. 为了解某校学生平均每天的阅读时长, 兴趣小组采用抽查的方式开展调查.

某校学生阅读时长条形统计图

某校学生阅读时长扇形统计图



(1) 请将下述的主要统计步骤进行排序, 合理的排序是_____ ; (填序号)

①得出结论，提出建议；

②利用统计图表将收集的数据整理和表示；

③从全校各年级中随机抽取部分学生，调查他们平均每天阅读的时间；

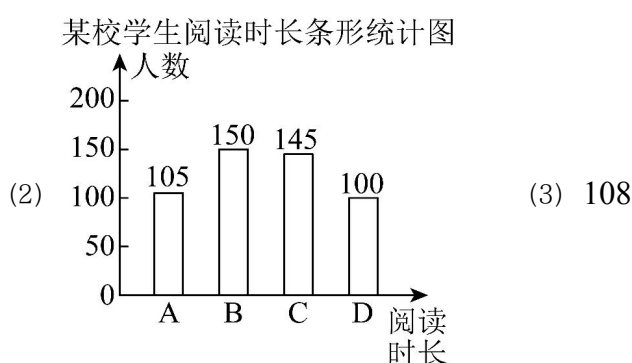
④分析数据.

(2) 将条形统计图补充完整 (每组阅读时长包含最小值，不包含最大值)；

(3) 扇形统计图中表示“B”的扇形圆心角为_____度；

(4) 根据抽查结果，请你估计该校 2000 名学生中，平均每天阅读时长达到 1.5 小时及以上的大约有_____名.

【答案】(1) ③②④①



(4) 400

【解析】

【分析】(1) 根据抽样调查的过程排序即可；

(2) 计算出“D”组人数即可；

(3) 计算表示“B”的占比乘以 360° 即可；

(4) 利用样本估计总体即可解答.

【小问 1 详解】

解：合理的排序是③②④①；

【小问 2 详解】

解： $105 \div 21\% = 500$ (人),

$500 - 105 - 150 - 145 = 100$ (人),

条形统计图见解析；

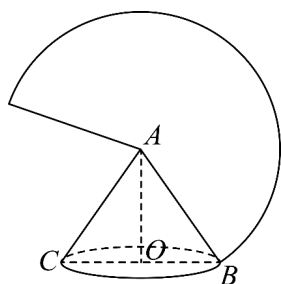
【小问 3 详解】

解： $360^\circ \times \frac{150}{500} = 108^\circ$;

【小问 4 详解】

解: $2000 \times \frac{100}{500} = 400$ (人).

20. 如图, 已知一个圆锥的侧面展开图是圆心角为 216° 的扇形, 母线 AB 长为 10cm .



- (1) 求该圆锥的底面直径 BC 的长;
- (2) 如果该圆锥的高为 8cm , 求它的体积 (结果保留 π).

【答案】(1) $BC = 12\text{cm}$

(2) $96\pi\text{cm}^3$

【解析】

【分析】(1) 根据圆锥的侧面展开图的弧长等于圆锥底面周长即可解答;

(2) 利用圆锥体积公式即可解答.

【小问 1 详解】

解: $BC \times \pi = \frac{216^\circ}{360^\circ} \times 2 \times 10 \times \pi,$

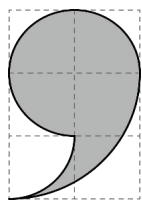
$\therefore BC = 12\text{cm};$

【小问 2 详解】

解: $\left(\frac{12}{2}\right)^2 \times \pi \times 8 \times \frac{1}{3} = 96\pi (\text{cm}^3),$

答: 它的体积为 $96\pi\text{cm}^3$.

21. 如图, 在由边长为 1 的小正方形组成的 2×3 的网格中, 阴影部分分别是以网格线的交点为圆心, 1 和 2 为半径的三段弧围成的, 求阴影部分的周长和面积 (结果保留 π).



【答案】阴影部分的周长为 3π , 面积为 $\frac{3}{2}\pi - 1$

【解析】

【分析】阴影部分周长等于 1 个半径为 1 的圆的周长加 $\frac{1}{4}$ 个半径为 2 的圆的周长；阴影部分面积为 $\frac{1}{2}$ 个半径为 1 的圆的面积加 $\frac{1}{4}$ 个半径为 2 的圆的面积减去 1 个小正方形的面积.

【详解】解：阴影部分的周长为 $2 \times 1 \times \pi + \frac{1}{4} \times 2 \times 2 \times \pi = 3\pi$ ；

阴影部分的面积为 $\frac{1}{2} \times 1^2 \times \pi + \frac{1}{4} \times 2^2 \times \pi - 1 \times 1 = \frac{3}{2}\pi - 1$.

22. 某大型超市购物结算有两种方式：

方式一：直接按照商品标价进行结算；

方式二：支付年费办理会员卡，一年内购物，部分商品按照标价打八折进行结算.

