

文绮中学 2025 学年第二学期六年级数学期末测试卷

(时间: 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列四组数中, 不能组成比例的是 ()

- A. 2, 3, 4, 6 B. 0.3, 5, 6, 100 C. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ D. 0.1, 0.3, 0.5, 1.5

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查比例的基本性质, 根据比例的基本性质, 若四个数能组成比例, 则存在两内项之积等于两外项之积, 即存在两组数的乘积相等, 逐一验证各选项即可求解.

【详解】解: 选项 A: 对于 2, 3, 4, 6, $\because 2 \times 6 = 12 = 3 \times 4$, 满足比例基本性质, $\therefore$ 该组数可以组成比例.

选项 B: 对于 0.3, 5, 6, 100, $\because 0.3 \times 100 = 30 = 5 \times 6$, 满足比例基本性质, $\therefore$ 该组数可以组成比例.

选项 C: 对于 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, 所有两两乘积组合中, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10} \neq \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{20} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \neq \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$, 不存在两组乘积相等的情况, 不满足比例基本性质, $\therefore$ 该组数不能组成比例.

选项 D: 对于 0.1, 0.3, 0.5, 1.5, $\because 0.1 \times 1.5 = 0.15 = 0.3 \times 0.5$, 满足比例基本性质, $\therefore$ 该组数可以组成比例.

2. 下列方程组中, 属于二元一次方程组的是 ()

- A. $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{1}{x} + y = -2 \\ 3y - x = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ xy = 2 \end{cases}$

【答案】C

【解析】

【分析】二元一次方程组需满足三个条件: 方程组共含两个未知数, 所有方程都是整式方程, 且未知数的最高次数为 1, 据此逐一判断选项即可.

【详解】解: A: $\because$ 方程组中共有 x, y, z 三个未知数, 不满足二元要求, $\therefore$ A 错误;

B: $\because$ 方程组中第一个方程不是整式方程, 不满足要求, $\therefore$ B 错误;

C: $\because$ 方程组共含 x, y 两个未知数, 两个方程都是整式方程, 且未知数次数均为 1, 符合二元一次方程组的定义, $\therefore$ C 正确;

D: $\because$ 方程组中第二个方程 $xy = 2$ 的未知数次数为 2, 不满足一次要求, $\therefore$ D 错误;

3. 下列情况中，摸球一次，摸到红球可能性最小的是（ ）

- A. 8 个白球，2 个红球，3 个绿球
- B. 3 个红球，6 个黄球，4 个绿球
- C. 9 个白球，3 个黑球，1 个红球
- D. 2 个白球，4 个红球，7 个绿球

【答案】C

【解析】

【分析】根据当所有球的总个数相同时，红球的个数越少，摸到红球的可能性越小，只需比较各选项红球个数即可求解。

【详解】解：先计算每个选项的总球数：

A 选项总球数： $8+2+3=13$ ，红球个数为 2；

B 选项总球数： $3+6+4=13$ ，红球个数为 3；

C 选项总球数： $9+3+1=13$ ，红球个数为 1；

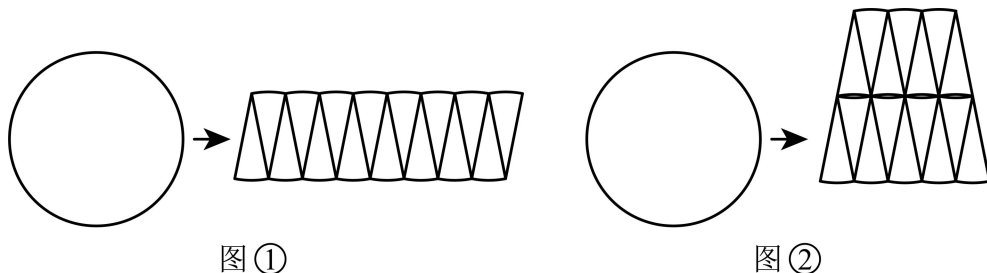
D 选项总球数： $2+4+7=13$ ，红球个数为 4；

$\therefore$ 四个选项总球数相同，且 $1 < 2 < 3 < 4$ ，

$\therefore$ C 选项红球个数最少，摸到红球可能性最小，

故摸到红球可能性最小的是 C 选项。

4. “转化”是一种重要的解决问题策略，在我们数学学习中经常会运用到。例如探索圆的面积计算公式时，许多同学会将圆形纸片剪成 16 等份，拼成一个近似的平行四边形（如图①），然后推导出圆的面积计算方法。小亮在研究时，将圆形纸片剪成 16 等份，拼成一个近似的梯形（如图②）。请仔细观察拼成的这个梯形，梯形的上底与下底的和与梯形的高分别是（ ）



