

2025 学年第二学期预备年级数学期中考试试卷

时间 90 分钟 满分 100 分

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 六年级有 160 名学生, 今天有 6 人感冒请假, 2 人拉肚子请假, 则出勤率是 ()

- A. 5% B. 10% C. 90% D. 95%

【答案】 D

【解析】

【分析】 求出出勤人数即可计算出勤率.

【详解】 解: $\because$ 请假总人数为 $6+2=8$ 人, 总人数为 160 人,

$\therefore$ 出勤人数为 $160-8=152$ 人,

$\therefore$ 出勤率 $= \frac{152}{160} \times 100\% = 95\%$.

2. 《中华人民共和国国旗法》对国旗的制作有明确规定. 中华人民共和国国旗是长方形, 长与宽之比为 $3:2$,

下列对于国旗通用尺度 (单位: cm) 不符合规格的是 ()

- A. 240×160 B. 186×92 C. 144×96 D. 96×64

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据题意中的比例关系, 依次判断各选项的长宽比是否满足 $3:2$ 即可.

【详解】 解: A: $240:160=3:2$, 符合规格;

B: $186:92=93:46 \neq 3:2$, 不符合规格;

C: $144:96=3:2$, 符合规格;

D: $96:64=3:2$, 符合规格.

3. 下列调查中最适合采用全面调查 (普查) 的是 ()

- A. 调查全国年轻人喜欢的盲盒品类
B. 调查上海市民对迪士尼烟花的燃放效果的满意情况
C. 调查“长征十二号”火箭各部分零件合格情况
D. 调查我校新购置桌椅调节器的使用寿命

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据普查的适用条件判断即可.

【详解】 解: A、调查对象为全国年轻人, 范围过大, 适合抽样调查;

B、调查对象为全体上海市民，范围较大，适合抽样调查；

C、火箭各零件的合格情况事关发射安全，必须保证每个零件都合格，要求结果完全准确，适合全面调查；

D、调查调节器使用寿命具有破坏性，不适合全面调查，适合抽样调查.

4. 若扇形半径缩小为原来的 $\frac{1}{3}$ ，圆心角扩大为原来的3倍，则面积为（ ）

- A. 和原来一样大 B. 原来的 $\frac{1}{3}$ C. 原来的2倍 D. 原来的3倍

【答案】B

【解析】

【分析】设出原扇形的半径和圆心角，根据扇形面积公式 $S = \frac{n\pi r^2}{360}$ 分别计算原面积和变化后的面积，再比较二者关系得出结论.

【详解】解：设原扇形的半径为 r ，圆心角为 n° ，

根据扇形面积公式可得原面积 $S = \frac{n\pi r^2}{360}$ ，

$\therefore$ 半径缩小为原来的 $\frac{1}{3}$ ，圆心角扩大为原来的3倍，

$\therefore$ 变化后扇形的半径为 $\frac{1}{3}r$ ，圆心角为 $3n^\circ$ ，

变化后的面积：
$$S' = \frac{3n\pi \cdot \left(\frac{1}{3}r\right)^2}{360} = \frac{3n\pi \cdot \frac{1}{9}r^2}{360} = \frac{1}{3} \cdot \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{1}{3}S,$$

$\therefore$ 变化后的面积是原来的 $\frac{1}{3}$.

5. 一个圆柱体侧面展开是一个正方形，那么圆柱的高与底面直径的比是（ ）

- A. $2\pi:1$ B. $1:1$ C. $1:2\pi$ D. $\pi:1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查圆柱的侧面展开图以及圆的周长公式，解题的关键是熟练掌握圆柱的侧面展开图.

设这个圆柱的底面直径为 d ，根据圆柱的侧面展开图是正方形可知圆柱的底面周长等于高，再根据比的意义求解即可.

【详解】设这个圆柱的底面直径为 d ，则这个圆柱的底面周长为 πd ，

$\because$ 圆柱的侧面展开图是正方形，

$\therefore$ 圆柱的高为 πd ，

$$\therefore \pi d : d = \pi : 1,$$

故选：D.