(1) 小海去该超市购买了 6 盒牛奶和 2 盒“网红蛋糕”，按照标价共支付了 310 元；乐乐持有该超市的会员卡，他购买了同款的 4 盒牛奶和 3 盒蛋糕均可打八折，共支付 272 元. 问：每盒牛奶和蛋糕的标价分别是多少元？

(2) 该超市有两种会员卡，一种是普通会员，年费 260 元；另一种是高级会员，年费 680 元. 无论选择哪种会员，所有购物均可享受相同折扣. 除此之外，高级会员还可额外获得年实际消费金额 2% 的返现，该返现可直接当作现金进行抵扣. 小普同学家持有普通会员卡，去年在该超市的实际消费约为 15000 元，今年的购物预算将在去年实际消费的基础上增长 20%，因此小普同学的家长今年打算把普通会员升级为高级会员，请通过计算判断这个决定是否划算.

【答案】(1) 每盒牛奶标价 25 元，每盒蛋糕标价 80 元.

(2) 升级为高级会员不划算.

【解析】

【分析】(1) 设每盒牛奶标价 x 元，每盒蛋糕标价 y 元，根据两种购买方式列出二元一次方程组，解方程组即可求出答案；

(2) 分别求出办理普通会员的实际花费和办理高级会员的实际花费，比较后即可得到结论.

【小问 1 详解】

解：设每盒牛奶标价 x 元，每盒蛋糕标价 y 元，由题意可得，

$$\begin{cases} 6x + 2y = 310 \\ 4x \times 80\% + 3y \times 80\% = 272 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 25 \\ y = 80 \end{cases},$$

答：每盒牛奶标价 25 元，每盒蛋糕标价 80 元.

【小问 2 详解】

解：今年的购物预算为 $15000 \times (1 + 20\%) = 18000$ （元），

办理普通会员的实际花费为 $18000 + 260 = 18260$ （元），

办理高级会员的实际花费为 $18000 + 680 - 18000 \times 2\% = 18000 + 680 - 360 = 18320$ （元）

$\therefore 18260 < 18320$,

$\therefore$ 办理普通会员更划算，小普同学的家长今年打算把普通会员升级为高级会员，这个决定不划算.

23. 综合与实践——制作纸杯（结果保留 π ）：

【素材一】纸杯是常见的生活用品，它由底部的圆形纸片和侧面的扇环纸片构成，某型号纸杯的尺寸（单位： cm ）如图 1 所示，侧面的扇环纸片可视为圆心角等于 60° 的扇形纸片 AOD 裁去扇形纸片 BOC 后剩余的部分.

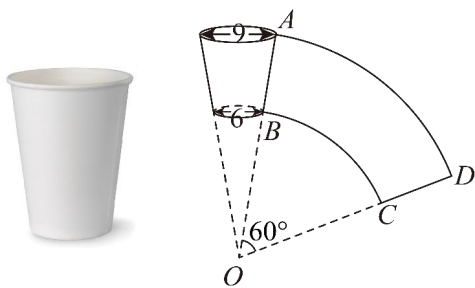


图1

【素材二】如图 2，从圆心角为 60° 的扇形中裁剪得到的最大的圆的半径是该扇形半径的 $\frac{1}{3}$.

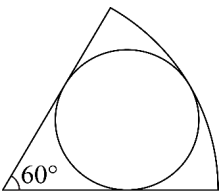


图2

【素材三】如图 3，从扇环 $ABCD$ 中裁剪得到的最大的圆的直径是扇环的宽度 AB .

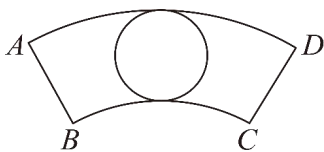


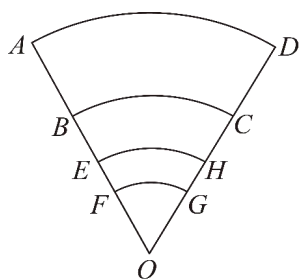
图3

请根据以上三个素材，完成两个任务：

(1) 在图 1 中，可得 $\widehat{AD} = \text{_____} cm$ ； $AB = \text{_____} cm$.

(2) 如图，小普同学取素材一中的扇形纸片 AOD ，先裁剪出扇环 $ABCD$ ，用于制作素材一中该型号纸杯的侧面；接着利用余下的扇形纸片 BOC ，继续制作素材一中该型号纸杯的底面，以及一个新型号纸杯的侧

面和底面，扇形纸片 BOC 被裁剪成三部分：扇环 $BEHC$ 、扇环 $EFGH$ 和扇形 FOG ，在扇环 $BEHC$ 中裁剪出最大的圆 O_1 、在扇形 FOG 中裁剪出最大的圆 O_2 （示意图中的线段长度不代表实际长度）。



①素材一中该型号纸杯的底面是圆_____；（填“ O_1 ”或“ O_2 ”）

②求新型号纸杯的侧面积。

【说明：1. 纸杯各接缝处不计耗材；2. 裁剪出的侧面扇环纸片与底部圆形纸片恰好能组装成一个纸杯】

【答案】（1） 9π ，9.

