

# 2025 学年第二学期期中学情调研

## 预备数学试卷

(考试时间 90 分钟，满分 100 分)

2026.04

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 25 题；
2. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出步骤；

### 一、选择题（本大题共 8 题，每题 3 分，满分 24 分）

1. 下列各个比的比值计算正确的是（ ）

A.  $12:10=1.2$

B.  $1.5:0.5=5$

C.  $60:36=\frac{5}{4}$

D.  $40\text{ cm}:8\text{ mm}=5$

【答案】A

【解析】

【分析】利用“比值=比的前项÷后项”计算，带单位的比需先统一单位，再逐一验证即可得到结果.

【详解】解：选项 A： $12:10=12\div10=1.2$ ，计算正确；

选项 B： $1.5:0.5=1.5\div0.5=3\neq5$ ，计算错误；

选项 C： $60:36=60\div36=\frac{5}{3}\neq\frac{5}{4}$ ，计算错误；

选项 D：统一单位得  $40\text{cm}=400\text{mm}$ ， $400\text{mm}:8\text{mm}=400\div8=50\neq5$ ，计算错误.

2. 下列关于圆周率说法正确的是（ ）

A. 圆的周长与它的直径的比值

B. 圆的周长与它的半径的比值

C. 圆的面积与它的直径的比值

D. 圆的面积与它的半径的比值

【答案】A

【解析】

【详解】解：∵圆周率的定义为圆的周长与它的直径的比值，圆周长公式为  $C=\pi d=2\pi r$ ，圆面积公式为

$$S=\pi r^2,$$

∴A 选项符合定义；

B 选项周长与半径的比值为  $2\pi$ ，不是圆周率；

C、D 选项分别为面积与直径、半径的比值，均不符合圆周率定义.

3. 如果  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  都不为 0 并且  $ad = bc$ ，那么下列正确的是 ( )

- A.  $\frac{c}{a} = \frac{b}{d}$                       B.  $\frac{d}{a} = \frac{b}{c}$                       C.  $\frac{c}{b} = \frac{a}{d}$                       D.  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用比例两内项之积等于两外项之积，将选项的比例式转化为乘积式，和已知  $ad = bc$  对比即可得到结果.

【详解】解：选项 A：由  $\frac{c}{a} = \frac{b}{d}$  可得  $cd = ab$ ，与已知  $ad = bc$  不符，错误；

选项 B：由  $\frac{d}{a} = \frac{b}{c}$  可得  $cd = ab$ ，与已知  $ad = bc$  不符，错误；

选项 C：由  $\frac{c}{b} = \frac{a}{d}$  可得  $cd = ab$ ，与已知  $ad = bc$  不符，错误；

选项 D：由  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  可得  $ad = bc$ ，与已知条件一致，正确.

4. 已知 6 是 3 和  $x$  的比例中项，那么  $x$  的值是 ( )

- A. 2                                      B. 12                                      C.  $\frac{3}{2}$                                       D. 18

【答案】B

【解析】

【分析】根据定义列出等式，计算求解即可得到结果.

【详解】 $\because$  6 是 3 和  $x$  的比例中项，

根据比例中项的定义得  $6^2 = 3x$ ，

即  $36 = 3x$ ，

解得  $x = 12$  .

5. 据某网站统计，乐高乐园带动周边文旅，“线上酒店预订量环比超 3.5 倍，民宿预订数量增加六成” . 把划横线的两个数据都写成百分数形式，正确的是 ( )

- A. 35%, 60%                      B. 20%, 6%                      C. 350%, 60%                      D. 350%, 6%

【答案】C

【解析】

【分析】只需将题干中的两个数据按转化规则化为百分数，再匹配选项即可.

【详解】解： $\because$  小数化为百分数，将小数乘以 100% 即可，

$\therefore 3.5 = 3.5 \times 100\% = 350\%$ ；

又 $\because$ 几成就是百分之几十，六成表示十分之六，即百分之六十，

$\therefore$ 六成 = 60%；

因此两个数据化为百分数是 350%，60%.