6. 数学家华罗庚说：“数缺形时少直观，形缺数时难入微。”下列表述中与图形不一致的是（ ）

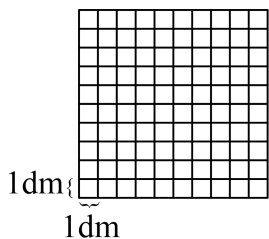


图1

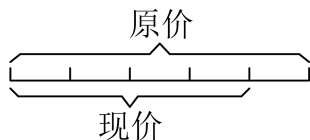


图2

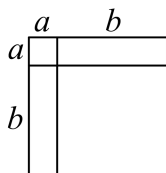


图3

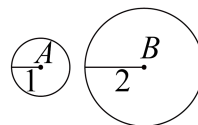


图4

- A. 图1中大正方形的面积是1平方米
- B. 图2表示商品现价是原价的八折
- C. 图3中最大正方形的面积是 $a^2 + ab + b^2$
- D. 图4中圆B的面积是圆A面积的4倍

【答案】C

【解析】

【分析】分别根据正方形面积公式及单位换算、折扣的定义、正方形面积以及圆的面积公式对各个选项进行逐一判断即可.

【详解】解：对于A，大正方形边长为10dm，面积为 $10 \times 10 = 100 (dm^2)$,

$$\therefore 100 dm^2 = 1 m^2,$$

$\therefore$ 图1中大正方形的面积是1平方米，故A表述正确，不符合题意；

对于B，把原价平均分成5份，现价占4份，

$\therefore$ 现价是原价的 $4 \div 5 = 80\%$ ，即八折，故B表述正确，不符合题意；

对于C，大正方形的面积为 $a^2 + 2ab + b^2$ ，而选项中表述为 $a^2 + ab + b^2$ ，故C表述错误，符合题意；

对于D，圆A的半径为1，圆B的半径为2，

$$\therefore \text{圆A的面积为 } \pi \times 1^2 = \pi, \text{ 圆B的面积为 } \pi \times 2^2 = 4\pi,$$

$$\therefore 4\pi \div \pi = 4,$$

$\therefore$ 圆B的面积是圆A面积的4倍，故D表述正确，不符合题意.

二、填空题 (每题3分，共36分)

7. 求比值： $1\frac{1}{2} : 1.375 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{12}{11}$

【解析】

【分析】 先将比的前项的带分数，后项的小数统一转化为分数形式，再根据比值的定义，用比的前项除以比的后项计算即可得到结果.

【详解】 解：由题意得， $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ， $1.375 = 1\frac{3}{8} = \frac{11}{8}$ ，

$$\begin{aligned} \therefore 1\frac{1}{2} : 1.375 \\ &= \frac{3}{2} \div \frac{11}{8} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{8}{11} \\ &= \frac{12}{11}. \end{aligned}$$

8. 化简比：1 小时 15 分钟： $\frac{1}{4}$ 天： 300 分钟 = _____.

【答案】 5:24:20

【解析】

【分析】 先将比的各项统一单位，再根据比的基本性质化简为最简整数比.

【详解】 解：1 小时 15 分钟 = $60 + 15 = 75$ 分钟，

$$\frac{1}{4} \text{天} = \frac{1}{4} \times 24 \times 60 = 360 \text{分钟},$$

$\therefore$ 原比可写为 75:360:300，

根据比的基本性质，将各项同时除以最大公约数 15 得 $75 \div 15 : 360 \div 15 : 300 \div 15 = 5 : 24 : 20$.

9. 已知 2 是 $\frac{2}{3}$ 和 x 的比例中项，那么 $x =$ _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查比例中项，根据比例中项的定义得到 $2^2 = \frac{2}{3}x$ ，进行求解即可.

【详解】 解：由题意，得： $2^2 = \frac{2}{3}x$ ，

解得： $x = 6$ ；

故答案为： 6.

10. 如果 a, b 都不为 0，且 $3a = -2b$ ，那么 $\frac{a}{b}$ 的值为_____.

【答案】 $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了等式的基本性质，根据已知等式，利用等式的基本性质对等式变形，即可求出 $\frac{a}{b}$ 的值.

