

上海市静安区 2025-2026 学年第二学期六年级数学期中练习

(完卷时间: 90 分钟 满分 100 分)

2026.4

注意: 本卷涉及圆周率的计算, 如无特殊说明, π 取 3.14

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列是二元一次方程组的是 ()

A.
$$\begin{cases} 4x - y = 3 \\ \frac{1}{x} + 2y = 6 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 3n - m = 1 \\ 2n + 5k = 7 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ xy = 9 \end{cases}$$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据二元一次方程组的定义判断, 二元一次方程组需满足: 共含两个未知数, 每个方程都是整式方程, 每个方程中未知数的次数都为 1, 据此逐一验证选项即可.

【详解】 解: $\because$ 二元一次方程组需要满足三个条件: ①方程组总共含有两个未知数; ②每个方程都是整式方程; ③每个方程中未知数的次数为 1.

对各选项判断如下:

A 选项中第二个方程 $\frac{1}{x} + 2y = 6$ 不是整式方程, 故 A 选项不符合要求;

B 选项中方程组共含 x, y 两个未知数, 两个方程都是整式方程, 且未知数次数都为 1, 符合二元一次方程组定义, 故 B 选项符合要求;

C 选项中方程组共含 n, m, k 三个未知数, 不符合二元一次方程组定义, 故 C 选项不符合要求;

D 选项中第二个方程 $xy = 9$ 的 xy 项次数为 2, 不符合二元一次方程组定义, 故 D 选项不符合要求.

2. 若 $\frac{a}{b} = \frac{17}{27}$, 则 a, b 的值分别是 ()

A. $a = \frac{17}{27}, b = 1$

B. $a = 27, b = 17$

C. $a = 17, b = 27$

D. 无法确定

【答案】 D

【解析】

【详解】 解: $\because \frac{a}{b} = \frac{17}{27}$ 仅规定了 a 与 b 的比值, $\therefore$ 所有满足 $a = 17k, b = 27k$ ($k \neq 0$) 的 a 和 b 都符合条件, k 取不同非零值时, a 和 b 有不同的对应结果, $\therefore$ 无法确定 a 和 b 的具体值, 故选 D.

3. 下面能与 $2.5 : \frac{1}{3}$ 组成比例的是 ()

A. 7.5:3

B. 0.4:3

C. 15:2

D. 3:5

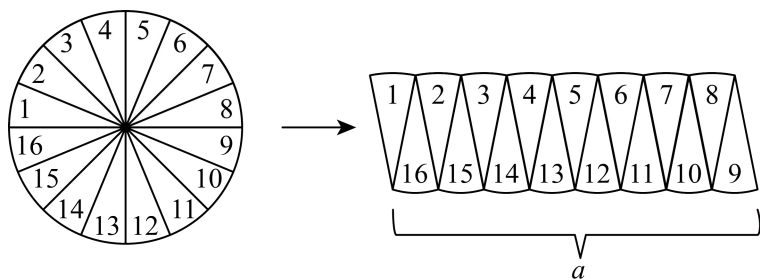
【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查比例，先计算题干中比的比值，再计算各选项比的比值，找出比值相等的选项即可。

【详解】 解： $2.5:\frac{1}{3}=2.5\div\frac{1}{3}=7.5$ A、 $7.5:3=7.5\div3=2.5$ ， $2.5\neq7.5$ ，不符合题意；B、 $0.4:3=0.4\div3=\frac{2}{15}$ ， $\frac{2}{15}\neq7.5$ ，不符合题意；C、 $15:2=15\div2=7.5$ ， $7.5=7.5$ ，符合题意；D、 $3:5=3\div5=0.6$ ， $0.6\neq7.5$ ，不符合题意。

4. 我们在已知圆周长公式的基础上可以运用“化曲为直”的方法推导圆的面积公式，如下图，将一个圆形纸片平均分成 16 份，然后拼成一个近似平行四边形的图形，它的一边长 a 相当于圆的（ ）



A. 圆周长的一半

B. 直径

C. 半径

D. 圆周长

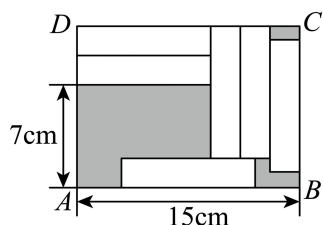
【答案】A

【解析】

【详解】 解： 由图可知，将圆平均分成 16 份，拼成一个近似的平行四边形，

∵ 平行四边形的底边 a 是由圆周长的一半（即 8 份扇形的弧长）组成的，∴ a 相当于圆周长的一半。

5. 如图所示，在长方形 $ABCD$ 中，放入六个形状大小相同的长方形，则图中的阴影部分的面积是（ ）

A. 33cm^2 B. 35cm^2 C. 45cm^2 D. 57cm^2

【答案】D

【解析】

【分析】通过设形状大小相同的长方形的长宽为 x ， y ，观察图形找等量关系列二元一次方程组即可解出答案.

【详解】解：设形状大小相等的长方形的长宽分别为 x ， y .

由题意可得：
$$\begin{cases} x + 3y = 15 \\ x + y - 2y = 7 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 2 \end{cases}$$
.

所以长方形 $ABCD$ 的宽为： $x + y = 11$,

长方形 $ABCD$ 的面积为： $15 \times 11 = 165$,

六个形状大小相同的长方形的面积和为： $6 \times 2 \times 9 = 108$,

阴影部分的面积是： $165 - 108 = 57$.