A. 圆周长，圆的半径

B. 圆周长，圆的直径

C. 圆周长的一半，圆的半径

D. 圆周长的一半，圆的直径

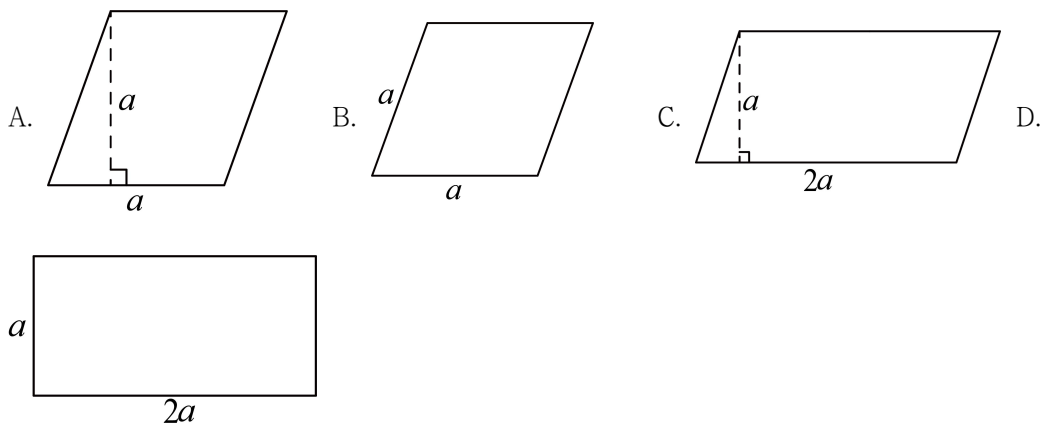
【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查圆的面积的推算，观察图形可知梯形的上底与下底的和为圆周长的一半，梯形的高为圆的直径，据此解答.

【详解】 解：由图可得梯形的上底与下底的和为圆周长的一半，梯形的高为圆的直径，
故选：D.

5. 一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$ ，下面（ ）图形是这个圆柱侧面的展开图.



【答案】 A

【解析】

【分析】 此题考查圆柱的侧面展开图. 根据题意：一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$ ，若半径为 1 份，那么这个圆柱的底面周长为： $2\pi \times 1 = 2\pi$ ，高也是 2π ，说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等，那么这样的圆柱展开后是一个底面周长和高相等的图形，因此答案 A 正确.

【详解】 解：圆柱的底面周长为： $2\pi \times 1 = 2\pi$ ，圆柱的高也是 2π ，
说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等.

故选：A.

6. 用现代高等数学的符号可以将方程组 $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$ 的各项系数排成一个表 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 这种由数列排成

的表叫做矩阵。矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & t \\ 2 & -1 & m \end{pmatrix}$ 表示 x, y, z 为未知数的三元一次方程组，若 $4x+y-z$ 为定值，则 m 与

t 的关系式（ ）

- A. $m-2t=-1$ B. $m+2t=1$ C. $2m-t=1$ D. $2t+m=-1$

【答案】 D

【解析】

【分析】 解题关键是根据矩阵定义写出方程组，再凑出目标式，根据定值要求得到 z 的系数关系，即可推得 m 与 t 的关系式.

【详解】解：根据题意，可得三元一次方程组为：
$$\begin{cases} x+y+tz=c_1 \\ 2x-y+mz=c_2 \end{cases}$$
，其中 c_1, c_2 为常数.

将第一个方程两边乘2，再加上第二个方程，得： $2(x+y+tz)+(2x-y+mz)=2c_1+c_2$

整理得： $4x+y+(2t+m)z=2c_1+c_2$

$\because 4x+y-z$ 为定值，即 z 的系数为 -1 ，

$\therefore 2t+m=-1$.

二、填空题（每题2分，共24分）

7. 已知2是 $\frac{2}{3}$ 和 x 的比例中项，那么 $x=$ _____.

【答案】6

【解析】

【分析】本题考查比例中项，根据比例中项的定义得到 $2^2 = \frac{2}{3}x$ ，进行求解即可.

【详解】解：由题意，得： $2^2 = \frac{2}{3}x$ ，

解得： $x=6$ ；

故答案为：6.

8. 小海在练习篮球投篮时5投全中是_____事件（填“确定”或“不确定”）.

【答案】不确定

【解析】

【分析】本题考查了确定事件与不确定事件；不确定事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件；确定事件指的是在一定条件下，其结果可以预知的事件. 这类事件具有明确性、稳定性和可预测性. 确定性事件可进一步分为必然事件和不可能事件. 根据两个定义即可判定.

【详解】解：小海在练习篮球投篮时5投全中是可能发生，也可能不发生，故是不确定事件；

故答案为：不确定.

9. 把方程 $2x+3y-4=0$ 改写成用含 x 的代数式表示 y ，则 $y=$ _____.

【答案】 $-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】将 x 看作已知数，通过移项、系数化为1即可求出 y 的表达式.

【详解】解： $2x+3y-4=0$ ，

移项得 $3y=-2x+4$ ，

两边同时除以3，得 $y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$.