6. 某企业主要产品的生产成本是 20 万元/吨，经过技术创新后成本降为  $a$  万元/吨. 该企业称产品的成本降低了 50%，那么  $a$  的值为 ( )

A. 10

B. 5

C. 15

D. 30

【答案】A

【解析】

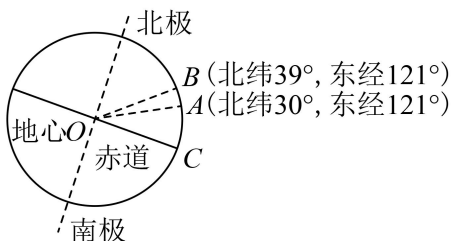
【分析】根据降低的百分比计算出现在的成本即可得到  $a$  的值.

【详解】解： $\because$ 原生产成本为 20 万元/吨，成本降低了 50%，

$\therefore$ 现在的成本  $a$  是原成本的  $(1-50\%)$

$\therefore a = 20 \times (1-50\%) = 20 \times 50\% = 10$ .

7. 如图，上海市某处  $A$  位于北纬  $30^\circ$  (即  $\angle AOC = 30^\circ$ )，东经  $121^\circ$ ，大连市某处  $B$  位于北纬  $39^\circ$  (即  $\angle BOC = 39^\circ$ )，东经  $121^\circ$ . 设地球的半径约为  $R$  千米，则在东经  $121^\circ$  所在经线圈上的点  $A$  和点  $B$  之间的劣弧长约为 ( ) 千米



A.  $\frac{\pi R}{6}$

B.  $\frac{13\pi R}{60}$

C.  $\frac{\pi R}{20}$

D.  $\frac{23\pi R}{60}$

【答案】C

【解析】

【分析】圆心角为两地的纬度差，再由弧长公式计算即可.

【详解】解：点  $A$  和点  $B$  之间的劣弧长约为  $\frac{(39-30)\pi R}{180} = \frac{9\pi R}{180} = \frac{\pi R}{20}$  (千米).

8. 有甲、乙两家汽车销售公司，甲公司“五一黄金周”销售了 24 辆 A 型汽车，\_\_\_\_\_，问乙公司“五一黄金周”销售了 A 型汽车多少辆？如果设乙公司销售了 A 型汽车  $x$  辆，解决这个问题列出的方程为“ $x + 20\%x = 24$ ”，则横线上的信息是 ( )

- A. 甲公司销售 A 型汽车的数量比乙公司减少 20%  
B. 甲公司销售 A 型汽车的数量比乙公司增加 20%  
C. 乙公司销售 A 型汽车的数量比甲公司减少 20%  
D. 乙公司销售 A 型汽车的数量比甲公司增加 20%

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题已知乙公司销量为  $x$ ，根据给出的方程整理变形，结合百分数应用题的数量关系，即可判断横线上的条件.

【详解】 解：  $\because$  设乙公司销售 A 型汽车  $x$  辆，给出方程为  $x + 20\%x = 24$ ，

整理方程得  $(1 + 20\%)x = 24$ ，

该式表示甲公司销量 = 乙公司销量 + 乙公司销量的 20%，

$\therefore$  甲公司销售 A 型汽车的数量比乙公司增加 20%.

## 二、填空题（本大题共 10 题，每题 3 分，满分 30 分）

9. 将小数化成百分数：  $0.25 =$  \_\_\_\_\_.

【答案】 25%

【解析】

【分析】 根据小数化百分数的法则进行计算即可.

【详解】 解：  $0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$ .

10. 用圆规画一个直径是 4cm 的圆，圆规两脚之间的距离为\_\_\_\_\_ cm.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆的基本性质，圆规两脚间的距离即为圆的半径，根据圆的半径等于圆的直径的一半可得答案.

【详解】 解： 因为要画一个直径为 4cm 的圆，

所以所画圆的半径为  $4 \div 2 = 2$  (cm)

所以圆规两脚之间的距离为 2cm .