【详解】 解： $\because 3a = -2b$ 且 $a \neq 0$ ， $b \neq 0$ ，

$$\therefore \frac{3a}{3b} = \frac{-2b}{3b},$$

$$\text{即 } \frac{a}{b} = -\frac{2}{3}.$$

11. 在比例尺是1:20000000的地图上，量得甲、乙两地间的铁路长6厘米. 两列火车分别从甲、乙两地同时相向而行，已知从甲地开出的高铁每小时行驶350千米，从乙地开出的绿皮火车每小时行驶130千米，_____小时后两车相遇.

【答案】 2.5 或 $\frac{5}{2}$ 或 $2\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据实际距离 = 图上距离 $\div$ 比例尺，求出甲、乙两地的实际距离，再根据相遇问题的数量关系：相遇时间 = 总路程 $\div$ 速度和，代入数据计算即可.

【详解】 解：由题意得， $6 \div \frac{1}{20000000} = 120000000$ 厘米， 120000000 厘米 = 1200 千米，

$\therefore$ 相遇时间： $1200 \div (350 + 130) = 1200 \div 480 = 2.5$ (小时).

12. 一副耳机原价500元，先提价20%，然后在提价的基础上打八折，现在的价格是_____元.

【答案】

480

【解析】

【分析】 提价以原价500元为单位1，打折以提价后的价格为单位1，据此列式计算即可.

【详解】 解：根据题意得 $500 \times (1 + 20\%) \times 0.8 = 500 \times 1.2 \times 0.8 = 480$ (元) 则现在的价格是 480 元.

13. 张阿姨的月工资是7000元，扣除5000元免税项目后的部分需要按3%的税率缴纳个人所得税，她应缴纳的个人所得税是_____元.

【答案】 60

【解析】

【分析】 根据扣除5000元免税项目后的部分需要按3%的税率缴纳个人所得税，列出算式进行计算即可求解.

【详解】解：依题意， $(7000 - 5000) \times 3\% = 60$ ，

故答案为：60.

【点睛】本题考查了百分数的计算，根据题意列出算式是解题的关键.

14. 如果一个扇形的半径是 2，弧长是 $\frac{\pi}{3}$ ，那么此扇形的圆心角的度数为_____.

【答案】 30° ## 30 度

【解析】

【分析】将已知的半径和弧长代入弧长公式，即可求出圆心角的度数.

【详解】解：设此扇形的圆心角的度数为 n 度，

$$\because r = 2, \quad l = \frac{\pi}{3},$$

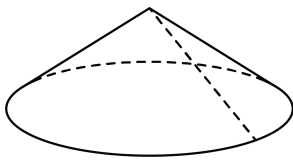
$$\therefore \frac{n\pi \times 2}{180} = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{2n}{180} = \frac{1}{3}$$

解得 $n = 30$ ，

$\therefore$ 此扇形的圆心角的度数为 30° .

15. 如图，把一个直径为 30 cm，母线为 20 cm 的圆锥形斗笠沿虚线剪开，则其展开后扇形的圆心角是_____.



【答案】

270°

【解析】

【分析】根据圆锥的侧面展开图是扇形，扇形的弧长等于圆锥底面周长，扇形的半径等于圆锥的母线长，利用弧长公式求解即可；

【详解】解：设圆锥展开后扇形的圆心角为 n° ，

$\because$ 圆锥的底面直径为 30 cm，

$\therefore$ 圆锥的底面周长为 30π cm，

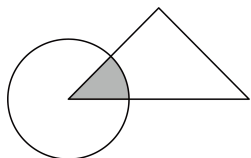
$\because$ 圆锥的母线长为 20 cm，

$\therefore$ 展开后扇形的半径为 20 cm，

根据弧长公式得 $30\pi = \frac{n\pi \times 20}{180}$ ，解得 $n = 270$ ，

$\therefore$ 展开后扇形的圆心角是 270° 。

16. 如图，以三角形中 45° 角的顶点为圆心画圆，如果三角形与圆重叠部分的面积相当于三角形面积的 25%，那么三角形与圆的面积之比是_____。



【答案】 1:2

【解析】

【分析】 设三角形的面积为 $S_{\triangle}$ ，圆的面积为 $S_{\text{圆}}$ ，重叠部分（扇形）的面积为 $S_{\text{扇}}$ 。根据题意可知 $S_{\text{扇}}$ 是 $S_{\triangle}$ 的 25%，同时根据圆心角为 45° 可知 $S_{\text{扇}}$ 是 $S_{\text{圆}}$ 的 $\frac{45}{360}$ ，通过建立等量关系即可求出 $S_{\triangle}$ 与 $S_{\text{圆}}$ 的比值；