10. 一幅地图的比例尺是1:20000000，上海到北京的实际距离是1300千米，上海到北京的图上距离是_____厘米.

【答案】 6.5

【解析】

【分析】 本题考查比例尺，根据比例尺等于实际图上距离与实际距离之比，进行求解即可.

【详解】 解：设上海到北京的图上距离是 x 厘米，1300千米 = 130000000 厘米

则：1:20000000 = x :130000000，

解得： $x = 6.5$ ；

故答案为： 6.5

11. 把一个圆剪成两个扇形，其中一个扇形的圆心角是 150° ，则该扇形与另一个扇形的弧长之比是_____.

【答案】 5:7

【解析】

【分析】 同一个圆的半径相等，结合扇形弧长公式可知，弧长之比等于圆心角度数之比，先求出另一个扇形的圆心角，再化简比即可得到结果.

【详解】 解：设原圆的半径为 r ，

$\therefore$ 其中一个扇形的圆心角是 150° ，

$\therefore$ 另一个扇形的圆心角为： $360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$ ，

$\therefore$ 扇形弧长公式为 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，且两个扇形的半径相同，

$\therefore$ 弧长之比等于圆心角之比，

$\therefore$ 则该扇形与另一个扇形的弧长之比是 $150:210 = 5:7$.

12. 一件衣服原价200元，打七五折出售，则这件衣服便宜了_____元.

【答案】 50

【解析】

【分析】 先明确七五折表示现价是原价的75%，即可求出这件衣服现在的价格，再用原价减去现在的价格即可.

【详解】 解：已知这件衣服原价200元，打七五折出售，即现价是原价的75%，

$\therefore$ 这件衣服现价为 $200 \times 75\% = 150$ （元），

$\therefore$ 这件衣服便宜了 $200 - 150 = 50$ （元）.

13. 明代《算法统宗》有一首饮酒诗：“醇酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人，共同饮了一十九，三十三客醉颜生，试问高明能算士，几多薄酒几多醇？”这首诗是说：“好酒一瓶，可以醉倒 3 位客人；薄酒三瓶，可以醉倒 1 位客人，如今 25 位客人醉倒了，他们总共饮 19 瓶酒．试问：其中好酒、薄酒分别是多少瓶？”设有好酒 x 瓶，薄酒 y 瓶．可列方程组为_____．

【答案】
$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + \frac{y}{3} = 25 \end{cases}$$

【解析】

【分析】设有好酒 x 瓶，薄酒 y 瓶．根据他们总共饮 19 瓶酒．得 $x + y = 19$ ，根据好酒一瓶，可以醉倒 3 位客人；薄酒三瓶，可以醉倒 1 位客人，如今 25 位客人醉倒了，得 $3x + \frac{y}{3} = 25$ ，联立方程组即可．
本题考查了古籍中的方程组，熟练掌握方程组的布列是解题的关键．

【详解】解：设有好酒 x 瓶，薄酒 y 瓶．根据题意，得

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + \frac{y}{3} = 25 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + \frac{y}{3} = 25 \end{cases}$$

14. 一台压路机的前轮是圆柱形，轮宽 2 米，直径是 1 米，如果前轮每分钟转动 10 周，5 分钟压过的路面是_____平方米．

【答案】 314

【解析】

【分析】本题考查了圆的周长，圆柱的侧面积的计算，由题意得出 $\pi \times 1 \times 2 \times 10 \times 5$ ，然后根据运算法则即可求解，掌握圆柱侧面积的计算是解题的关键．

【详解】解：由题意得， $\pi \times 1 \times 2 \times 10 \times 5 = 100\pi \approx 314$ （平方米），
故答案为： 314．

15. 等底等高的一个圆柱和一个圆锥，它们的体积之和是 24π ，高都为 8，则它们的底面半径为_____．

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】利用等底等高的圆柱与圆锥的体积关系，结合已知的体积和列出关于底面半径的方程，求解方程

得到正数解即为所求底面半径.

【详解】解: 设底面半径为 r ,

$\because V_{\text{柱}} = \pi r^2 h$, $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, 二者等底等高, 体积和为 24π , 高 $h = 8$,

$$\therefore \pi r^2 \times 8 + \frac{1}{3} \pi r^2 \times 8 = 24\pi,$$

$$\therefore r^2 = \frac{9}{4},$$

$\because$ 底面半径为正数,

$$\therefore r = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}.$$

16. 如果一个扇形的弧长等于它所在圆的半径的 2 倍, 我们称这样的扇形为“完美扇形”. 已知一个圆锥的侧面展开图是一个“完美扇形”, 该“完美扇形”的周长是 12, 则这个圆锥的侧面积是_____.

【答案】9

【解析】

【分析】根据“完美扇形”的定义得到弧长与半径的关系, 结合扇形周长求出半径和弧长, 代入面积公式计算即可.