6. 地球表面的陆地面积和海洋面积之比是 $29:71$ ，其中陆地的三分之二在北半球. 那么南、北半球海洋面积之比为 ()

A. $71:29$

B. $121:92$

C. $171:113$

D. $1:1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了比，将地球总表面积按比例看作 100 份，南北半球面积各占总表面积的一半，即 50 份，先分别求出南北半球的陆地面积，再用半球总面积减去陆地面积得到各自海洋面积，最后化简得到面积比即可.

【详解】解： $\because$ 地球陆地面积和海洋面积之比为 $29:71$,

$\therefore$ 设地球总表面积为 100 份,

则陆地总面积为 29 份，南北半球表面积各为 50 份,

$\therefore$ 陆地的 $\frac{2}{3}$ 在北半球,

$\therefore$ 北半球陆地面积为 $29 \times \frac{2}{3} = \frac{58}{3}$ 份,

北半球海洋面积为 $50 - \frac{58}{3} = \frac{92}{3}$ 份,

南半球陆地面积为 $29 \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{29}{3}$ 份,

南半球海洋面积为 $50 - \frac{29}{3} = \frac{121}{3}$ 份,

$\therefore$ 南、北半球海洋面积之比为 $\frac{121}{3} : \frac{92}{3} = 121 : 92$.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化成百分数: $1.13 =$ _____.

【答案】

113%

【解析】

【详解】解: $1.13 = \frac{113}{100} = 113\%$.

8. 求比值: 15 分钟:1.25 小时=_____.

【答案】

1:5

【解析】

【分析】本题考查了比值, 先统一单位, 再用比的前项除以后项计算即可得到结果.

【详解】解: 1.25 小时 $= 1.25 \times 60 = 75$ 分钟,

15 分钟:1.25 小时 $= 15$ 分钟:75 分钟 $= 15 \div 75 = 1:5$.

9. 把方程 $3x + 5y - 5 = 0$ 改写成用含 x 的式子表示 y 的形式_____.

【答案】 $y = -\frac{3}{5}x + 1$

【解析】

【分析】本题考查了等式的性质, 先移项, 再系数化为 1 即可.

【详解】解: $3x + 5y - 5 = 0$,

$$5y = -3x + 5$$

$$y = \frac{-3x + 5}{5}$$

$$y = -\frac{3}{5}x + 1.$$

10. 《九章算术》是中国古代数学著作之一, 书中有这样一个问题: 今有黄金八枚, 白银一十三枚, 称之重, 适等. 交易其一, 金轻九两. 问金、银一枚各重几何? 大意是说: 八枚黄金与十三枚白银重量相等, 互换一枚, 黄金比白银轻九两, 问: 每枚黄金、白银重量各为多少? 设一枚黄金的重量为 x 两, 一枚白银的重量为 y 两, 则所列方程组为_____.

【答案】

$$\begin{cases} 8x = 13y \\ 7x + y = 12y + x - 9 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组，根据题目给出的两个等量关系列出方程组即可.

【详解】 解： 八枚黄金与十三枚白银重量相等，得 $8x = 13y$ ，

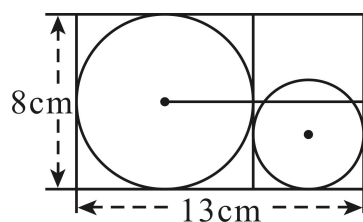
互换一枚，黄金重： $8x - x + y = 7x + y$ ，

白银重： $13y - y + x = 12y + x$ ，

互换一枚，黄金比白银轻 9 两，得 $7x + y = 12y + x - 9$ ，

∴ 方程组为
$$\begin{cases} 8x = 13y \\ 7x + y = 12y + x - 9 \end{cases}$$

11. 如图所示，可知小圆的半径是_____ cm.



【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查有关圆的基本概念，根据图形可得大圆的直径为 8cm，小圆和大圆的直径之和为 13cm，进而可求小圆的直径，即可解答.

【详解】 解： 根据题意，大圆的直径为 8cm，小圆和大圆的直径之和为 13cm，

则小圆的直径是 $13 - 8 = 5$ (cm)，即小圆的半径是 $\frac{5}{2}$ cm.

故答案为： $\frac{5}{2}$.

12. 方程组 $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ 的解为_____.

【答案】

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查解二元一次方程组，利用加减消元法解方程组即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x+y=4 \textcircled{1} \\ 2x-y=5 \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$, 得 $3x = 9$,

解得 $x = 3$,

把 $x = 3$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $3 + y = 4$,

解得 $y = 1$,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

13. 若扇形的半径扩大为原来的 2 倍, 圆心角缩小为原来的 $\frac{1}{3}$, 那么所对的弧长是原弧长的_____.

【答案】

$$\frac{2}{3}$$

【解析】

【分析】 本题考查了弧长, 设出原扇形的半径与圆心角, 利用弧长公式分别得到原弧长和变化后弧长的表达式, 计算变化后弧长与原弧长的比值, 即可得到结果.

【详解】 解: 设原扇形的半径为 r , 圆心角为 n° ,

由题意得, 变化后扇形的半径为 $2r$, 圆心角为 $\frac{n}{3}^\circ$,

则变化后的弧长:
$$l_1 = \frac{\frac{n}{3} \cdot \pi \cdot 2r}{180} = \frac{2}{3} \cdot \frac{n\pi r}{180} = \frac{2}{3}l,$$

$$\therefore \frac{l_1}{l} = \frac{2}{3}.$$

14. 在比例尺为 1: 50000 的地图上, 量得甲、乙两地的距离为 12 厘米, 则甲、乙两地的实际距离是_____千米.