故答案为： 2.

11.  $\frac{21}{35} = \frac{(\quad)}{5}$ . 括号内填\_\_\_\_\_.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据比的基本性质，进行求解即可.

【详解】 解:  $\frac{21}{35} = \frac{21 \div 7}{35 \div 7} = \frac{3}{5}$ .

12. 已知某商品每件标价为 100 元，按照标价的 8 折出售，那么每件商品的售价是\_\_\_\_\_元.

【答案】 80

【解析】

【详解】 解: 由题意得，8 折指售价为标价的 80%，  
则每件商品的售价是  $100 \times 80\% = 80$  (元).

13. 在比例尺为 1:500000000 的地图上，测量甲地到乙地的距离是 2.4 cm，甲乙两地的实际距离是\_\_\_\_\_千米.

【答案】 12000

【解析】

【分析】 根据比例尺的定义，比例尺等于图上距离与实际距离的比，因此实际距离等于图上距离除以比例尺，计算后统一单位为千米即可.

【详解】 解: 设甲乙两地的实际距离为  $x$  cm，  
根据比例尺的定义得:  $\frac{1}{500000000} = \frac{2.4}{x}$ ，  
解得， $x = 2.4 \times 500000000 = 1200000000$ .

$\because 1 \text{ km} = 10^5 \text{ cm}$ ,

$\therefore 1200000000 \div 10^5 = 12000 (\text{km})$ ,

即甲乙两地的实际距离为 12000 千米.

14. 某天，六年级 (1) 班有 47 人到校上课，另有 3 人请假. 那么这天六年级 (1) 班学生的出勤率是\_\_\_\_\_.

【答案】 94%

【解析】

【分析】 出勤率等于出勤人数除以班级总人数再乘 100%.

【详解】 解: 六年级 (1) 班总人数为  $47 + 3 = 50$  人，  
这天的出勤率为  $\frac{47}{50} \times 100\% = 94\%$ .

15. 已知一条弧所对的圆心角是  $36^\circ$ ，那么这条弧长与这条弧所在圆的周长之比是\_\_\_\_\_.

【答案】

$$\frac{1}{10} \approx 0.1$$

【解析】

【分析】根据弧长公式与圆的周长公式可得，弧长与所在圆周长之比等于弧所对圆心角的度数与周角度数的比，计算即可得到结果.

【详解】解：由题意得，这条弧长与这条弧所在圆的周长之比为  $\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$ .

16. 如果小海半小时可以打字 1200 个，那么他用同样的速度 12 分钟可以打字\_\_\_\_\_个.

【答案】 480

【解析】

【分析】先将半小时换算为分钟单位，求出小海每分钟的打字工作效率，再根据工作量 = 工作效率 × 工作时间，计算得到 12 分钟的打字个数.

【详解】解：半小时 = 30 分钟，

小海每分钟打字个数为：  $\frac{1200}{30} = 40$  (个)，

则 12 分钟打字个数为：  $40 \times 12 = 480$  (个) .

17. 用一根长 20 厘米的细铁丝为材料，制作 2 个同样大小的圆环（不计接口处损耗），结果还余下 1.16 厘米的铁丝. 那么制成的圆环的半径是\_\_\_\_\_厘米 ( $\pi$  取 3.14).

【答案】  $1.5\frac{1}{2}$

【解析】

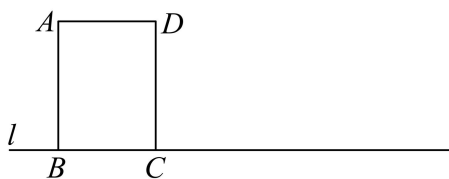
【分析】先根据铁丝总长度与剩余长度求出 2 个圆环的总周长，再计算单个圆环的周长，最后利用圆的周长公式求解圆环半径.