【详解】 解：设三角形的面积为 $S_{\triangle}$ ，圆的面积为 $S_{\text{圆}}$ ，重叠部分的面积为 $S_{\text{扇}}$ ，

由题意得，重叠部分是一个圆心角为 45° 的扇形，

$$\therefore S_{\text{扇}} = \frac{45}{360} S_{\text{圆}} = \frac{1}{8} S_{\text{圆}},$$

又 $\because$ 三角形与圆重叠部分的面积相当于三角形面积的 25%，

$$\therefore S_{\text{扇}} = 25\% S_{\triangle} = \frac{1}{4} S_{\triangle},$$

$$\therefore \frac{1}{8} S_{\text{圆}} = \frac{1}{4} S_{\triangle},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle}}{S_{\text{圆}}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{4} \times 4 = \frac{1}{2},$$

即三角形与圆的面积之比是 1:2。

17. 下列事件：①如果 a 、 b 都是实数，那么 $a+b=b+a$ ；②如果 $ab > 0$ ，那么 a 、 b 都是正数；③一件商品以盈利率 10% 定价，再打九折出售后还能盈利；④连续掷两次骰子，两次的数字之积为素数。其中，属于确定事件的是_____。（填序号）

【答案】

①③

【解析】

【分析】先明确确定事件的定义，确定事件包含一定发生的必然事件和一定不发生的不可能事件，依次判断每个事件的类型即可得到结果.

【详解】解：确定事件是一定发生或一定不发生的事件，

①对任意实数 a, b ，加法交换律恒成立，即 $a + b = b + a$ 一定成立，该事件是必然事件，属于确定事件；

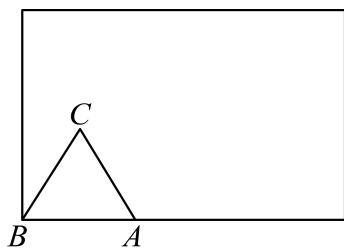
②若 $ab > 0$ ，则 a, b 同号，可能均为正数，也可能均为负数，故事件“ a, b 都是正数”可能发生也可能不发生，是随机事件，不属于确定事件；

③设商品成本为 x ，则定价为 $(1+10\%)x = 1.1x$ ，打九折后售价为 $1.1x \times 0.9 = 0.99x$ ，因为 $0.99x < x$ ，所以该商品最终亏损，故事件“还能盈利”一定不发生，是不可能事件，属于确定事件；

④连续掷两次骰子，两次数之积可能为素数，也可能不是素数，该事件是随机事件，不属于确定事件；

综上，属于确定事件的是①③.

18. 如图，在一个长方形内有一个等边三角形，已知等边三角形的每个角为 60° ，长方形的宽与等边三角形的边长之比为 $2:1$ ，长方形的长是宽的 1.5 倍，等边三角形的边长为 1 厘米. 将三角形沿长方形的边在长方形内部旋转：先绕点 A 顺时针旋转，使点 C 落在长方形的边上，再绕点 C 顺时针旋转，使点 B 落在长方形的边上，最后绕点 B 顺时针旋转，使点 A 落在长方形的边上，整个过程中点 C 经过的路程为_____厘米. (π 取 3.14 ，结果精确到 0.01 厘米)



【答案】2.62

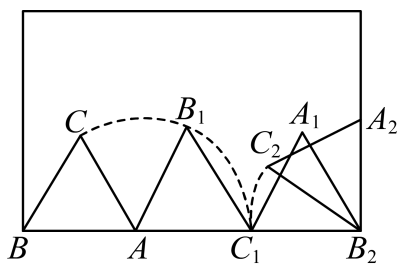
【解析】

【分析】画出图形，根据弧长公式列式计算即可.