【答案】 6

【解析】

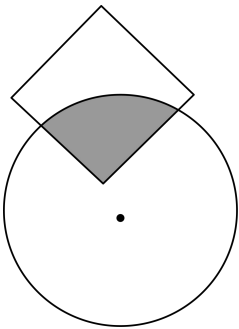
【分析】 本题可根据比例线段进行求解.

【详解】 解: 因为在比例尺为 1:50000 的地图上甲、乙两地的距离 12cm, 所以, 甲、乙的实际距离 x 满足 $12:x=1:50000$, 即 $x=12 \times 50000 = 600000 \text{cm} = 6 \text{km}$.

故答案为 6.

【点睛】 本题主要考查比例尺和比例线段的相关知识.

15. 如图, 阴影部分是正方形与圆重叠的部分, 阴影部分的面积是圆面积的 18% , 是正方形面积的 $\frac{3}{8}$, 则正方形面积是圆面积的_____ % .



【答案】

48

【解析】

【分析】可设阴影部分面积为 S , 分别表示出圆面积和正方形面积. 要计算正方形面积是圆面积的百分之几, 需用正方形面积除以圆面积, 再转化为百分数, 可利用所设的阴影面积作为中间量进行推导.

【详解】解: 阴影部分面积为 S , 圆的面积为 $S_{\text{圆}}$, 正方形面积为 $S_{\text{正}}$.

根据题意可得: $S = 18\% \cdot S_{\text{圆}} = \frac{3}{8} \cdot S_{\text{正}}$,

$$\therefore \frac{S_{\text{正}}}{S_{\text{圆}}} = \frac{18\%}{\frac{3}{8}} = 0.18 \times \frac{8}{3} = 0.48 = 48\%,$$

$\therefore$ 正方形面积是圆面积的 48% .

16. 已知 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} ax+by=4 \\ bx-ay=3 \end{cases}$ 的解, 则 $2a+3b$ 的值是_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】先将方程组的解代入方程组, 得到关于 a, b 的二元一次方程组, 再由加减消元法解方程组求出 a, b , 再进行代数式求值.

【详解】解: 由题意得, 将 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} ax+by=4 \\ bx-ay=3 \end{cases}$,

$$\text{则} \begin{cases} 4a+2b=4 \text{①} \\ 4b-2a=3 \text{②} \end{cases},$$

① + 2 × ② 得, $10b = 10$, 解得 $b = 1$,

将 $b = 1$ 代入①得, $4a + 2 = 4$, 解得 $a = 0.5$,

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 0.5 + 3 \times 1 = 4.$$

17. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x + 2y = 6 - 3a \\ 4x - y = 6a \end{cases}$, x, y 都为自然数的解有_____对.

【答案】 3

【解析】

【分析】 先由加减消元法得到 $y = 4 - 2x$, 再枚举求解即可.

【详解】 解: $\begin{cases} x + 2y = 6 - 3a \text{ ①} \\ 4x - y = 6a \text{ ②} \end{cases}$,

① × 2 + ② 得, $6x + 3y = 12$,

整理得, $y = 4 - 2x$,

当 $x = 0$ 时, $y = 4$, 符合题意;

当 $x = 1$ 时, $y = 2$, 符合题意;

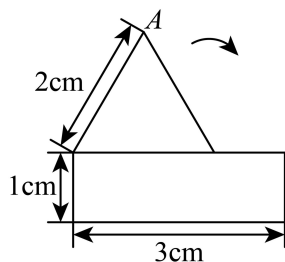
当 $x = 2$ 时, $y = 0$, 符合题意;

当 $x = 3$ 时, $y = -2$, 不符合题意,

那么 x 继续往后取自然数, y 均小于 0, 不符合题意,

$\therefore x, y$ 都为自然数的解有 3 对.

18. 长为 3cm , 宽为 1cm 的长方形与边长为 2cm 的正三角形如图放置. 让正三角形沿着长方形的外周, 顺时针方向无滑动滚动一圈, 回到初始位置, 则顶点 A 经过的路程长为_____. (结果保留 π . 注意: 正三角形的面积看作 $1\frac{3}{4}\text{cm}^2$, 且顶点 A 不一定返回到原来的位置)



【答案】

$$\frac{51}{8}\pi$$

【解析】

【分析】首先判断出正三角形绕长方形外周滚动的过程分解为六段运动，分别计算顶点 A 在每一段运动中经过的弧长，最后求和即可．第一段：在长方形上边滚动，第二段：绕右上角转动，第三段：绕右下角转动（ A 点不动），第四段：在长方形下边滚动，第五段：绕左下角转动，第六段：绕左上角转动．其中第五段转动半径利用题目给出的面积求得．

【详解】解：由题意可知，正三角形边长为 2cm ，面积为 $1\frac{3}{4}\text{cm}^2$ ．设正三角形的高为 h ，则 $\frac{1}{2} \times 2 \times h = \frac{7}{4}$ ，解得 $h = \frac{7}{4}$ ．运动过程如下：

正三角形在长方形上边向右滚动，绕右下角顶点旋转 120° ，此时 A 点运动半径为 2 ，路程

$$l_1 = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi;$$

正三角形绕长方形右上角顶点顺时针旋转 90° ，此时 A 点运动半径为 1 ，路程 $l_2 = \frac{90\pi \times 1}{180} = \frac{1}{2}\pi$ ；

