

2025 学年第二学期六年级数学学科期终质量监测卷

(满分: 100 分 完成时间: 90 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 27 题;
2. 除第一、第二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须写出解题的主要步骤;
3. 不做特殊说明, 本卷中的 π 取 3.14.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列方程组中, 属于二元一次方程组的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x-3y=1 \\ 3y+z=6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} y=3 \\ 2x-3y=-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ \frac{2}{x}-y=-2 \end{cases}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二元一次方程组的定义判断, 二元一次方程组需满足: 共含两个未知数, 所有方程都是整式方程, 且未知数的最高次数为 1, 据此逐一判断选项即可.

【详解】解: $\because$ 二元一次方程组需满足三个条件: 方程组中共含有两个未知数; 所有方程都是整式方程; 未知数的最高次数为 1.

对选项逐一判断:

A 选项中 xy 的次数为 2, 不满足次数要求, 不是二元一次方程组, 故 A 错误;

B 选项中含有 x, y, z 三个未知数, 不满足未知数个数要求, 不是二元一次方程组, 故 B 错误;

C 选项中含有 x, y 两个未知数, 所有方程都是整式方程, 未知数最高次数为 1, 符合二元一次方程组的定义, 故 C 正确;

D 选项中 $\frac{2}{x}$ 是分式, 方程不是整式方程, 不满足要求, 不是二元一次方程组, 故 D 错误;

2. 下列事件中, 属于确定事件的是 ()

A. 小明过马路时正好遇到消防车演习

B. 367 人中至少有 2 人的生日相同

C. 明天会下雨

D. 抛掷 1 枚质地均匀的硬币 10 次, 有 5 次正面朝上

【答案】B

【解析】

【分析】先明确确定事件的定义，确定事件是一定发生或一定不发生的事件，包含必然事件和不可能事件，再逐一判断选项即可

【详解】解：根据定义，确定事件包括必然事件与不可能事件，随机事件是可能发生也可能不发生的事件，
 $\therefore$ 一年最多有 366 天，367 人中即使前 366 人生日均不重复，第 367 人的生日一定与其中 1 人生日相同，
 $\therefore$ 选项 B 是必然事件，属于确定事件；

选项 A，C，D 均为可能发生也可能不发生，属于随机事件

3. 某班开展“家庭收支记录”实践活动，统计了 5 月份家庭消费数据. 小华想要获取三类信息：①查看各类支出的具体金额；②了解各类支出占总支出的百分比；③观察整月每周消费金额的变化趋势. 要直观呈现以上信息，依次选用的统计图是（ ）

- A. 条形统计图；扇形统计图；折线统计图
- B. 折线统计图、扇形统计图、条形统计图
- C. 扇形统计图；条形统计图；折线统计图
- D. 条形统计图；折线统计图；扇形统计图

【答案】A

【解析】

【分析】根据题干需求对应选择合适的统计图，掌握三种常见统计图的作用即可解题

【详解】解： $\therefore$ 条形统计图能清楚表示每个项目的具体数量，
 $\therefore$ 查看各类支出的具体金额选用条形统计图；
 $\therefore$ 扇形统计图能清楚表示各部分占总体的百分比，
 $\therefore$ 了解各类支出占总支出的百分比选用扇形统计图；
 $\therefore$ 折线统计图能清楚反映数据的变化趋势，
 $\therefore$ 观察整月每周消费金额的变化趋势选用折线统计图；

因此依次选用的统计图是条形统计图，扇形统计图，折线统计图

4. 一个圆锥，根据下列所给条件能计算出它的侧面积的是（ ）

- ①圆锥侧面展开图的圆心角，圆锥的母线长；
- ②底面圆的面积，圆锥的母线长；
- ③圆锥侧面展开图的圆心角，底面圆的半径；
- ④圆锥侧面展开图的圆心角，底面圆的周长.

- A. ①③④
- B. ①②④
- C. ①②③
- D. ①②③④

【答案】D

【解析】

【分析】圆锥侧面积等于其侧面展开扇形的面积，只需根据已知条件推导出计算侧面积所需的量，即可判断能否计算侧面积.