【详解】解： $\because$ 长方形的宽与等边三角形的边长之比为 $2:1$ ，长方形的长是宽的 1.5 倍，等边三角形的边长为 1 厘米，

$\therefore$ 长方形的宽为 2 厘米，长为 3 厘米，

如图， $\triangle ABC$ 第 1 次翻转得 $\triangle AB_1C_1$ ，第 2 次翻转得 $\triangle A_1B_2C_1$ ，第 3 次翻转得 $\triangle A_2B_2C_2$ ，



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BAC = 60^\circ = \angle A_2B_2C_2$,

$\therefore \angle CAC_1 = 120^\circ$, $C_1B_2C_2 = 30^\circ$,

$\therefore$ 翻转三次后顶点 C 经过的路程为 $\frac{120\pi \times 1}{180} + \frac{30\pi \times 1}{180} = \frac{5}{6}\pi \approx 2.62$ (厘米),

$\therefore$ 翻转三次后顶点 C 经过的路程为 2.62 厘米.

三、解答题 (第 19–21 题各 4 分, 第 22–24 题各 6 分, 第 25、26 题各 8 分, 共 46 分)

19. 求 x 的值: $x : \frac{3}{4} = \frac{5}{6} : \frac{2}{3}$

【答案】

$$x = \frac{15}{16}$$

【解析】

【分析】将比例式转化为一元一次方程, 即可求解出 x 的值, 用到的性质为: 比例的两个外项乘积等于两个内项乘积;

【详解】解: $x : \frac{3}{4} = \frac{5}{6} : \frac{2}{3}$,

根据比例的基本性质可得 $\frac{2}{3}x = \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$,

则 $\frac{2}{3}x = \frac{5}{8}$,

系数化为 1 得 $x = \frac{5}{8} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{16}$.

20. 求 x 的值: $\frac{3.5}{x} = \frac{2.1}{5}$

【答案】 $x = \frac{25}{3}$

【解析】

【分析】利用比例的基本性质将原式转化为整式方程, 求解后检验即可得到结果;

【详解】解: $\frac{3.5}{x} = \frac{2.1}{5}$,

根据比例的基本性质交叉相乘得: $2.1x = 3.5 \times 5$,

则 $2.1x = 17.5$,

系数化为 1 得: $x = \frac{17.5}{2.1} = \frac{175}{21} = \frac{25}{3}$,

检验: 当 $x = \frac{25}{3}$ 时, $x \neq 0$, 原方程分母不为 0, 分式有意义, 因此 $x = \frac{25}{3}$ 是原方程的解.

21. 已知: $a:b = \frac{1}{3}:0.5, a:c = 9.1:1\frac{2}{5}$, 求 $a:b:c$ 最简整数比.

【答案】

$$a:b:c = 26:39:4$$

【解析】

【分析】先将已知的两个单比化简为最简整数比, 再统一两个比中 a 的份数, 利用比例的基本性质即可求出三个数的最简整数连比;

【详解】解: $a:b = \frac{1}{3}:0.5 = \frac{1}{3}:\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{3} \times 6\right):\left(\frac{1}{2} \times 6\right) = 2:3$,

$$a:c = 9.1:1\frac{2}{5} = 9.1:1.4 = 91:14 = 13:2,$$

2 和 13 的最小公倍数为 26,

根据比例的基本性质变形得: $a:b = 2:3 = (2 \times 13):(3 \times 13) = 26:39$,

$$a:c = 13:2 = (13 \times 2):(2 \times 2) = 26:4,$$

因此 $a:b:c = 26:39:4$.

22. 华政附中制作獬豸玩偶, 今年第一季度制作了 40 个, 第二季度制作了 50 个.

(1) 求今年第二季度玩偶产量的增长率.

(2) 今年第三季度将继续制作, 将在第二季度的增长率的基础上, 再提高了 5 个百分点, 求第三季度将制作獬豸玩偶多少个?