正三角形绕长方形右下角顶点旋转，此时 A 点为旋转中心，路程 $l_3 = 0$ ；

正三角形在长方形下边向左滚动，绕左下角方向的前一个顶点旋转 120° ，此时 A 点运动半径为 2 ，路程

$$l_4 = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi;$$

正三角形绕长方形左下角顶点顺时针旋转 90° ，此时 A 点运动半径为正三角形的高 $h = \frac{7}{4}$ ，路程

$$l_5 = \frac{90\pi \times \frac{7}{4}}{180} = \frac{7}{8}\pi;$$

正三角形绕长方形左上角顶点顺时针旋转，使 AB 边贴合上边，旋转角度为 21° ，此时 A 点运动半径为 2 ，

$$\text{路程 } l_6 = \frac{210\pi \times 2}{180} = \frac{7}{3}\pi;$$

$\therefore$ 顶点 A 经过的总路程

$$\begin{aligned} \text{为: } l &= l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 + l_6 = \frac{4}{3}\pi + \frac{1}{2}\pi + 0 + \frac{4}{3}\pi + \frac{7}{8}\pi + \frac{7}{3}\pi = \left(\frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{7}{3}\right)\pi + \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{8}\right)\pi \\ &= 5\pi + \frac{11}{8}\pi = \frac{51}{8}\pi. \end{aligned}$$

三、简答题（本大题共 4 小题，19、22 题每题 4 分，20 题 8 分，21 题 18 分，满分 29 分）

19. 计算： $18 \times 37.5\% + 22 \div 2\frac{2}{3}$

【答案】

15

【解析】

【详解】解： $18 \times 37.5\% + 22 \div 2\frac{2}{3}$

$$= 18 \times \frac{3}{8} + 22 \times \frac{3}{8}$$

$$= (18 + 22) \times \frac{3}{8}$$

$$= 40 \times \frac{3}{8}$$

$$= 15.$$

20. 求下列各式中 x 的值:

(1) $x : 0.8 = 1.2 : 4$

(2) $3 : (2x + 1) = 35\% : 1\frac{2}{5}$

【答案】(1) $x = 0.24$

(2) $x = 5.5$

【解析】

【小问 1 详解】

解： $x : 0.8 = 1.2 : 4$,

$$4x = 1.2 \times 0.8,$$

$$4x = 0.96,$$

解得 $x = 0.24$;

【小问 2 详解】

解： $3 : (2x + 1) = 35\% : 1\frac{2}{5}$,

$$(2x + 1) \times 0.35 = 3 \times 1.4,$$

$$0.7x + 0.35 = 4.2,$$

$$0.7x = 4.2 - 0.35,$$

$$0.7x = 3.85,$$

解得 $x = 5.5$.

21. 解方程组:

(1)
$$\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 4x - 5y = 2. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + y - z = -1, \\ x - y - z = 0, \\ x - 2y + z = 5. \end{cases}$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$$

【解析】

【小问 1 详解】

$$\begin{cases} 3x - y = 7, & \text{①} \\ 4x - 5y = 2. & \text{②} \end{cases}$$

解：① $\times 5$ ，得

$$15x - 5y = 35. \quad \text{③}$$

③ $-$ ②，得

$$15x - 5y - (4x - 5y) = 35 - 2,$$

$$11x = 33,$$

$$x = 3.$$

把 $x = 3$ 代入①，得

$$3 \times 3 - y = 7,$$

$$y = 2.$$

所以这个方程组的解是

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{cases} 2x + y - z = -1, & \text{①} \\ x - y - z = 0, & \text{②} \\ x - 2y + z = 5. & \text{③} \end{cases}$$

解：① $-$ ②，得

$$2x + y - z - (x - y - z) = -1,$$

$$x + 2y = -1. \quad \textcircled{4}$$

② + ③, 得

$$x - y - z + (x - 2y + z) = 5,$$

$$2x - 3y = 5. \quad \textcircled{5}$$

④与⑤组成二元一次方程组

$$\begin{cases} x + 2y = -1, \\ 2x - 3y = 5. \end{cases}$$

解这个方程组, 得

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -1. \end{cases}$$

把 $x = 1$, $y = -1$ 代入②, 得

$$z = 2.$$

所以这个方程组的解是

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = -1, \\ z = 2. \end{cases}$$

22. 已知 $a:b=2:3$, $c:b=4:5$, 求 $a:b:c$.

【答案】 $a:b:c=10:15:12$

【解析】

【分析】 本题考查比的统一.

根据比的基本性质, 先把两式中 b 的份数化为相同的数, 即求两个 b 的份数的最小公倍数, 再把 a 、 b 、 c 写成连比的形式.

【详解】 解: $\because a:b=2:3=(2\times 5):(3\times 5)=10:15,$

又 $\because c:b=4:5,$

$\therefore b:c=5:4=(5\times 3):(4\times 3)=15:12,$

$\therefore a:b:c=10:15:12.$

四、解答题 (本大题共 5 题, 第 23-25 题 6 分, 第 26 题 8 分, 第 27 题 10 分, 共 36 分)

23. 一件冲锋衣标价为 2640 元, 反季促销, 商家决定打八折出售, 仍可保障 20% 的利润, 如果按原价销售, 这件冲锋衣的利润为多少元?

【答案】 880 元

【解析】

【分析】 先根据打八折出售仍获 20% 利润的条件, 求出这件冲锋衣的进价, 再用标价减去进价得到按原价销售的利润, 用到利润问题的基本公式: 售价=进价 $\times$ (1+利润率).