【详解】解：设圆锥底面半径为 r ，母线长为 l ，侧面展开图圆心角为 n ，圆锥侧面积 $S = \pi rl$ ，且侧面展开扇形弧长等于底面周长，即 $2\pi r = \frac{n\pi l}{180}$ ，

① 已知 n 和 l ，由扇形面积公式 $S = \frac{n\pi l^2}{360}$ ，可直接计算侧面积，①符合要求；

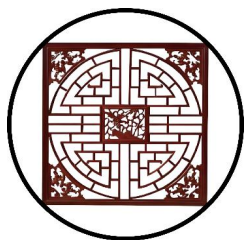
② 已知底面圆面积，由 $S_{\text{底}} = \pi r^2$ 可求出 r ，又已知 l ，代入 $S = \pi rl$ ，可计算侧面积，②符合要求；

③ 已知 n 和 r ，由 $2\pi r = \frac{n\pi l}{180}$ 可求出 l ，代入 $S = \pi rl$ 可计算侧面积，③符合要求；

④ 已知 n 和底面周长 C ，由 $C = \frac{n\pi l}{180}$ 可求出 l ，再由扇形面积公式 $S = \frac{1}{2}Cl$ 可计算侧面积，④符合要求。

因此①②③④都能计算圆锥侧面积.

5. 中国建筑中经常能见到“外圆内方”和“外方内圆”的设计，如图，在外圆内方图案中，圆与正方形面积比是（ ）



A. $\pi:2$

B. $2:\pi$

C. $4:\pi$

D. $\pi:4$

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查圆的面积公式和正方形与圆的关系. 因为正方形的对角线为直径，对角线将正方形分成两个三角形，三角形的底为直径，高为半径，假设圆的半径为 r ，三角形的面积=底 $\times$ 高 $\div 2$ ，即可算出一个三角形的面积，最后乘2可得到这个正方形的面积，根据圆的面积公式 $S = \pi r^2$ 表示出圆的面积，再根据比的意义，即可得解.

【详解】解：设圆的半径为 r ，则正方形的面积为：

$$\begin{aligned} & r \times 2r \div 2 \times 2 \\ &= 2r^2 \div 2 \times 2 \\ &= 2r^2; \end{aligned}$$

圆的面积: πr^2 ;

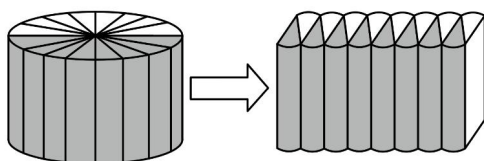
圆与正方形的面积比是:

$$\pi r^2 : 2r^2$$

$$= \pi : 2.$$

故选: A.

6. 如图所示, 把底面直径是 10cm 的圆柱切成若干偶数等份, 再拼成一个近似的长方体, 这个长方体的表面积比原来增加了 100cm^2 , 那么圆柱体的表面积是 () cm^2 . (π 取 3.14)



A. 392.5

B. 471

C. 785

D. 571

【答案】 B

【解析】

【分析】 圆柱切拼成长方体后, 表面积增加的部分为两个以圆柱半径和高为边长的长方形的面积和, 由此可求出圆柱的高, 再计算表面积.

【详解】 解: 设圆柱的高为 h , 底面半径 $r = \frac{10}{2} = 5(\text{cm})$,

切拼后增加的表面积为 $2rh = 100$,

$$\therefore 2 \times 5 \times h = 100,$$

解得 $h = 10\text{cm}$,

$$\therefore \text{圆柱的表面积} = 3.14 \times 5^2 \times 2 + 10 \times 3.14 \times 10 = 471(\text{cm}^2).$$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 如果 $3x = 5y$, 那么 $x:y =$ _____.

【答案】 5:3

【解析】

【分析】 根据比例的性质, 把所给的等式, 改写成是一个外项是 x , 一个内项是 y 的比例, 则和 x 相乘的数 3 就作为比例的另一个外项, 和 y 相乘的数 5 就作为比例的另一个内项, 据此写出比例即可.

【详解】 解: $\because 3x = 5y$,

$$\therefore x:y = 5:3.$$

8. 张老师将 100000 元存入银行, 年利率是 1.25%, 存期 3 年, 到期时, 张老师可以拿到利息_____元.

【答案】 3750

【解析】

【分析】 用本金乘以利率乘以期数进行计算即可.

【详解】 解: $100000 \times 1.25\% \times 3 = 3750$ (元) .

9. 从一个周长为 60 cm 的圆形铁丝圈上剪下圆心角为 120° 的一段弧形铁丝, 剪下部分的铁丝长_____cm .