【详解】首先计算制作 2 个圆环所用铁丝的长度：  $20 - 1.16 = 18.84$  (厘米)

计算单个圆环的周长：  $18.84 \div 2 = 9.42$  (厘米)

设圆环的半径为  $r$ ，根据圆的周长公式  $C = 2\pi r$ ，代入数据得：  $r = \frac{C}{2\pi} = \frac{9.42}{2 \times 3.14} = 1.5$  (厘米).

18. 如图，一个长  $AB = 8$ 、宽  $BC = 6$ 、对角线  $AC = BD = 10$  的长方形  $ABCD$ ，将它沿直线  $l$  作顺时针方向的滚动. 当点  $A$  第一次落在直线  $l$  上时，那么线段  $AD$  扫过区域的面积是\_\_\_\_\_。（结果保留  $\pi$ ）.

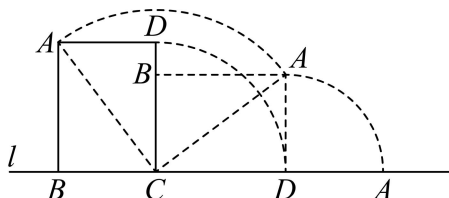


【答案】  $18\pi$

【解析】

【分析】 根据题意画出图形，两次旋转以后点  $A$  第一次落在直线  $l$  上，结合图形分别求出两次旋转过程中线段  $AD$  扫过区域的面积，最后求和即可.

【详解】 在长方形  $ABCD$  中，  $AB = CD = 8$ ，  $BC = AD = 6$ ，  $\angle ADC = 90^\circ$ . 由已知条件得  $AC = 10$ ，  
如图：



第一次旋转：以点  $C$  为旋转中心，顺时针旋转  $90^\circ$ ，

因为  $\angle ADC = 90^\circ$ ，即  $CD \perp AD$ ，

所以线段  $AD$  扫过的面积等于以  $C$  为圆心，  $AC$  为半径的扇形面积减去以  $C$  为圆心，  $CD$  为半径的扇形面积，

$$\text{此时面积 } S_1 = \frac{90 \cdot \pi \cdot 10^2}{360} - \frac{90 \cdot \pi \cdot 8^2}{360} = \frac{1}{4} \pi (100 - 64) = 9\pi,$$

第二次旋转：以点  $D$  为旋转中心，顺时针旋转  $90^\circ$ ，

此时线段  $AD$  绕点  $D$  旋转，扫过的区域是以  $D$  为圆心，  $AD$  为半径，圆心角为  $90^\circ$  的扇形，其面积

$$S_2 = \frac{90 \cdot \pi \cdot 6^2}{360} = \frac{1}{4} \pi \cdot 36 = 9\pi,$$

所以线段  $AD$  扫过区域的总面积  $S = S_1 + S_2 = 9\pi + 9\pi = 18\pi$ .

### 三、解答题（本大题共 7 题，满分 46 分）

19. 求下列各式中  $x$  的值

(1)  $x : (500 - x) = 1 : 4$

(2)  $\frac{0.75}{1.5} = \frac{x}{6}$

【答案】 (1)  $x = 100$

(2)  $x = 3$

【解析】

【小问 1 详解】

$$\therefore x:(500-x)=1:4,$$

$$\therefore (500-x) \cdot 1 = 4x, \text{ 即 } 5x = 500,$$

解得  $x = 100$ .

【小问 2 详解】

$$\therefore \frac{0.75}{1.5} = \frac{x}{6},$$

$$\therefore 0.75 \times 6 = 1.5x, \text{ 即 } 1.5x = 4.5,$$

解得  $x = 3$ .

$$20. \text{ 已知 } \frac{4}{5}x = 0.5y, \quad 1.2z = 0.5y$$

(1) 求  $x:y$  与  $y:z$ ;

(2) 求  $x:y:z$ .