【详解】 解: 设这件冲锋衣的进价为 x 元,

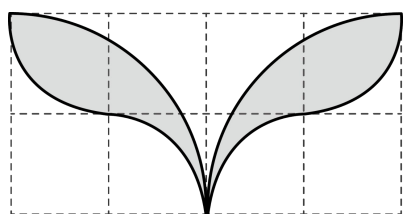
因此可得 $(1+20\%)x = 2640 \times 0.8$

解得 $x = 1760$,

按原价销售的利润为 $2640 - 1760 = 880$ (元)

答: 按原价销售, 这件冲锋衣的利润为 880 元.

24. 如图, 小方格都是边长为 1 的正方形, 图中的“嫩芽”形状均由以格点为圆心, 半径为 1 和 2 的两种弧围成, 求它的周长.



【答案】 4π

【解析】

【分析】 分别计算 4 个半径为 1 的弧长之和, 2 个半径为 2 的弧长之和再相加即可.

【详解】 解: 4 个半径为 1 的弧长之和为 $4 \times \frac{90\pi \times 1}{180} = 2\pi$;

2 个半径为 2 的弧长之和为 $2 \times \frac{90\pi \times 2}{180} = 2\pi$,

$\therefore$ 该图形的周长为 4π .

25. 2026 马年央视春晚中, 宇树科技的机器人《武 BOT》展示了单腿连续后空翻、托马斯全旋等高难度动作, 是本届春晚科技与文化融合的巅峰之作. 随着人工智能与物联网等技术的快速发展, 人形机器人的应用场景不断拓展, 某物流公司为提高工作效率, 拟购买 A, B 两种型号智能机器人. 若买 1 台 A 型机器人、4 台 B 型机器人, 共需 320 万元; 若买 3 台 A 型机器人、2 台 B 型机器人, 共需 360 万元. 求 A, B 两种型号智能机器人的单价.

【答案】

A 型智能机器人的单价为 80 万元, B 型智能机器人的单价为 60 万元

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的应用, 根据题意列方程组求解即可.

【详解】 解: 设 A, B 两种型号智能机器人的单价分别为 x 万元, y 万元,

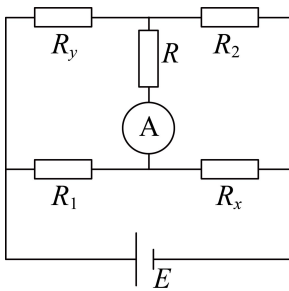
$$\text{根据题意, 得 } \begin{cases} x + 4y = 320 \\ 3x + 2y = 360 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 80 \\ y = 60 \end{cases},$$

答: A 型智能机器人的单价为 80 万元, B 型智能机器人的单价为 60 万元.

26. 电阻是表示导体对电流的阻碍作用大小的物理量, 通常用符号 R 表示, 电阻在国际单位制中的单位是欧姆, 简称欧, 符号是 Ω , 电阻值一般为非负数. 如图, 为一测量电路, R_x, R_y 均为可调电阻, R, R_1, R_2 为已知电阻, E 为直流电压源, A 为电流表. 若调节 R_x 的电阻大小, 可使得电流表读数为 0, 此时的电阻 R 对整个电路没有影响, 电路中的其他电阻满足 $\frac{R_y}{R_1} = \frac{R_2}{R_x}$, 这个现象叫做电桥平衡. 现已知

$R_1 = 4\Omega, R_2 = 9\Omega$. 诗诗发现 $R_y = R_x$ 时, 出现了电桥平衡, 贝贝将 R_y 调大了 6Ω , 若诗诗想通过调节 R_x 再次实现电桥平衡, 则需要将 R_x 的电阻大小怎么调整?



【答案】 需将 R_x 的电阻调小 3Ω

【解析】

【分析】 根据 $R_1 = 4\Omega, R_2 = 9\Omega$ 结合 $R_y = R_x$, 利用 $\frac{R_y}{R_1} = \frac{R_2}{R_x}$ 计算出初始时 R_x, R_y 的值, 由贝贝将 R_y 调

大了 6Ω 得新的 $R_y = 6 + 6 = 12(\Omega)$, 代入 $\frac{R_y}{R_1} = \frac{R_2}{R_x}$ 计算出新的 R_x , 对比初始值, 即可得 R_x 的电阻大小的调整.

【详解】解：将 $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 9\Omega$ 代入 $\frac{R_y}{R_1} = \frac{R_2}{R_x}$,

$$\text{得 } \frac{R_y}{4} = \frac{9}{R_x},$$

$$\text{得 } R_x \cdot R_y = 36,$$

当 $R_y = R_x$ 时, 电桥平衡,

$$\text{则 } R_x \cdot R_x = 36,$$

$$\therefore \text{初始时, } R_x = R_y = 6,$$

贝贝将 R_y 调大了 6Ω , 则新的 $R_y = 6 + 6 = 12(\Omega)$,

设此时新的 $R_x = x\Omega$,

$$\text{则 } \frac{12}{4} = \frac{9}{x},$$

解得 $x = 3$,

$$\therefore \text{新的 } R_x = 3\Omega,$$

$$\therefore 6 - 3 = 3\Omega,$$

$\therefore$ 需将 R_x 的电阻调小 3Ω .