【答案】 20

【解析】

【分析】 弧长占整个圆周长的比例等于该弧所对圆心角占周角的比例, 据此计算剪下部分弧形铁丝的长度

【详解】 解: $\because$ 整个圆周对应的圆心角为 360° , 剪下的弧形所对圆心角为 120° , 原圆周长为 60cm ,

$\therefore$ 剪下部分铁丝长为: $60 \times \frac{120}{360} = 20$ (cm)

10. 小军和姐姐用抛掷骰子的方法决定谁打扫房间, 姐姐规定, 掷到素数姐姐打扫, 否则小军打扫. 你觉得姐姐的规定对小军_____. (填“公平”或“不公平”)

【答案】 公平

【解析】

【分析】 根据概率公式计算双方获胜的概率, 比较概率是否相等即可得出结论.

【详解】 解: 抛掷骰子, 共有 1, 2, 3, 4, 5, 6 这 6 种等可能的结果,

其中素数为 2, 3, 5, 共 3 种结果,

因此姐姐打扫的概率为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

不是素数的结果为 1, 4, 6, 共 3 种结果,

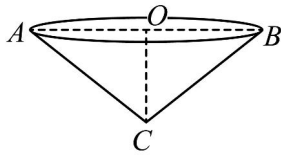
因此小军打扫的概率为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$,

双方概率相等, 因此规定对小军公平.

11. 草锅盖是一种传统草编工艺品 (如图①), 某兴趣小组根据草锅盖的特征制作了一个圆锥模型 (如图②), 并用测量工具测量出该模型底面圆的半径 OB 为 4cm, 母线 BC 为 5cm, 则该模型的侧面积为_____ cm^2 .



图①



图②

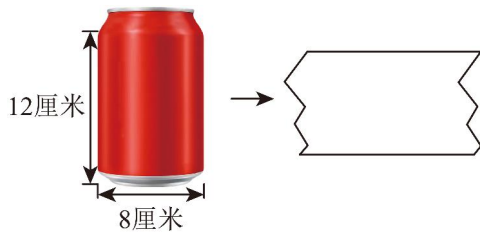
【答案】 62.8

【解析】

【分析】 根据圆锥的侧面积公式进行求解即可.

【详解】 解: 由题意, 该模型的侧面积为 $3.14 \times 4 \times 5 = 62.8 \text{ cm}^2$.

12. 小华在小区超市买了一听可乐, 随手撕下包装纸, 得到一个不规则的图形 (如图所示), 这个包装纸的面积是_____ cm^2 .



【答案】 301.44

【解析】

【详解】 解: 这个包装纸的面积是 $8\pi \times 12 = 96\pi \approx 301.44 (\text{cm}^2)$.

13. 《张丘建算经》由北魏数学家张丘建所著, 其中有这样一个问题: “今有客不知其数. 两人共盘, 少两盘; 三人共盘, 长三盘. 问客及盘各几何?” 题目大意为: 现有若干名客人. 若 2 个人共用 1 个盘子, 则少 2 个盘子; 若 3 个人共用 1 个盘子, 则多出来 3 个盘子. 问客人和盘子各有多少? 设客人有 x 人, 盘子有 y 个, 根据题意列出方程组_____.

【答案】
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 根据题意找出等量关系: 若 2 个人共用 1 个盘子, 则少 2 个盘子; 若 3 个人共用 1 个盘子, 则多出来 3 个盘子即可列出方程组.

【详解】 解: 设客人有 x 人, 盘子有 y 个,

$\because$ 2 个人共用 1 个盘子, 则少 2 个盘子, 可得方程 $\frac{x}{2} = y + 2$, 即 $y = \frac{1}{2}x - 2$

3 个人共用 1 个盘子，则多出来 3 个盘子，可得方程 $\frac{x}{3} = y - 3$ ，即 $y = \frac{1}{3}x + 3$

$$\therefore \text{可列方程组} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = \frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$$

14. 一个圆锥的底面半径为 10 dm，母线长 25 dm，这个圆锥侧面展开图的圆心角为_____°.

【答案】 144

【解析】

【分析】圆锥侧面展开图为扇形，扇形的弧长等于圆锥底面周长，扇形的半径等于圆锥的母线长，利用弧长公式列方程求解即可.

【详解】解：设这个圆锥侧面展开图的圆心角是 n° ，

$$\text{由题意得：} \frac{n\pi \times 25}{180} = 2\pi \times 10,$$

$$\text{解得：} n = 144.$$

15. 两个等高的圆柱和圆锥，圆柱与圆锥底面半径之比是 3:1，则圆柱和圆锥体积比为_____.

【答案】 27:1

【解析】

【分析】设出圆柱和圆锥的公共高以及两个底面半径，再利用圆柱和圆锥的体积公式分别表示出两者体积，再计算体积比即可.