【答案】(1)  $x:y=5:8$ ,  $y:z=12:5$

(2)  $x:y:z=15:24:10$

【解析】

【分析】(1) 先根据等式的性质, 得出  $8x=5y$ ,  $12z=5y$ , 再根据比例的基本性质, 即可解答;

(2) 先统一中间量  $y$  的份数, 将两个比例中  $y$  的份数都化为 24, 再求连比即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \therefore \frac{4}{5}x = 0.5y, \quad 1.2z = 0.5y,$$

$$\therefore 8x = 5y, \quad 12z = 5y,$$

$$\therefore x:y=5:8, \quad y:z=12:5.$$

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 可知,  $x:y=5:8$ ,  $y:z=12:5$ ,

$$\therefore x:y=15:24, \quad y:z=24:10,$$

$$\therefore x:y:z=15:24:10.$$

21. 小海的爸爸存入 100000 元准备三年后取出. 如果小海的爸爸选择定期存款三年, 年利率为 1.25% (按单利计算), 那么到期可以从银行取回多少元?

【答案】

到期可以从银行取回103750元.

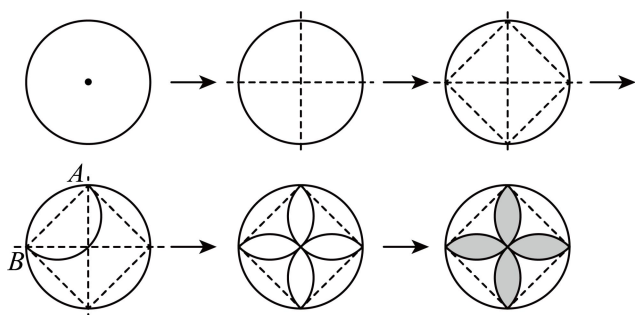
【解析】

【分析】根据本息=本金+本金×年利率×存期求解即可.

【详解】解：已知本金为100000元，年利率为1.25%，存期为3年  
则 $100000+100000\times 1.25\%\times 3$   
 $=100000+3750$   
 $=103750$ （元）

答：到期可以从银行取回103750元.

22. 用圆可以设计漂亮的图案，下面的图形用圆规和直尺一步一步画出来.



如果  $AB=4$ ，求最后画出图形阴影部分的周长和面积（ $\pi$  取3.14）.

【答案】阴影部分的周长为25.12，阴影部分的面积为9.12

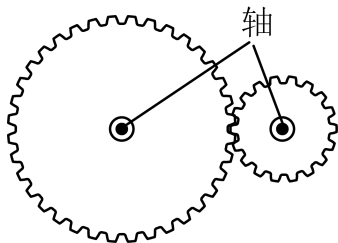
【解析】

【分析】根据周长等于2个直径为4的圆的周长，面积等于4个半圆的面积减去正方形的面积，即可求解.

【详解】解：阴影部分的周长为 $2\times \pi\times 4=8\times 3.14=25.12$ ；

阴影部分的面积为 $4\times \frac{1}{2}\times \pi\times \left(\frac{4}{2}\right)^2-4^2=8\pi-16=8\times 3.14-16=9.12$ .

23. 齿轮是一种有齿的机械构件，它们通常以两个或多个为一组. 如果两个齿轮不同轴，一个轴上的齿轮的齿与另一个轴上齿轮的齿啮合，当一个齿轮旋转时，会带动另一个齿轮旋转，如图所示.



(1) 顺时针转动大齿轮，大齿轮带动小齿轮，小齿轮相对大齿轮转动更\_\_\_\_\_（填“快”或“慢”），小齿轮转动方向是\_\_\_\_\_。（填“顺时针”或“逆时针”）；

(2) 现有一个齿数为23的小齿轮，要配一个合适齿数的大齿轮，使得这个齿轮组合的输入轴转速（即小

齿轮的转速)为3600圈/分时,输出轴转速(即大齿轮转速)降至1840圈/分,请计算出所需大齿轮的齿数.

【答案】(1) 快, 逆时针

(2) 45

【解析】

【分析】(1) 根据齿轮啮合时齿数与转速的关系判断转动快慢, 根据齿轮啮合方向判断转动方向;

(2) 利用齿轮转速与齿数成反比的关系计算大齿轮齿数.