27. 阅读以下材料, 回答相关问题:

材料 1: 对于已知的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x - y = 5 \text{①} \\ 2x + 3y = 7 \text{②} \end{cases}$ (※), 我们已经学会用代入消元法或者加减消元法求

解, 但对于一些 x, y 系数及常数项的数值较大且互质的情况, 如果用常规的代入消元法、加减消元法来解,

计算量很大, 且易出现运算错误, 比如解方程组 $\begin{cases} 14x + 15y = 16 \text{①} \\ 17x + 18y = 19 \text{②} \end{cases}$, 采用下面的解法会比较简单:

$$\text{②} - \text{①}, \text{得 } 3x + 3y = 3, \text{ 所以 } x + y = 1, \text{ ③}$$

$$\text{③} \times 14, \text{得 } 14x + 14y = 14, \text{ ④}$$

$$\text{①} - \text{④}, \text{得 } y = 2, \text{ 从而得 } x = -1, \text{ 所以原方程组的解为 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

(1) 解方程组:
$$\begin{cases} 2010x + 2024y = 1996 \\ 2026x + 2008y = 2044 \end{cases}$$

材料 2: 有些方程组只要求一个关于未知数的代数式的值, 例如: 对于前面的 (※) 方程, 求 $x - 4y$ 的值, 我们可以先解方程组得 x, y 的值, 再代入 $x - 4y$ 得到答案, 其实, 仔细观察方程组中两个方程未知数的系数之间的关系, 本题还可以通过适当变形整体求得代数式的值, 如由① - ②可得 $x - 4y = -2$, 这样的解题思想就是通常所说的“整体思想”. 对于一些方程数不足以解出每个未知数的方程 (不定方程), 这种“整体思想”更为重要, 比如已知方程组

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 5 \text{ ①} \\ 3x - 4y + 5z = 1 \text{ ②} \end{cases} \quad (\blacktriangle),$$
 求 $x + 2y + 3z$ 的值, 两个方程无法确切

解出三个未知数, 但① $\times 2$ - ②可得 $x + 2y + 3z = 9$.

(2) 对于方程组
$$\begin{cases} 4a - 7b - 12c = 4 \text{ ①} \\ 4b + 8c - 2a = 3 \text{ ②} \end{cases}$$
, 利用“整体思想”求 $2a - b + 4c$ 的值, 若① $\times m$ + ② $\times n$ 可得

$2a - b + 4c = 27$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

材料 3: 从另一个角度考虑, 如果联立两个独立的二元一次方程能解出两个未知数, 我们可以把其中一个未知数当成“已知数”来解方程, 将另外两个未知数用它来表示. 例如: 对于上述 ($\blacktriangle$) 方程: ① $\times 4$ - ②消

去 y 可得 $x = \frac{19 - 11z}{5}$, ① $\times 3$ - ② $\times 2$ 消去 x 可得 $y = \frac{13 - 2z}{5}$, 代入 $x + 2y + 3z = 9$.

(3) 已知
$$\begin{cases} 4x - 5y + 2z = 0 \\ x + 4y - 3z = 0 \end{cases}$$
, 且 $xyz \neq 0$, 则 $x : y : z =$ _____.

(4) 某班级组织活动购买小奖品, 买 20 支铅笔, 5 块橡皮和 6 本日记本共需 96 元, 买 39 支铅笔, 6 块橡皮和 10 本日记本共需 174 元, 则购买 4 支铅笔, 16 块橡皮和 8 本日记本共需_____元.

【答案】 (1)
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

(2) $m = 3, n = 5$

(3) $1 : 2 : 3$

(4) 72

【解析】

【分析】 (1) 先利用 ② - ①, 得到 $x - y = 3$, 再整理代入消元求解;

(2) 可得系数方程组
$$\begin{cases} 4m - 2n = 2 \\ -7m + 4n = -1 \\ -12m + 8n = 4 \\ 4m + 3n = 27 \end{cases}$$
, 再解方程组即可;

(3) 先把 z 看成常数, 利用加减消元法解方程组, 即可求解连比;

(4) 设铅笔, 1 橡皮和日记本的单价分别为 a, b, c 元, 由题意得,
$$\begin{cases} 20a + 5b + 6c = 96 \textcircled{1} \\ 39a + 6b + 10c = 174 \textcircled{2} \end{cases}$$
, 设

$m \times \textcircled{1} + n \times \textcircled{2} = 4a + 16b + 8c$, 再得到关于 m, n 的方程组求解即可.

【小问 1 详解】

解:
$$\begin{cases} 2010x + 2024y = 1996 \textcircled{1} \\ 2026x + 2008y = 2044 \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 得, $16x - 16y = 48$,

则 $x - y = 3$

则 $x = 3 + y \textcircled{3}$

将 $\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{1}$ 得, $2010(y + 3) + 2024y = 1996$,

解得 $y = -1$,

将 $y = -1$ 代入 $\textcircled{3}$ 得, $x = 3 + (-1) = 2$,

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$
;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 方程组
$$\begin{cases} 4a - 7b - 12c = 4 \textcircled{1} \\ 4b + 8c - 2a = 3 \textcircled{2} \end{cases}$$
, $\textcircled{1} \times m + \textcircled{2} \times n$ 可得 $2a - b + 4c = 27$

可得
$$\begin{cases} 4m - 2n = 2 \\ -7m + 4n = -1 \\ -12m + 8n = 4 \\ 4m + 3n = 27 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \end{cases}$$
;