【详解】解：设圆柱和圆锥的高都为 h ，圆柱底面半径为 $3k$ ，圆锥底面半径为 k .

$$\text{圆柱体积公式为 } V_{\text{圆柱}} = \text{底面积} \times \text{高}，\text{ 因此 } V_{\text{圆柱}} = \pi(3k)^2 \cdot h = 9\pi k^2 h$$

$$\text{圆锥体积公式为 } V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}，\text{ 因此 } V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \pi k^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi k^2 h$$

$$\text{则体积比为 } V_{\text{圆柱}} : V_{\text{圆锥}} = 9\pi k^2 h : \frac{1}{3} \pi k^2 h = 27:1.$$

16. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + y = 5 + 2m \\ x + 3y = 1 \end{cases}$ 的解满足 $x - y = 3$ ，则 $m =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】将方程组中两个方程相减整理得到 $x - y$ 关于 m 的表达式，再结合已知条件列方程求解 m 即可.

$$\text{【详解】解：} \begin{cases} 3x + y = 5 + 2m \text{①} \\ x + 3y = 1 \text{②} \end{cases},$$

①-②得: $2x-2y=4+2m$,

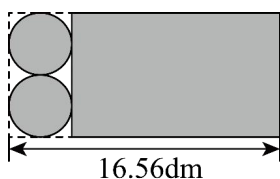
$\therefore x-y=2+m$,

$\because x-y=3$,

$\therefore 2+m=3$,

解得 $m=1$.

17. 用如图所示的 3 块铁皮做成一个油桶, 那么做好的油桶体积是_____ dm^3 .



【答案】 100.48

【解析】

【分析】 根据题图, 可知一个底面圆直径加底面圆周长等于 16.56dm , 即 $d+d\pi=16.56$, 用 16.56 除以 $(1+\pi)$, 即可求出底面圆的直径; 由图可知, 圆柱的高是底面直径的 2 倍, 用底面直径乘 2 即可求出圆柱的高; 根据圆柱的体积公式 $V=\pi r^2 h$, 代入数据计算即可求出油桶的体积.

【详解】 解: 底面圆的直径: $16.56 \div (1+3.14) = 4(\text{dm})$,

圆柱的高: $4 \times 2 = 8(\text{dm})$

油桶的体积: $3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 8 = 100.48(\text{dm}^3)$.

18. 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ (其中 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 是常数), 给出如下定

义: 若该方程组的解满足 $|x+y|=1$, 则称这个方程组为“弦和”方程组. 对于任意不等于 0 的数 n , 关于 x ,

y 的方程组 $\begin{cases} 3anx+(b-2)y=n \\ x-y=3 \end{cases}$ 都是“弦和”方程组, 则 ab 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 根据“弦和”方程组的定义得到 $\begin{cases} |x+y|=1 \\ x-y=3 \end{cases}$, 分两种情况解方程组得到两组 x, y 的值, 分别代入

第一个方程，根据对任意不等于0的 n 等式恒成立，求解 a, b 的值，再计算得到 ab 的值.

【详解】解：∵“弦和”方程组的解满足 $|x+y|=1$ ，

$$\therefore \begin{cases} |x+y|=1 \\ x-y=3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$$\text{解} \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases},$$

两式相加得 $2x=4$,

解得 $x=2$,

$$\text{代入 } x-y=3 \text{ 得 } y=-1, \text{ 即 } \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases};$$

$$\text{解} \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases},$$

两式相加得 $2x=2$,

$$\text{解得 } x=1, \text{ 代入 } x-y=3 \text{ 得 } y=-2, \text{ 即 } \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases};$$

$$\text{把 } \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \text{ 代入 } 3anx+(b-2)y=n \text{ 得 } 6an-(b-2)=n,$$

$$\text{整理得 } (6a-1)n-b+2=0$$

∵对任意不等于0的数 n ，方程组都是“弦和”方程组，

$$\therefore \begin{cases} 6a-1=0 \\ -b+2=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ b=2 \end{cases},$$

$$\text{此时 } ab=\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3};$$

$$\text{把 } \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \text{ 代入 } 3anx+(b-2)y=n \text{ 得 } 3an-2(b-2)=n,$$

$$\text{整理得 } (3a-1)n-2b+4=0$$

∵对任意不等于0的数 n ，方程组都是“弦和”方程组，

$$\therefore \begin{cases} 3a-1=0 \\ -2b+4=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{3}, \\ b=2 \end{cases}$$

$$\text{此时 } ab = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3};$$

综上所述, ab 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 5 分, 共 20 分)

19. 求比例中 x 的值: $75\% : x = 1\frac{2}{3} : 3\frac{3}{4}$.