【详解】解: 设“完美扇形”所在圆的半径为 r , 根据“完美扇形”的定义可得弧长 $l = 2r$,

“完美扇形”的周长为两个半径长加弧长,

由题意得 $2r + l = 12$,

将 $l = 2r$ 代入得 $2r + 2r = 12$,

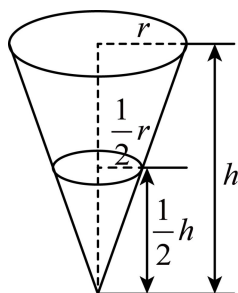
解得 $r = 3$,

则 $l = 2 \times 3 = 6$,

圆锥的侧面积等于其侧面展开扇形的面积,

因此这个圆锥的侧面积为 $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$.

17. 如图所示, 圆锥形容器中装有 5 升水, 水面高度正好是圆锥高度的一半, 且水面半径也正好是圆锥底面半径的一半, 则这个容器还能装水 _____ 升.



【答案】 35

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥的体积计算，根据圆锥体积计算公式计算出 $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 40$ ，即这个容器一共能装 40 升水，据此可得答案.

【详解】 解：由题意得， $\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}r\right)^2 \cdot \frac{1}{2}h = 5$,

所以 $\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{1}{4}r^2 \cdot \frac{1}{2}h = 5$,

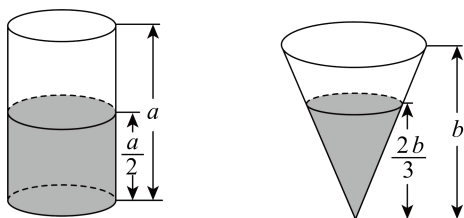
所以 $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 40$,

所以这个容器一共能装 40 升水，

所以还可以装 $40 - 5 = 35$ 升水，

故答案为：35.

18. 如图，将圆柱形容器和圆锥形容器均盛满水，同时开启两容器底部的放水孔，19 分钟后，圆柱形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{1}{2}$ ，圆锥形容器的水面降至原高度的 $\frac{2}{3}$ （此时水面半径为圆锥底面半径的 $\frac{2}{3}$ ），假设每个容器的漏水速度始终保持不变，当圆锥形容器中的水漏完后，再过_____分钟，圆柱形容器中的水恰好漏完.



【答案】 11

【解析】

【分析】 设圆锥底面半径为 r ，先结合圆锥体积公式求出圆锥总水量与 19 分钟后剩余水量，算出漏水量，推导漏水速度，求得剩余水漏完需 8 分钟，圆锥全部漏完共 27 分钟，再根据圆柱 19 分钟漏半桶水，匀速漏水可得全漏完需 38 分钟，最后两容器总漏水时长作差，求出圆锥漏完后再过 11 分钟圆柱水漏完.

【详解】 解：设圆锥底面半径为 r ，则 19 分钟后水面半径为 $\frac{2}{3}r$ ，

由题知，开始时圆锥中水的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 b$ ，

19 分钟后剩下水的体积为： $\frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{2}{3}r\right)^2 \times \frac{2}{3}b = \frac{8}{81}\pi r^2 b$ ，

$$\therefore 19 \text{ 分钟漏掉的水的体积为: } \frac{1}{3} \pi r^2 b - \frac{8}{81} \pi r^2 b = \frac{19}{81} \pi r^2 b,$$

$$\therefore \text{圆锥容器漏水速度为: } \frac{19}{81} \pi r^2 b \div 19 = \frac{1}{81} \pi r^2 b,$$

$$\therefore \text{圆锥中剩下的水漏完所需时间为: } \frac{8}{81} \pi r^2 b \div \frac{1}{81} \pi r^2 b = 8 \text{ (分钟)},$$

$$\therefore 19 \text{ 分钟后, 圆柱形容器的水面高度降至原高度的 } \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{圆柱形容器中的水恰好漏完需要时间: } 19 \times 2 = 38 \text{ (分钟)},$$

$$\therefore \text{圆锥形容器中的水漏完所需时间: } 19 + 8 = 27 \text{ (分钟)},$$

$$\therefore 38 - 27 = 11 \text{ (分钟)},$$

即再过 11 分钟, 圆柱形容器中的水恰好漏完.

三、简答题 (本题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

19. 求比例中 x 的值: $0.75 : x = 1\frac{1}{5} : 6$.