$\therefore m = 3, n = 5$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 4x - 5y + 2z = 0 \text{ ①} \\ x + 4y - 3z = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{②} \times 4 \text{ 得, } -21y + 14z = 0, \text{ 解得 } y = \frac{2}{3}z;$$

$$\text{将 } y = \frac{2}{3}z \text{ 代入 ② 得, } x + \frac{8}{3}z - 3z = 0, \text{ 解得 } x = \frac{1}{3}z,$$

$$\therefore x:y:z = \frac{1}{3}z:\frac{2}{3}z:z = 1:2:3;$$

【小问 4 详解】

解: 设铅笔, 橡皮和日记本的单价分别为 a, b, c 元,

$$\text{由题意得, } \begin{cases} 20a + 5b + 6c = 96 \text{ ①} \\ 39a + 6b + 10c = 174 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{设 } m \times \text{①} + n \times \text{②} = 4a + 16b + 8c,$$

$$\text{则 } \begin{cases} 20m + 39n = 4 \\ 5m + 6n = 16 \\ 6m + 10n = 8 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = 8 \\ n = -4 \end{cases},$$

$$\therefore 4a + 16b + 8c = 8 \times 96 + (-4) \times 174 = 72.$$

五、附加题 (本题共 3 题, 第 1、2 题每小题 6 分, 第 3 题 8 分, 满分 20 分)

28. 有两盒混合在一起的围棋子, 第一盒中黑、白子的数量比为 3:2, 第二盒中黑、白子的数量比为 1:5, 若两盒白子总数是黑子总数的 3 倍, 则两盒棋子总数的比为_____.

【答案】 5:21

【解析】

【分析】 设第一盒棋子总数为 $5x$, 第二盒棋子总数为 $6y$, 根据比例分别表示出两盒中黑子和白子的数量, 再根据“两盒白子总数是黑子总数的 3 倍”列等式, 整理得到 x 与 y 的关系, 最后计算两盒棋子总数的比即可.

【详解】 解: 由题意, 设第一盒棋子总数为 $5x$, 第二盒棋子总数为 $6y$,
由第一盒黑、白子数量比为 3:2, 可得第一盒黑子数量为 $3x$, 白子数量为 $2x$,
由第二盒黑、白子数量比为 1:5, 可得第二盒黑子数量为 y , 白子数量为 $5y$,

根据题意得 $2x + 5y = 3(3x + y)$,

$$2x + 5y = 9x + 3y,$$

$$2y = 7x,$$

$$x = \frac{2}{7}y,$$

$$\text{计算两盒棋子总数的比: } 5x : 6y = \left(5 \times \frac{2}{7}y\right) : 6y,$$

$$= \frac{10}{7}y : 6y,$$

$$= 10 : 42,$$

$$= 5 : 21.$$

29. 设有 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 它们每个数的值只能取 0、2、-1 三个数中的一个, 且

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1, x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 29, \text{ 则 } x_1^5 + x_2^5 + \dots + x_n^5 \text{ 的值为} \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 151

【解析】

【分析】 设该数列中含有 a 个 2, b 个 -1, 可列出关于 a, b 的二元一次方程组, 解方程组即可得出 a, b 的值, 再将其代入到 $x_1^5 + x_2^5 + \dots + x_n^5$ 中即可得出结论.

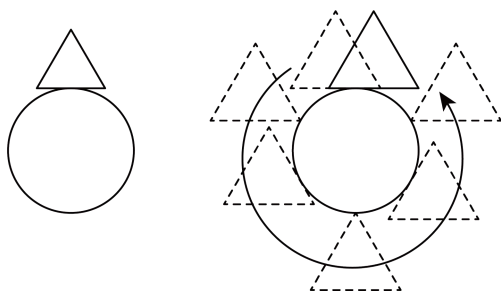
【详解】 解: 设 n 个数中含有 a 个 2, b 个 -1,

$$\text{根据题意得, } \begin{cases} 2a + (-b) = 1 \\ 4a + b = 29 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a = 5 \\ b = 9 \end{cases},$$

$$\therefore x_1^5 + x_2^5 + \dots + x_n^5 = 5 \times 2^5 + 9 \times (-1)^5 = 151.$$

30. 如图, 边长为 15 的等边三角形在半径为 10 的圆周上滑动一周, 过程中三角形的方向保持不变 (如图中虚线所示), 求三角形扫过区域的外周长.

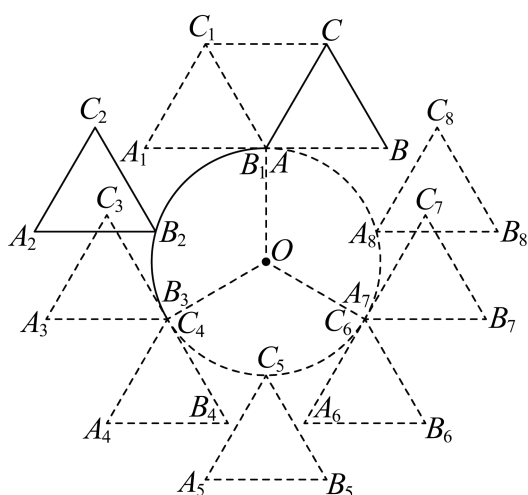


【答案】 $2\sqrt{325+150\sqrt{3}}\pi$

【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长，计算扫过区域的半径，再算周长即可.