【答案】 x 的值为 $\frac{27}{16}$

【解析】

【详解】 解: $75\% : x = 1\frac{2}{3} : 3\frac{3}{4}$,

$$\therefore 1\frac{2}{3} \cdot x = 75\% \times 3\frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{5}{3}x = \frac{3}{4} \times \frac{15}{4},$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \times \frac{15}{4} \times \frac{3}{5},$$

$$\text{解得: } x = \frac{27}{16},$$

$$\therefore x \text{ 的值为 } \frac{27}{16}.$$

20. 已知 $a:b = \frac{1}{4} : \frac{1}{3}$, $5c = 6b$, 求 $a:b:c$. (结果写成最简整数比)

【答案】 $a:b:c = 15:20:24$

【解析】

【详解】 解: $\because 5c = 6b$,

$$\therefore b:c = 5:6 = 20:24,$$

$$\therefore a:b = \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3:4 = 15:20,$$

$$\therefore a:b:c = 15:20:24.$$

$$21. \text{解方程组} \begin{cases} x-5y=-11 \\ 5x+y=-3 \end{cases}.$$

【答案】 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

【解析】

【详解】解： $\begin{cases} x - 5y = -11 \text{①} \\ 5x + y = -3 \text{②} \end{cases}$

② $\times$ 5+①，得 $26x = -26$ ，

解得 $x = -1$ ，

把 $x = -1$ 代入②，得 $-5 + y = -3$ ，

解得 $y = 2$ ，

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$.

22. 解方程组 $\begin{cases} x - y + z = 7 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 2x - 2y + z = 6 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 8 \end{cases}$

【解析】

【详解】解： $\begin{cases} x - y + z = 7 \text{①} \\ 3x + 2y - z = 4 \text{②} \\ 2x - 2y + z = 6 \text{③} \end{cases}$

②+③，得 $5x = 10$ ，解得 $x = 2$

把 $x = 2$ 分别代入①和②，得 $\begin{cases} -y + z = 5 \text{④} \\ 2y - z = -2 \text{⑤} \end{cases}$

④+⑤，得 $y = 3$ ；

把 $y = 3$ 代入④，得 $z = 8$ ；

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 8 \end{cases}$.

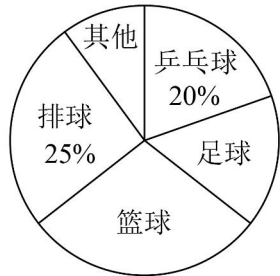
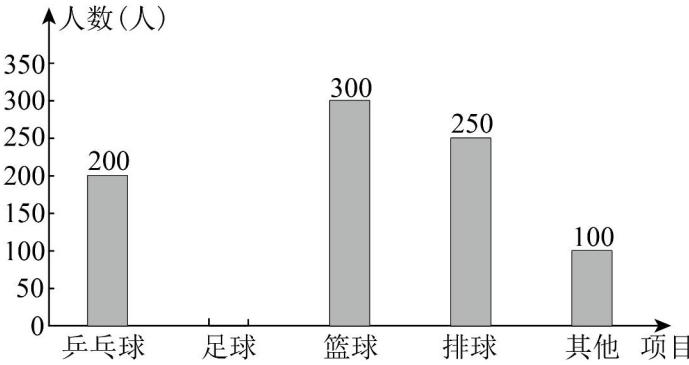
四、解答题（本大题共 5 题，第 23–25 每题 6 分，第 26 题每题 8 分，第 27 题 12 分，共 38

分)

23. 某中学开展春季“阳光体育活动”，拟开设以下五个项目：乒乓球、足球、篮球、排球、其他. 要求每位学生选择其中一个项目参加. 体育老师用两种不完整的统计图表示出学生参加各项球类运动的情况：

某中学学生参加各项球类运动情况条形统计图

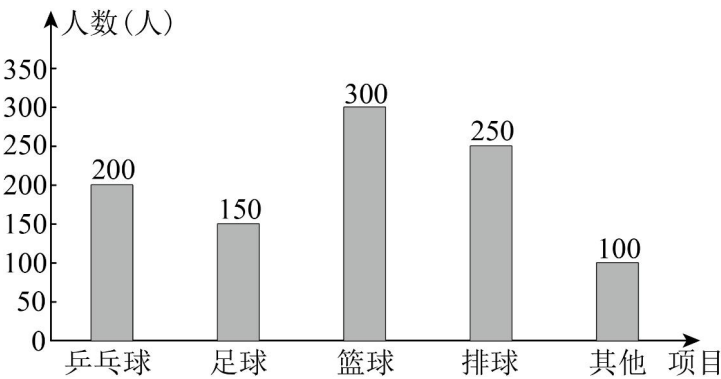
某中学学生参加各项球类运动情况扇形统计图



请根据图中提供的信息，回答下列问题：

- (1) 该校共有学生_____人，将条形统计图补充完整.
- (2) 表示参加“篮球”运动的扇形的圆心角度数为_____度.
- (3) 参加“排球”运动的人比参加“乒乓球”运动的人多百分之几？