【小问1详解】

解: 齿轮啮合时, 两个齿轮在相同时间内转过的齿数相等,

设大齿轮齿数为  $N_1$ , 转速为  $n_1$ , 小齿轮齿数为  $N_2$ , 转速为  $n_2$ , 则有  $N_1 n_1 = N_2 n_2$ ,

由于大齿轮齿数  $N_1$  大于小齿轮齿数  $N_2$ , 因此小齿轮转速  $n_2$  大于大齿轮转速  $n_1$ , 即小齿轮转动更快;

转动方向判断: 当大齿轮顺时针转动时, 其齿会推动小齿轮的齿, 使小齿轮沿与大齿轮相反的方向转动, 故小齿轮转动方向为逆时针;

【小问2详解】

设大齿轮齿数为  $N_1$ , 转速为  $n_1 = 1840$ , 小齿轮齿数为  $N_2 = 23$ , 转速为  $n_2 = 3600$ ,

代入齿轮啮合时齿数与转速的关系式  $N_1 n_1 = N_2 n_2$ ,

$$\text{即 } N_1 = \frac{N_2 n_2}{n_1} = \frac{23 \times 3600}{1840} = 45,$$

答: 所需大齿轮的齿数为45.

24. 某服装厂生产某款服装, 每件服装的成本价为30元. 现有两种生产销售方案: 第一种, 每天生产500件, 每件服装加价20%, 全部批发给零售商; 第二种, 每天生产465件, 全部由厂家直接销售, 每件服装加价25%作为销售价, 当天全部售完, 但平均每天需支付销售门面和销售人工工资等费用共485.5元.

(1) 如果服装厂按第一种方案销售服装, 厂家可获利多少元?

(2) 如果你是服装厂厂长, 应该选择哪一种生产销售方案才能每天获得更多利润? 请说明理由.

【答案】(1) 3000元

(2) 选择第二种方案才能每天获得更多利润, 理由如下:

第二种方案:

单件利润为  $30 \times 25\% = 7.5$  (元),

每天总获利为  $7.5 \times 465 - 485.5 = 3487.5 - 485.5 = 3002$  (元),

$\therefore 3002 > 3000$ ,

∴ 第二种方案每天获利更多.

【解析】

【分析】(1) 先根据成本价和加价比例求出单件利润, 再乘以销量得到总利润;

(2) 第二种方案需要扣除固定运营费用, 最后比较两种方案的总利润即可做出选择.

【小问 1 详解】

解: 第一种方案:

单件利润为  $30 \times 20\% = 6$  (元),

每天总获利为  $6 \times 500 = 3000$  (元),

答: 厂家按第一种方案销售服装, 每天可获利 3000 元;

【小问 2 详解】

略

25. 有甲, 乙两个杯子, 分别盛了体积相同的橙汁与苹果汁. 将这两种果汁进行部分混合, 把甲杯中的苹果汁与橙汁的体积比的比值记为  $m$ , 乙杯中的橙汁与苹果汁的体积比的比值记为  $n$ .



活动 1: 将甲杯中的橙汁全部倒入乙杯, 并搅拌均匀, 再将乙杯中混合果汁的一半倒入甲杯.

活动 2: 甲, 乙两个杯子中原来的橙汁与苹果汁均为 200 mL. 准备一个小勺, 一勺果汁的体积为 25 mL.

第一次操作: 先从甲杯中取出一勺橙汁倒入乙杯, 并搅拌均匀, 再从乙杯中取出一勺混合果汁倒入甲杯.

第二次操作: 在第一次操作的基础上, 先从甲杯中取出一勺混合果汁倒入乙杯, 并搅拌均匀, 再从乙杯中取出一勺混合果汁倒入甲杯.