【详解】 解： 如图所示，



$\therefore$ 等边 $\triangle ABC$ 在 $\odot O$ 上滑动一周，过程中三角形的方向保持不变，

$\therefore$ 滑动的方式为：第一次：顶点 A 在圆上，线段 AB 自 $A \rightarrow B$ 的滑动，至 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 重合，顶点 B 滑动至点 B_1 的位置；

第二次：顶点 B_1 自 $B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3$ 在圆上滑动，顶点 B_1, B_3 重合，

第三次：线段 B_3C_3 的滑动，自顶点 $B_3 \rightarrow C_3$ ，至顶点 C_3 与点 C_4 重合，

第四次：顶点 C_4 自 $C_4 \rightarrow C_5 \rightarrow C_6$ 在圆上滑动，顶点 C_4, C_6 重合，

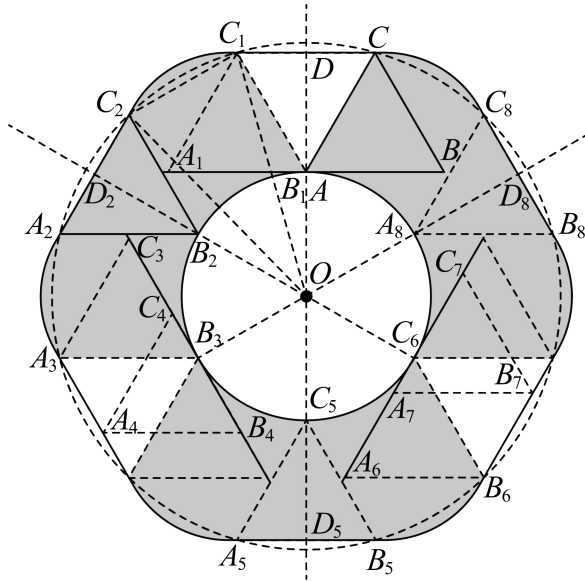
第五次：线段 C_6A_6 自 $C_6 \rightarrow A_6$ 的滑动，至顶点 A_6, A_7 重合，

第六次：顶点 A_7 自 $A_7 \rightarrow A_8 \rightarrow A$ 在圆上滑动，即回到初始位置，

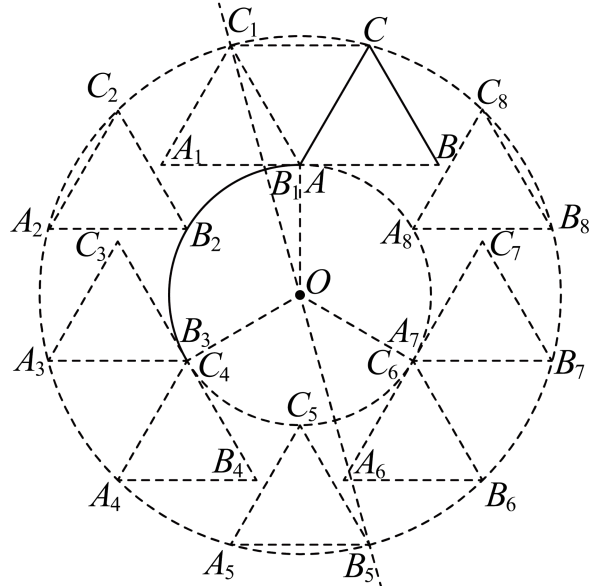
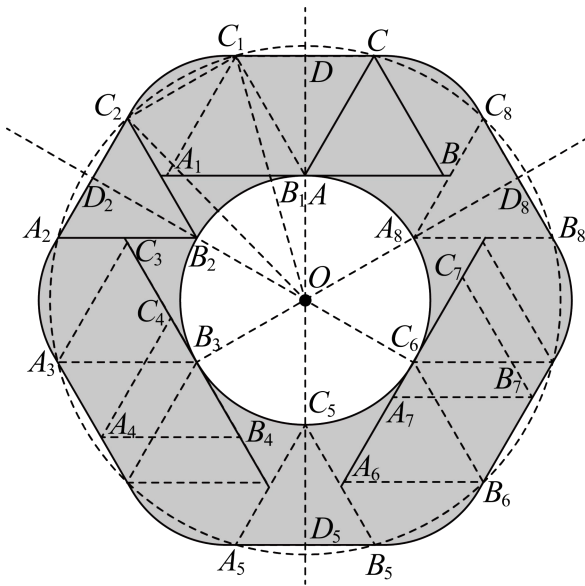
$\therefore 360^\circ \div 3 = 120^\circ$ ，即 $\angle AOB_3 = \angle C_4OC_6 = \angle AOA_7 = 120^\circ$ ，

如图所示，点 B_2, C_5, A_8 在圆上滑动时， AC_5 、 B_2C_6 、 A_8B_3 是直径，设直线 AC_5 交 CC_1 于点 D ，交 A_5B_5

于点 D_5 ，延长 C_6B_2 交 A_2C_2 于点 D_2 ，延长 B_3A_8 交 $B_{82}C_8$ 于点 D_8 ，



该图表示的是点 B_1, C_5, A_8 滑动的阴影图形，



这是等边三角形滑动的阴影部分，

$\therefore$ 运用割补法得到，三角形扫过区域的外周长是以 OC_1 为半径的圆的周长，

$\because \triangle ABC$ 是边长为 15 的等边三角形，

$$\therefore CD = C_1D = \frac{15}{2}, \text{ 则 } AD = \frac{15\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore OD = 10 + \frac{15\sqrt{3}}{2} = \frac{20 + 15\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore OC_1 = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + \left(\frac{20+15\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{325+150\sqrt{3}}$$

$$\therefore \text{三角形扫过区域的外周长为} = 2\pi \cdot OC_1 = 2\pi \times \sqrt{325+150\sqrt{3}} = 2\sqrt{325+150\sqrt{3}}\pi.$$