【答案】

$$x = \frac{15}{4}$$

【解析】

【详解】解: $0.75 : x = 1\frac{1}{5} : 6$

$$0.75 : x = \frac{6}{5} : 6$$

$$\frac{6}{5} x = 6 \times 0.75$$

$$\frac{6}{5} x = \frac{9}{2}$$

$$x = \frac{15}{4}.$$

20. 已知 $2a = \frac{3}{2}b$, $5c = 3b$, 求 $a : b : c$. (结果写成最简整数比)

【答案】 15:20:12

【解析】

【分析】 本题考查求最简整数比, 根据 $2a = \frac{3}{2}b$, 得到 $a = \frac{3}{4}b$, 根据 $5c = 3b$, 得到 $c = \frac{3}{5}b$, 进而得到

$$a : b : c = \frac{3}{4} : 1 : \frac{3}{5}, \text{ 再根据比的性质化简为最简整数比即可.}$$

【详解】解：因为 $2a = \frac{3}{2}b$,

所以 $a = \frac{3}{4}b$;

因为 $5c = 3b$,

所以 $c = \frac{3}{5}b$,

$$\therefore a:b:c = \frac{3}{4}:1:\frac{3}{5} = \left(\frac{3}{4} \times 20\right):(1 \times 20):\left(\frac{3}{5} \times 20\right) = 15:20:12.$$

21. 解方程组:
$$\begin{cases} 3x + 5y = 19 \\ 2x - y = 4 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

【解析】

【详解】解:
$$\begin{cases} 3x + 5y = 19 \text{ ①} \\ 2x - y = 4 \text{ ②} \end{cases},$$

① + ② $\times 5$ 得 $13x = 39$,

解得 $x = 3$;

把 $x = 3$ 代入②得 $6 - y = 4$,

解得 $y = 2$;

所以原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x + 2y - z = 4 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

【解析】

【详解】解：
$$\begin{cases} x-2y+z=0 \text{①} \\ 2x+y-z=1 \text{②} \\ 3x+2y-z=4 \text{③} \end{cases}$$

将① + ③，得 $4x = 4$ ，

解得 $x = 1$ ，

将① + ②，得 $3x - y = 1$ ④，

将 $x = 1$ 代入④，得 $3 - y = 1$ ，

解得 $y = 2$ ，

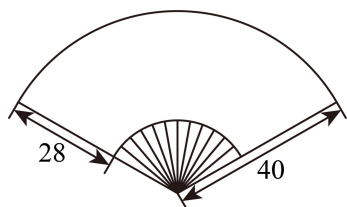
将 $x = 1$ ， $y = 2$ 代入①，得 $1 - 4 + z = 0$ ，

解得 $z = 3$ ，

∴ 方程组的解为
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

四、解答题（本题共 5 题，23-26 题每题 6 分，27、28 每题 7 分，共 38 分）

23. 如图，一把展开的扇子的圆心角为 135° ，扇子的骨柄长是 40 厘米，扇面宽度为 28 厘米，求这把扇子完全展开后扇面所占的面积。（结果保留 π ）



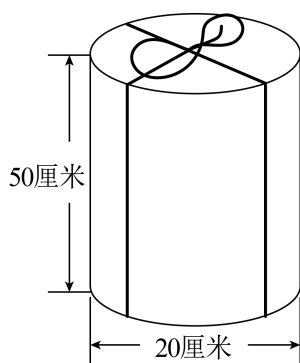
【答案】 546π 平方厘米

【解析】

【详解】解：
$$\frac{135\pi \times 40^2}{360} - \frac{135\pi \times (40-28)^2}{360} = 546\pi \text{ (平方厘米)}$$

答：这把扇子完全展开后扇面所占的面积为 546π 平方厘米.

24. 有一个硬纸做成的礼品盒，用彩带扎住（如图），打结处用去的彩带长 18 厘米.



- (1) 共需要彩带多少厘米？
- (2) 做这样一个礼品盒至少要多少硬纸？
- (3) 这个礼品盒的体积是多少？（ π 取 3.14）

【答案】 (1) 298cm

(2) $1200\pi\text{cm}^2$

(3) 15700cm^3

【解析】

【分析】 (1) 使用彩带的长度等于 4 个高，4 条直径，外加打结的 18 厘米即可；

(2) 求这个圆柱体的表面积，即两个底面积加侧面积即可；

(3) 根据“体积等于底面积乘以高”计算即可.

【小问 1 详解】

$$50 \times 4 + 20 \times 4 + 18 = 298 \text{ (cm)}$$

【小问 2 详解】

$$\pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 \times 2 + \pi \times 20 \times 50 = 200\pi + 1000\pi = 1200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

【小问 3 详解】

$$\pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 \times 50 = 5000\pi \approx 15700 \text{ (cm}^3\text{)}$$

答：做这样一个礼品盒共需要彩带 298 厘米；至少要 1200π 平方厘米的硬纸；这个礼品盒的体积约为 15700 立方厘米.

【点睛】 本题考查圆柱的表面积和体积，掌握圆柱体的特征、表面积、体积的计算方法是正确解答的前提.

25. 小敏去相距 6 千米的外滩游玩，她决定先步行一段路程，之后乘坐观光车前往. 整个行程共用时 1 小时，且在步行与换乘中的耗时忽略不计. 已知小敏步行时的平均速度是每小时 4 千米，乘坐观光车时的平均速度是每小时 12 千米. 请计算小敏步行和乘坐观光车分别所用的时间.