【答案】(1)

25%

(2)

65 个

【解析】

【分析】(1) 根据增长率的定义, 用第二季度与第一季度的产量差除以第一季度的产量, 即可得到第二季度的增长率;

(2) 先求出第三季度相对于第二季度的增长率, 再用第二季度产量乘以 $(1 + \text{增长率})$, 即可得到第三季度

的产量

【小问 1 详解】

解：已知第一季度制作了 40 个，第二季度制作了 50 个，

产量增长量为 $50 - 40 = 10$ （个），增长率为 $\frac{10}{40} \times 100\% = 25\%$ ，

答：今年第二季度玩偶产量的增长率为 25%；

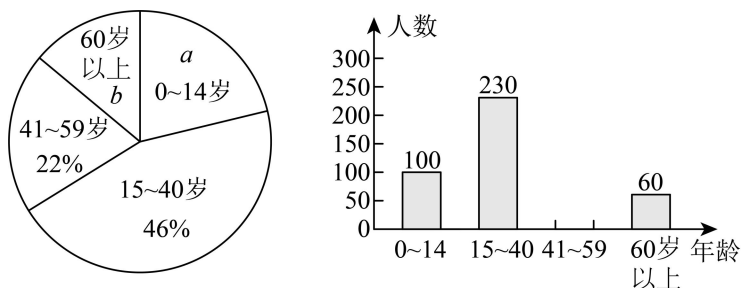
【小问 2 详解】

解：由题意得，第三季度的增长率为 $25\% + 5\% = 30\%$ ，

第三季度产量为 $50 \times (1 + 30\%) = 50 \times 1.3 = 65$ （个），

答：第三季度将制作獬豸玩偶 65 个.

23. 小丽学完统计知识后，随机调查了她所在辖区若干名居民的年龄，将调查数据绘制成如下扇形和条形统计图：



请根据以上不完整的统计图提供的信息，解答下列问题：

- (1) 小丽同学共调查了_____名居民的年龄；
- (2) 扇形统计图中 $a =$ _____, $b =$ _____ (填写百分数)，并补全条形统计图；
- (3) 扇形统计图中，表示“年龄在 0~14 岁的居民”的扇形的圆心角度数是_____.

【答案】(1) 500 (2) 20%，12%，补全统计图见解析

(3) 72°

【解析】

【分析】本题主要考查了扇形统计图与条形统计图、画条形统计图、求扇形统计图圆心角的度数等知识点，从统计图中获取所需信息是解题的关键.

(1) 由条形统计图可知 15~40 岁的有 230 人，由扇形统计图可知 15~40 岁的占被调查总人数的 46%，由 $230 \div 46\%$ 即可求得被调查的小区居民的总人数；

(2) 求 a 时，用 0~14 岁的人数除以调查的总人数；用 60 岁以上的人数除以调查的总人数即可求出 b ，进而求得 41~59 岁居民人数，再补全统计图即可；

(3) 用 0~14 岁居民所占的百分率乘以 360° 即可解答.

【小问 1 详解】

解：被调查的居民的总人数： $230 \div 46\% = 500$ (人).

故答案为：500.

【小问 2 详解】

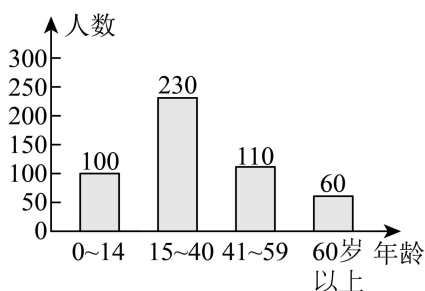
解：0~14 岁居民所占的百分率： $a = 100 \div 500 = 0.2 = 20\%$ ；

60 岁以上居民所占的百分率： $b = 60 \div 500 = 0.12 = 12\%$.

故答案为：20%，12% .

41~59 岁居民人数为： $500 - 100 - 230 - 60 = 110$.

条形统计图如下：

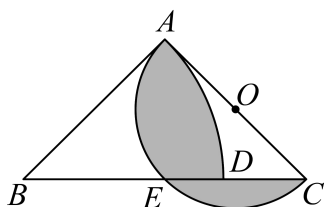


【小问 3 详解】

解：扇形统计图中，表示“年龄在 0~14 岁的居民”的扇形的圆心角度数是 $20\% \times 360^\circ = 72^\circ$.

故答案为： 72° .

24. 如图， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AB = AC = 16\text{cm}$ ，以 AC 为直径画半圆交 CB 于点 E ，以点 B 为圆心， AB 为半径画弧 AD .