(1) 活动 1 后可知:  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_;

(2) 求出活动 2 中第一次操作后  $m$ 、 $n$  的大小;

(3) 求出活动 2 中第二次操作后  $m$ 、 $n$  的大小, 观察三小题中你得到的数据, 你有什么发现?

【答案】(1) 1, 1

(2)  $m = \frac{1}{8}$ ,  $n = \frac{1}{8}$

(3)  $m = \frac{16}{65}$ ,  $n = \frac{16}{65}$ , 发现: 无论经过多少次混合操作, 只要两杯果汁的初始体积相等, 且每次交换的

体积相等, 甲杯中苹果汁与橙汁的体积比始终等于乙杯中橙汁与苹果汁的体积比(即  $m = n$ )

【解析】

【分析】(1) 设甲、乙两杯中原来的果汁体积均为  $V$ ，将甲杯中的橙汁全部倒入乙杯，此时乙杯中橙汁和苹果汁各占一半，再从乙杯中取出一勺混合果汁倒入甲杯，此时甲杯中的成分为  $\frac{1}{2}V$  的苹果汁和  $\frac{1}{2}V$  的橙汁，乙杯中剩余的成分为  $\frac{1}{2}V$  的橙汁和  $\frac{1}{2}V$  的苹果汁，据此即可解答；

(2) 先从甲杯取出一勺橙汁倒入乙杯后，计算乙杯中橙汁和苹果汁占比，再根据占比求出从乙杯取出的 25mL 混合液中的橙汁体积、苹果汁体积，各自加上甲杯剩余的橙汁和苹果汁，即可求出此时甲杯中的成分，再求乙杯中的成分即可解答；

(3) 在第一次操作的基础上，求出甲杯中橙汁占比和苹果汁占比，从而求出从甲杯中取出的 25mL 混合液中橙汁的体积和苹果汁的体积，倒入乙杯后，根据乙杯现有的橙汁体积和苹果汁体积，求出乙杯中橙汁占比和苹果汁占比，再从乙杯中取出一勺混合果汁倒入甲杯，取出的 25mL 混合液中：橙汁体积为  $25 \times \frac{16}{81} = \frac{400}{81}$  mL，苹果汁体积为  $25 \times \frac{65}{81} = \frac{1625}{81}$  mL，据此求出此时甲杯中的成分和乙杯中的成分，进而求出  $m$ 、 $n$  的大小；观察可发现，无论经过多少次混合操作，只要两杯果汁的初始体积相等，且每次交换的体积相等，甲杯中苹果汁与橙汁的体积比始终等于乙杯中橙汁与苹果汁的体积比(即  $m = n$ )。

#### 【小问 1 详解】

解：设甲、乙两杯中原来的果汁体积均为  $V$ ，

将甲杯中的橙汁全部倒入乙杯，此时乙杯中有体积为  $V$  的橙汁和体积为  $V$  的苹果汁，总体积为  $2V$ ，

再将乙杯中混合果汁的一半倒入甲杯，乙杯倒出的体积为  $2V \div 2 = V$ ，

因为乙杯中橙汁和苹果汁各占一半，

所以此时甲杯中的成分：只有从乙杯倒入的果汁，即  $\frac{1}{2}V$  的苹果汁和  $\frac{1}{2}V$  的橙汁，所以甲杯中苹果汁与橙

汁的体积比  $m = \frac{\frac{1}{2}V}{\frac{1}{2}V} = 1$ ；

此时乙杯中剩余的成分： $\frac{1}{2}V$  的橙汁和  $\frac{1}{2}V$  的苹果汁，乙杯中橙汁与苹果汁的体积比  $n = \frac{\frac{1}{2}V}{\frac{1}{2}V} = 1$ ；

#### 【小问 2 详解】

第一步：从甲杯取出一勺橙汁倒入乙杯，甲杯剩余  $200 - 25 = 175$  mL 橙汁，乙杯现有 200mL 苹果汁 + 25mL

橙汁 = 225mL 混合液，乙杯中橙汁占比： $\frac{25}{225} = \frac{1}{9}$ ，乙杯中苹果汁占比： $\frac{200}{225} = \frac{8}{9}$ ，