【答案】小敏步行所用的时间为 $\frac{3}{4}$ 小时，乘坐观光车所用的时间为 $\frac{1}{4}$ 小时

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，正确地理解题意列出方程组是解题的关键.

设小敏步行所用的时间分别为 x 小时，乘坐观光车所用的时间为 y 小时，根据小敏步行时的平均速度是每小时 4 千米，乘坐观光车时的平均速度是每小时 12 千米，列出方程组，即可得到结论.

【详解】解：设小敏步行所用的时间为 x 小时，乘坐观光车所用的时间为 y 小时，

$$\text{根据题意得} \begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 12y = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases},$$

答：小敏步行所用的时间为 $\frac{3}{4}$ 小时，乘坐观光车所用的时间为 $\frac{1}{4}$ 小时.

26. 某校为了更好地组织春游活动，调查了六（1）班同学最想去的春游地点，要求全班每名同学都必须选且只能从上海辰山植物园、上海野生动物园、欢乐谷、上海博物馆四个地点选一个，根据统计结果绘制了图 1 和图 2 两幅统计图

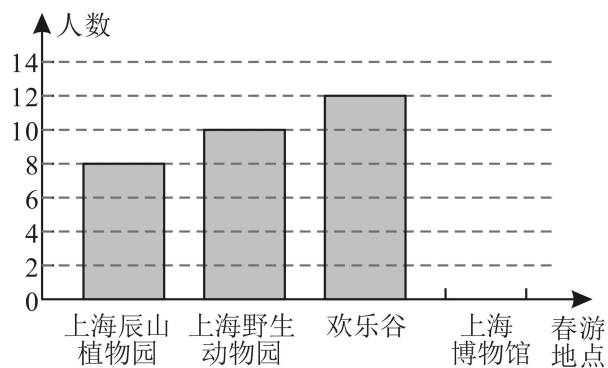


图1

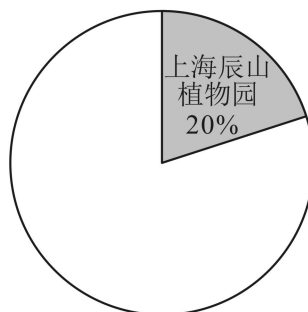
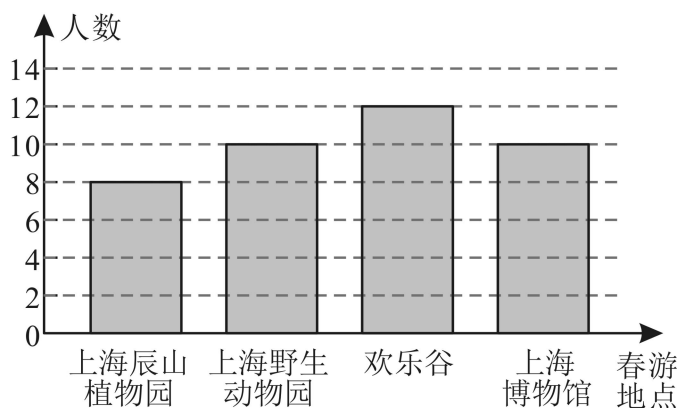


图2

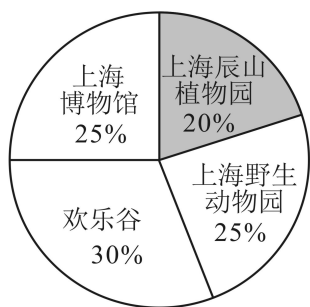
根据图中提供的信息完成以下问题:

- (1) 该班共有学生_____名，将条形统计图补充完整；
- (2) 补全扇形统计图，并标注春游地点和占比；
- (3) 已知该校共有学生 300 名，如果在全年级范围内进行该项调查，请你估计选择欢乐谷作为最想去春游的地点的人数为_____名？

【答案】(1) 40，补全条形统计图如下：



(2) 补全扇形图如下:



(3) 90

【解析】

【分析】(1) 由上海辰山植物园占 20% 有 8 人，即可求出该班学生人数；再计算选择上海博物馆人数，然后补全条形统计图；

(2) 分别根据各种选择人数所占百分比 $\times 360^\circ$ ，然后补全扇形图；

(3) 选择欢乐谷所占百分比 $\times 300$ 即可求解.