（2）① O_2 ，② 24π .

【解析】

【分析】（1）根据纸杯上下面圆的直径求出周长，纸杯展开之后即是扇形弧长，根据 $\widehat{AD}$ ， $\widehat{BC}$ 即可求出 AB .

（2）① 根据素材二和素材三内容判断出 O_1 和 O_2 直径的大小，结合题意求出制作的纸杯底面圆形纸片的直径，进行对比即可发现素材一中该型号纸杯的底面是圆 O_2 .

② 根据①结论结合 $OB = 18$ 可以求出 $EF = 6$ ，再根据 $S_{\text{扇环}EFGH} = S_{\text{扇形}EOH} - S_{\text{扇形}FOG}$ ，即可求出新型号纸杯的侧面积。

【小问1详解】

解：根据题意可知，纸杯上口图形是圆形，直径是 $d_1 = 9$ ，底部圆形纸片，直径是 $d_2 = 6$ ，

$$\therefore \widehat{AD} = \pi d_1 = 9\pi \text{ cm}, \quad \widehat{BC} = \pi d_2 = 6\pi \text{ cm},$$

$\therefore$ 扇形 AOD 圆心角 60° ,

$$\therefore \widehat{AD} = \frac{n^\circ 2\pi OA}{360^\circ} = \frac{60^\circ 2\pi OA}{360^\circ} = \frac{\pi OA}{3} = 9\pi, \quad \widehat{BC} = \frac{n^\circ 2\pi OB}{360^\circ} = \frac{60^\circ 2\pi OB}{360^\circ} = \frac{\pi OB}{3} = 6\pi,$$

$$\therefore OA = 27, \quad OB = 18,$$

$$\therefore OA = OB + AB,$$

$$\therefore AB = OA - OB = 27 - 18 = 9 \text{ cm}.$$

【小问2详解】

①解：由（1）可知扇形 $ABCD$ 中， $AB = 9$ ， $\widehat{AD} = 9\pi$ ， $\widehat{BC} = 6\pi$ ，

根据题意扇环 $ABCD$ ，用于制作素材一中该型号纸杯的侧面，

$$\therefore \text{纸杯底面圆形纸片周长} = \widehat{BC} = 6\pi,$$

$$\therefore \text{纸杯底面圆形纸片直径 } d_3 = 6,$$

$\therefore$ 在扇形 FOG 中裁剪出最大的圆 O_2 ，

$$\therefore \text{根据素材二得，圆 } O_2 \text{ 半径} = \frac{1}{3}OF,$$

$$\therefore \text{圆 } O_2 \text{ 直径} = \frac{2}{3}OF,$$

$\therefore$ 在扇环 $BEHC$ 中裁剪出最大的圆 O_1 ，

$$\therefore \text{根据素材三得，圆 } O_1 \text{ 直径} = BE,$$

$\therefore$ 扇环 $EFGH$ 为新纸杯的侧面，

$$\therefore \text{新纸杯底面的 } \widehat{FG} = \frac{n^\circ 2\pi OF}{360^\circ} = \frac{60^\circ \times 2\pi OF}{360^\circ} = \frac{1}{3}\pi OF,$$

$$\therefore \text{即新纸杯底面圆形周长} = \frac{1}{3}\pi OF,$$

设新纸杯底面圆形纸片直径为 d_4 ，

$$\therefore \pi d_4 = \frac{1}{3}\pi OF,$$

$$\therefore d_4 = \frac{1}{3}OF,$$

$\therefore$ 圆 O_1 和扇环 $EFGH$ 组成新的纸杯，圆 O_2 和扇环 $ABCD$ 组成材料一中的纸杯，

$\therefore$ 素材一中该型号纸杯的底面是圆 O_2 。

②解：由①可知素材一中该型号纸杯的底面是圆 O_2 ，圆 O_1 和扇环 $EFGH$ 组成新的纸杯，

$$\therefore d_3 = 6 = \frac{2}{3}OF, \quad d_4 = \frac{1}{3}OF = BE,$$

$$\therefore OF = 9, \quad BE = \frac{1}{3}OF,$$

$$\therefore BE = 3,$$

$$\therefore OB = OF + EF + BE = 18,$$

$$\therefore 9 + EF + 3 = 18,$$

$$\therefore EF = 6,$$

$$\therefore S_{\text{扇环}EFGH} = S_{\text{扇形}EOH} - S_{\text{扇形}FOG},$$

$$\therefore S_{\text{扇环}EFGH} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi OE^2 - \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi OF^2,$$

$$\therefore OE = OF + EF = 9 + 6 = 15,$$

$$\therefore S_{\text{扇环}EFGH} = \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 15^2 - \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 9^2 = 24\pi,$$

$$\therefore \text{新型号纸杯的侧面积 } 24\pi \text{ cm}^2.$$