【答案】 (1) 1000，补充条形统计图如图，



(2) 108 (3) 25%

【解析】

【分析】 (1) 用参加“乒乓球”运动的人数除以占比即可求出该校的学生数；然后减去参加其他运动的人数，求出参加“足球”运动的人数，然后补全统计图即可；

(2) 用 360° 乘以参加“篮球”运动的占比即可求出扇形的圆心角度数；

(3) 用参加“排球”运动的人数减去参加“乒乓球”运动的人数，然后除以参加“乒乓球”运动的人数即可求解.

【小问1详解】

解： $200 \div 20\% = 1000$ (人)，

$\therefore$ 该校共有学生 1000 人；

参加“足球”运动的人数为 $1000 - 200 - 300 - 250 - 100 = 150$ (人)

补充条形统计图略;

【小问 2 详解】

解: 表示参加“篮球”运动的扇形的圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{300}{1000} = 108^\circ$;

【小问 3 详解】

解: $(250 - 200) \div 200 \times 100\% = 25\%$

$\therefore$ 参加“排球”运动的人比参加“乒乓球”运动的人多 25%;

24. 某中学开展校园艺术节, 参加音乐剧表演的人数与参加大合唱的人数比是 5:7. 现因音乐剧表演的剧本修改, 需要再增加几位演员, 如果从参加大合唱的学生中调 8 人过去, 那么两支队伍的人数比是 11:9. 如果每人只能参加一个节目, 那么这次参加音乐剧表演和大合唱的学生共有多少人?

【答案】这次参加音乐剧表演和大合唱的学生共有 60 人

【解析】

【分析】设参加音乐剧表演的学生有 $5x$ 人, 参加大合唱的学生有 $7x$ 人, 根据题意列方程求解即可.

【详解】解: 设参加音乐剧表演的学生有 $5x$ 人, 参加大合唱的学生有 $7x$ 人,

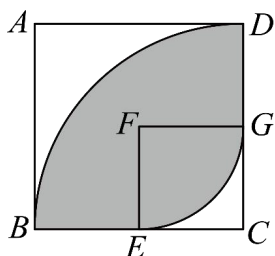
根据题意得 $(5x + 8) : (7x - 8) = 11 : 9$,

解得: $x = 5$,

$\therefore 5x + 7x = 12x = 12 \times 5 = 60$ (人),

答: 这次参加音乐剧表演和大合唱的学生共有 60 人.

25. 如图所示, 大正方形 $ABCD$ 的边长为 4cm , 小正方形 $ECGF$ 的边长为 2cm , 扇形 BCD 、扇形 EFG 的圆心分别为点 C 和点 F , 半径分别为 4cm 和 2cm , 点 E 、点 G 分别在边 BC 和 CD 上. 求阴影部分的周长和面积. (结果保留 π)



【答案】阴影部分周长为 $(3\pi + 4)\text{cm}$, 阴影部分的面积 $(5\pi - 4)\text{cm}^2$

【解析】

【分析】用两段弧长加上 BE, DG 的长即可求出周长，用扇形 BCD 的面积减去小正方形与扇形 EFG 的差值求出阴影部分的面积即可。

【详解】解：由题意，弧 BD 的长： $\frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi$ ，

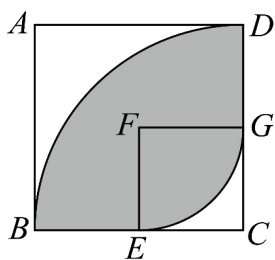
弧 EG 的长： $\frac{90\pi \times 2}{180} = \pi$ ，