第二步：从乙杯取出一勺混合果汁倒入甲杯，取出的 25mL 混合液中：橙汁体积为  $25 \times \frac{1}{9} = \frac{25}{9}$  mL，苹果

汁体积为  $25 \times \frac{8}{9} = \frac{200}{9}$  mL,

此时甲杯中的成分: 橙汁  $175 + \frac{25}{9} = \frac{1600}{9}$  mL, 苹果汁体积为  $\frac{200}{9}$  mL,  $m = \frac{200}{9} \div \frac{1600}{9} = \frac{1}{8}$ ,

此时乙杯中的成分: 橙汁  $25 - \frac{25}{9} = \frac{200}{9}$  mL, 苹果汁  $200 - \frac{200}{9} = \frac{1600}{9}$  mL,  $n = \frac{200}{9} \div \frac{1600}{9} = \frac{1}{8}$ ;

【小问 3 详解】

在第一次操作的基础上, 甲杯中橙汁占比:  $\frac{\frac{1600}{9}}{200} = \frac{8}{9}$ , 苹果汁占比:  $\frac{\frac{200}{9}}{200} = \frac{1}{9}$ ,

第一步: 从甲杯中取出一勺混合果汁倒入乙杯, 取出的 25mL 混合液中: 橙汁体积为  $25 \times \frac{8}{9} = \frac{200}{9}$  mL, 苹

果汁体积为  $25 \times \frac{1}{9} = \frac{25}{9}$  mL, 倒入乙杯后, 乙杯现有: 橙汁  $\frac{200}{9} + \frac{200}{9} = \frac{400}{9}$  mL, 苹果汁

$\frac{1600}{9} + \frac{25}{9} = \frac{1625}{9}$  mL, 乙杯中橙汁占比:  $\frac{\frac{400}{9}}{\frac{1625}{9}} = \frac{16}{65}$ , 乙杯中苹果汁占比:  $\frac{\frac{1625}{9}}{\frac{1625}{9}} = \frac{65}{65}$ ,

第二步: 从乙杯中取出一勺混合果汁倒入甲杯, 取出的 25mL 混合液中: 橙汁体积为  $25 \times \frac{16}{65} = \frac{400}{13}$  mL,

苹果汁体积为  $25 \times \frac{65}{65} = \frac{1625}{13}$  mL,

此时甲杯中的成分 (第一次操作后剩余 + 从乙杯倒入): 橙汁  $\frac{1600}{9} - \frac{200}{9} + \frac{400}{13} = \frac{13000}{117}$  mL, 苹果汁

$\frac{200}{9} - \frac{25}{9} + \frac{1625}{13} = \frac{3200}{117}$  mL,  $m = \frac{\frac{3200}{117}}{\frac{13000}{117}} = \frac{16}{65}$ ,

此时乙杯中的成分 (第一次操作后剩余 + 从甲杯倒入 - 倒回甲杯): 橙汁  $\frac{400}{9} - \frac{400}{13} = \frac{3200}{117}$  mL, 苹果汁

$\frac{1625}{9} - \frac{1625}{13} = \frac{3200}{117}$  mL,  $n = \frac{\frac{3200}{117}}{\frac{13000}{117}} = \frac{16}{65}$ ;

观察发现:

活动 1 后:  $m=1$ ,  $n=1$ ,  $m=n$ ,

活动 2 第一次操作后:  $m = \frac{1}{8}$ ,  $n = \frac{1}{8}$ , 即  $m=n$ ,

活动 2 第二次操作后:  $m = \frac{16}{65}$ ,  $n = \frac{16}{65}$ , 即  $m=n$ ,

无论经过多少次混合操作, 只要两杯果汁的初始体积相等, 且每次交换的体积相等, 甲杯中苹果汁与橙汁的体积比始终等于乙杯中橙汁与苹果汁的体积比(即  $m=n$ ).