【小问 1 详解】

解：由题意得：本次被调查的学生有 $\frac{8}{20\%} = 40$ (人)，

选择上海博物馆人数 $= 40 - 8 - 10 - 12 = 10$ (人)，

补全条形统计图略；

【小问 2 详解】

解：选择上海野生动物园占比为 $\frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$ ，圆心角的度数为 $360^\circ \times 25\% = 90^\circ$ ，

选择欢乐谷占比为 $\frac{12}{40} \times 100\% = 30\%$ ，圆心角的度数为 $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$ ，

选择上海博物馆占比为 $\frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$ ，圆心角的度数为 $360^\circ \times 25\% = 90^\circ$ ，

补全扇形图略；

【小问 3 详解】

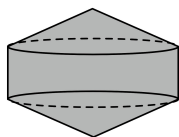
解：由题意得， $30\% \times 300 = 90$ (人)，

答：估计选择欢乐谷作为最想去春游的地点的人数为 90 人.

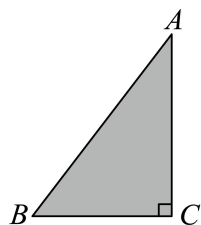
27. (本题结果保留 π)

大家都知道圆柱和圆锥这两个立体图形可以看成由一个平面几何图形绕着某条直线旋转一定角度构造而成, 学校“深度探索”小组在学完这一章后自然想到: 如果改变平面几何图形或者改变直线的位置或者改变旋转的角度, 会得到怎样有趣的立体图形呢?

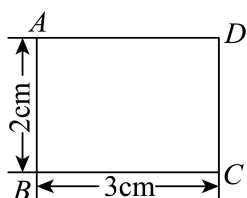
(1) 小张用一个平面几何图形绕着某条直线旋转一周发现了下面这个立体图形, 请你把小张所用的平面几何图形和其所绕的直线画出来.



(2) 小查用下面的直角 $\triangle ABC$ 绕着 AC 所在的直线旋转 180° , 已知 BC 长 3 cm , AC 长 4 cm , AB 的长度为 5 cm , 求 $\triangle ABC$ 扫过所形成的立体图形的表面积.



(3) 小威用下面的长方形 $ABCD$ 绕着直线 m 旋转一周, CD 与直线 m 平行且相距 2 cm , 已知 AB 长 2 cm , BC 长 3 cm , 求长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的表面积和体积.



(4) 请发挥你的想象力构造出一种不同于上面的立体图形, 说出你的构造方法: 是由什么平面图形绕着哪条直线 (可画出示意图) 旋转多少度所成, 并求出你所构造的立体图形的体积或表面积.

【答案】 (1) 见详解 (2) $(12\pi + 12)\text{cm}^2$

(3) 见详解 (4) 见详解

【解析】

【分析】 本题考查的知识点有将一个图形旋转一定的度数、圆锥、圆柱的体积和表面积计算. 记住圆锥、圆柱的体积公式和表面积公式是求解的关键.

(1) 根据题意画图即可;

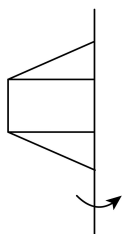
(2) 根据题意得出直角 $\triangle ABC$ 绕着 AC 所在的直线旋转 180° ，形成的立体图形是底面半径为 $BC = 3\text{cm}$ 的一个半圆锥，再根据半圆锥的表面积 = 半圆锥的侧面积 + 竖面等腰三角形面积 + 底面半圆面积，解答即可。

(3) 画出直线 m ，分两种情况分别求解即可。

(4) 根据三角形与正方形的特征，以 AB 为轴，旋转一周，可得到一个圆锥与圆柱的合体，根据圆锥的体积公式 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ 即可求出这个圆锥的体积；根据圆柱的体积公式 $V = \pi r^2 h$ 即可求出这个圆柱的体积；二者相加就是几何体的体积。

【小问 1 详解】

解：如图，即为所求；



【小问 2 详解】

解：直角 $\triangle ABC$ 绕着 AC 所在的直线旋转 180° ，形成的立体图形是底面半径为 $BC = 3\text{cm}$ 的一个半圆锥，

$$\text{半圆锥的侧面积} = \frac{1}{2}\pi r l = \frac{1}{2}\pi \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}\pi \text{ cm}^2,$$

$$\text{半圆锥的表面积} = \frac{15}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi r^2 + \frac{1}{2} \times 2r \times 4 = \frac{15}{2}\pi + \frac{9}{2}\pi + 12 = (12\pi + 12) \text{ cm}^2.$$

【小问 3 详解】

解：如图，直线 m 有图中两种位置，

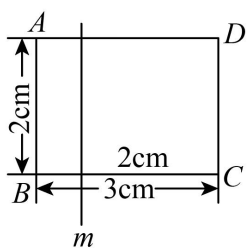


图1

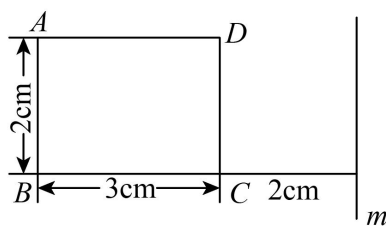


图2

图 1 中，长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的表面积 $= 2 \times \pi \times 2^2 + 2\pi \times 2 \times 2 = 16\pi (\text{cm}^2)$ ，