$\therefore$ 阴影部分周长为： $2\pi + \pi + 2 \times (4 - 2) = (3\pi + 4)\text{cm}$ ；

扇形 BCD 的面积： $\frac{90\pi \times 4^2}{360} = 4\pi$ ，

扇形 EFG 的面积： $\frac{90\pi \times 2^2}{360} = \pi$ ，

$\therefore$ 阴影部分的面积： $4\pi - (2 \times 2 - \pi) = (5\pi - 4)\text{cm}^2$ 。



26. 某水果店 4 月份购进苹果、橙子两种水果共花费 1100 元，其中苹果 2 元/千克，橙子 8 元/千克，全部售完；5 月份，苹果的进价上调为 4 元/千克，橙子 10 元/千克。该店 5 月份购进这两种水果的数量与 4 月份相同，却多花费 500 元。

(1) 问该店 4 月份分别购进苹果、橙子两种水果多少千克？

(2) 该店 5 月份苹果的售价为 6 元/千克，橙子的售价为 16 元/千克，在 5 月份购进的苹果出售一半、橙子全部售完后，商店决定对苹果打折处理，在售完 5 月份购进的全部水果后，5 月份获得的总利润为 810 元，问剩余苹果打几折销售？

【答案】(1) 该店 4 月份购进苹果 150 千克，橙子 100 千克

(2) 剩余苹果打八折

【解析】

【分析】(1) 设该店 4 月份购进苹果 x 千克，橙子 y 千克，根据题意列出二元一次方程组，据此求解即可；

(2) 设剩余苹果打 m 折，根据题意列出一元一次方程，据此求解即可。

【小问 1 详解】

解：设该店 4 月份购进苹果 x 千克，橙子 y 千克，

根据题意得,
$$\begin{cases} 2x+8y=1100 \\ 4x+10y=1100+500 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x=150 \\ y=100 \end{cases},$$

答：该店 4 月份购进苹果 150 千克，橙子 100 千克；

【小问 2 详解】

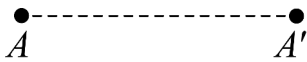
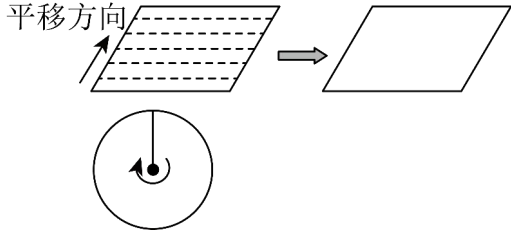
解：设剩余苹果打 m 折.

根据题意得, $(6-4)\times\frac{150}{2}+100\times(16-10)+\left(6\times\frac{m}{10}-4\right)\times\frac{150}{2}=810\ ,$

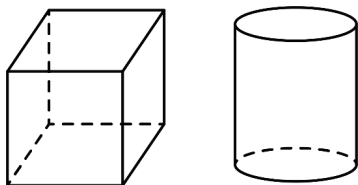
解得 $m=8,$

答：剩余苹果打八折.

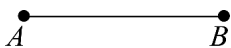
27. 阅读材料：点、线、面经过运动变化，就能组合成各种各样的几何图形、形成多姿多彩的图形世界．(本题结果保留 π)

点动成线：一个点经过运动可以形成线.	
线动成面：一条线经过平移或旋转可以形成平面图形．例如，一条线段通过平移可形成平行四边形，通过旋转可形成圆．	

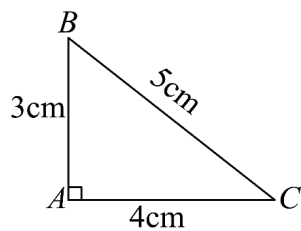
面动成体：一个平面图形经过平移或旋转可以形成立体图形。例如，将长方形作为底面，向上平移可以得到长方体；绕着一边所在直线旋转可以形成圆柱。



- (1) 将一条长 4cm 的线段 AB 绕端点 A 逆时针旋转 60° ，所形成平面图形的面积为_____ cm^2 。



- (2) 直角三角形 ABC 中，两条直角边 AB 、 AC 分别为 3cm 、 4cm ，斜边 BC 为 5cm ，将这个直角三角形绕着它的边所在直线旋转一周，求所形成的几何体的体积。



- (3) 小华发现一个如图 1 所示的饮料容器也可以用一个平面几何图形绕着某条直线旋转一周得到。已知上方圆锥的底面半径为 1cm ，高为 2cm ，下方圆柱底面半径为 1.5cm ，高为 2cm ，如图 1。请帮小华画出所用的平面几何图形和其所绕的直线。

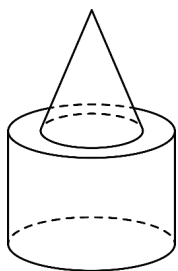


图1

(4) 小明想知道如图 2 所示的饮料瓶子的容积，他做了以下实验：如图 3，在瓶子里倒入一些饮料，当瓶子正放时，液面的高度为 24cm ；如图 4，当瓶子倒放时，液面的高度为 28cm ；然后将一部分饮料倒满一杯 160ml 的杯子，瓶内剩余的饮料高 16cm ，如图 5。求该瓶子的容积。

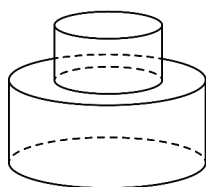


图2

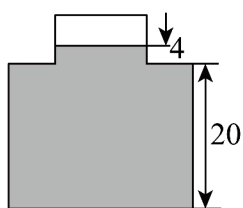


图3

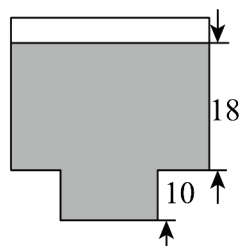


图4

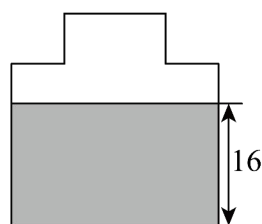
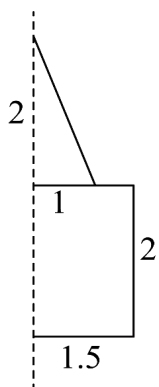


图5

【答案】(1) $\frac{8\pi}{3}$

(2) 所形成的几何体的体积为 $16\pi\text{cm}^3$ 或 $12\pi\text{cm}^3$ 或 $9.6\pi\text{cm}^3$ ；

(3) 所用的平面几何图形和其所绕的直线如图：



(4) 该瓶子的容积为 700cm^3

【解析】

【分析】(1) 利用扇形面积公式求解即可；

(2) 分三种情况讨论，求解即可；

(3) 根据面动成体画出图形即可；

(4) 设大圆柱的底面积为 S ，小圆柱的底面积为 S_1 ，饮料体积为 V ，根据题意求得 $S = 3S_1$ ， $S + S_1 = 40$ ，得到 $S_1 = 10$ ， $S = 30$ ，据此求解即可。

【小问 1 详解】

解：由题意得旋转所形成平面图形是一个圆心角为 60° ，半径为 4cm 的扇形，

$$\therefore \text{形成平面图形的面积为 } S = \frac{60\pi \times 4^2}{360} = \frac{8\pi}{3} (\text{cm}^2);$$

【小问 2 详解】

解：①绕 $AB = 3\text{cm}$ 旋转：底面半径 $r = AC = 4\text{cm}$ ，高 $h = 3\text{cm}$ ，

$$\therefore V_1 = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi (\text{cm}^3);$$

②绕 $AC = 4\text{cm}$ 旋转：底面半径 $r = AB = 3\text{cm}$ ，高 $h = 4\text{cm}$ ，

$$\therefore V_2 = \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi (\text{cm}^3);$$

③绕斜边 $BC = 5\text{cm}$ 旋转：

$$\text{先求斜边上的高 } h_0: S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times h_0,$$

$$h_0 = 2.4\text{cm},$$

形成两个同底圆锥，底面半径 $r = 2.4\text{cm}$ ，总高 $h = 5\text{cm}$ ，

$$\therefore V_3 = \frac{1}{3} \pi \times 2.4^2 \times 5 = 9.6\pi (\text{cm}^3);$$

综上：所形成的几何体的体积为 $16\pi\text{cm}^3$ 或 $12\pi\text{cm}^3$ 或 $9.6\pi\text{cm}^3$ ；

【小问 3 详解】

略

【小问 4 详解】

解：设大圆柱的底面积为 S ，小圆柱的底面积为 S_1 ，饮料体积为 V ，

$$\text{由图 3 得， } V = 20S + 4S_1,$$

$$\text{由图 4 得， } V = 18S + 10S_1,$$

$$\therefore 20S + 4S_1 = 18S + 10S_1, \text{ 整理得 } S = 3S_1,$$

$$\text{由图 5 得， } V - 160 = 16S,$$

$$\text{将① } V = 20S + 4S_1 \text{ 代入 } V - 160 = 16S, \text{ 得 } 20S + 4S_1 - 160 = 16S,$$

$$\text{整理得 } S + S_1 = 40, \text{ 即 } 3S_1 + S_1 = 40,$$

解得 $S_1 = 10$, $S = 30$,

$\therefore$ 该瓶子的容积 $= 20S + 10S_1 = 20 \times 30 + 10 \times 10 = 700 \text{ (cm}^3\text{)}$.