长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的体积 $= \pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi (\text{cm}^3)$ ；

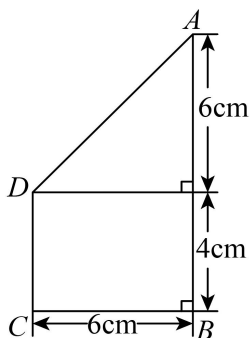
图 2 中，长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的表面积

$$= 2 \times \left[\pi \times (3+2)^2 - \pi \times 2^2 \right] + 2\pi \times 2 \times 2 + 2\pi \times (3+2) \times 2 = 70\pi (\text{cm}^2),$$

长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的体积 $= \pi \times (3+2)^2 \times 2 - \pi \times 2^2 \times 2 = 42\pi (\text{cm}^3)$ ；

【小问 4 详解】

解：如图，将如下图形绕 AB 所在直线旋转一周形成一个由底面相同的圆锥和圆柱组成的立体图形。



则该立体图形体积 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6 + \pi \times 6^2 \times 4 = 216\pi (\text{cm}^3)$. (答案不唯一，合理即可)

28. 阅读材料：关于未知数 x 、 y 的二元一次方程组，将 $|x - y|$ 称为方程组的解距，当解距为 1 时，我们就

说方程组的解具有单位差，例如，方程组 $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$ ，由于 $|x - y| = 2$ ，所以其解距为 2；

方程组 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ，由于 $|x - y| = 1$ ，所以其解具有“单位差”。

(1) 判断方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$ 的解是否具有“单位差”？并说明理由；

(2) 已知关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ ax + y = 7 \end{cases}$ 的解具有“单位差”，求 a 的值；

(3) 若关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ 2x - y = k \end{cases}$ 的解距是整数，求出所有满足条件的整数 k 。

【答案】(1) 该方程组的解具有“单位差”，理由如下：

$$\begin{cases} 3x + 2y = 28 \text{ ①} \\ 2x + y = 17 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{②} \times 2 - \text{①} \text{ 得 } x = 6,$$

$$\text{把 } x = 6 \text{ 代入 ② 得 } 2 \times 6 + y = 17,$$

$$\text{解得 } y = 5,$$

$$\therefore |x - y| = |6 - 5| = 1, \text{ 符合“单位差”的定义,}$$

因此该方程组的解具有“单位差”；

(2) $a = 1$ 或 $a = 0$

(3) 所有满足条件的整数 k 为 $-9, -5, -3, 1$

【解析】

【分析】(1) 先解方程组得到 x, y 的值, 计算 $|x - y|$ 判断是否等于 1 即可;

(2) 先解方程组, 用 a 表示出 x, y , 再根据“单位差”的定义得到 $|x - y| = 1$, 解方程求出 a 的值;

(3) 先解方程组, 用 k 表示出解距, 根据解距是整数且 k 是整数, 分析得到 $k + 4$ 是 5 的约数, 进而求出所有符合条件的 k .

【小问 1 详解】

略;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x - y = 5 \text{ ①} \\ ax + y = 7 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得 } (2 + a)x = 12,$$

$$\text{解得 } x = \frac{12}{a + 2},$$

$$\text{把 } x = \frac{12}{a + 2} \text{ 代入 ① 得 } y = 2x - 5 = \frac{24}{a + 2} - 5,$$

$$\therefore x - y = 5 - x = 5 - \frac{12}{a + 2},$$

$\therefore$ 方程组的解具有“单位差”,

$$\therefore \left| 5 - \frac{12}{a + 2} \right| = 1,$$

$$\text{当 } 5 - \frac{12}{a + 2} = 1 \text{ 时, 解得 } a = 1;$$

$$\text{当 } 5 - \frac{12}{a + 2} = -1 \text{ 时, 解得 } a = 0.$$

经检验 $a = 1$ 和 $a = 0$ 都符合题意,

因此 a 的值为 1 或 0;

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} kx + 2y = 3 \text{ ①} \\ 2x - y = k \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{②} \times 2 + \text{①} \text{ 得 } (k + 4)x = 2k + 3,$$

解得 $x = \frac{2k+3}{k+4}$,

把 $x = \frac{2k+3}{k+4}$ 代入②得 $y = 2x - k = \frac{6-k^2}{k+4}$,

$$\therefore x - y = \frac{2k+3 - (6-k^2)}{k+4} = \frac{k^2+2k-3}{k+4} = k - 2 + \frac{5}{k+4},$$

$$\therefore |x - y| = \left| k - 2 + \frac{5}{k+4} \right|,$$

$\therefore$ 解距 $|x - y|$ 是整数, k 是整数,

$\therefore k+4$ 是 5 的整数约数, 即 $k+4 = \pm 1, \pm 5$,

解得 $k = -3, -5, 1, -9$,

验证得所有结果都符合要求,

因此所有满足条件的整数 k 为 $-9, -5, -3, 1$.