(1) 求弧 AD 的长度；(π 取 3.14)

(2) 求图中阴影部分的面积. (结果保留 π)

【答案】(1) 弧 AD 的长度为 12.56cm ；

(2) 图中阴影部分的面积为 $(64\pi - 128)\text{cm}^2$

【解析】

【分析】(1) 先求出弧 AD 对应的圆心角 $\angle B = 45^\circ$ ，半径 $r = AB = 16\text{cm}$ ，代入弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，进行计算即可；

(2) 先分别计算：以 AC 为直径的半圆面积、圆心角 45° 的扇形 ABD 面积、 $\triangle ABC$ 的面积，根据图象可

得阴影面积为两规则图形面积和减去三角形面积.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle CAB = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$,

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ ,$$

$\therefore$ 弧 AD 是以点 B 为圆心、 AB 为半径的圆弧,

$\therefore$ 弧所在圆的半径 $r = AB = 16 \text{ cm}$, 对应的圆心角就是 $\angle B = 45^\circ$,

$$\begin{aligned}\therefore l_{AD} &= \frac{n}{360} \times 2\pi r \\ &= \frac{45}{360} \times 2 \times 3.14 \times 16 \\ &= \frac{1}{8} \times 100.48 \\ &= 12.56(\text{cm});\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

解: $\because AC = 16\text{cm}$,

$\therefore$ 半圆 AC 的半径 $r = 16 \div 2 = 8(\text{cm})$,

$$\begin{aligned}\therefore S_{\text{半圆}AC} &= \frac{1}{2} \pi r^2 \\ &= \frac{1}{2} \times \pi \times 8^2\end{aligned}$$

$$= 32\pi (\text{cm}^2);$$

$$S_{\text{扇形}ABD} = \frac{45}{360} \times \pi r^2 = 32\pi (\text{cm}^2);$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 16$$

$$= 128(\text{cm}^2),$$

由图可得, $S_{\text{阴影}} = S_{\text{半圆}AC} + S_{\text{扇形}ABD} - S_{\triangle ABC}$

$$= 32\pi + 32\pi - 128$$

$$= 64\pi - 128(\text{cm}^2).$$

25. 小杰同学把一面小旗帜放置在一个平面上, 其中 $\triangle ABC$ 是一个直角三角形, $\angle ABC = 60^\circ$, 边 $AB = 3$ 分米, $BC = 6$ 分米. 旗帜把手 $DC = 3$ 分米.

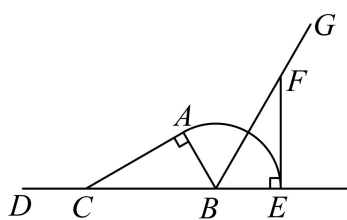


图1

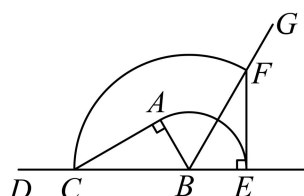


图2

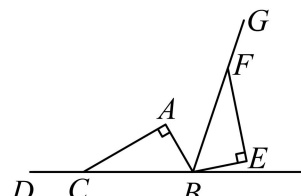


图3

- (1) 如图 1, 把它绕着点 B 沿着直线翻动, 落到了右侧小旗帜的位置处. 求点 A 经过的路程: (结果保留 π)
- (2) 如图 2, 求边 AC 扫过的阴影面积: (结果保留 π)
- (3) 如图 3, 当小旗帜翻动后的位置如图所示时, 如果点 C 经过的路程是 x 分米, 那么点 D 经过的路程 y 是多少分米? (结果用含有 x 的式子表示)

【答案】 (1) 点 A 经过的路程为 2π 分米

(2) 边 AC 扫过的阴影面积为 9π 平方分米

(3) 点 D 经过的路程 y 是 $\frac{3}{2}x$ 分米

【解析】

【分析】 (1) 求出弧 AE 的长即可;

(2) 将阴影部分的面积转化为扇形 CBF 的面积减去扇形 ABE , 进行求解即可;

(3) 根据点 C 经过的路程是 x 分米, 求出旋转角的度数, 再根据弧长公式求出点 D 经过的路程即可.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, 即旋转角为 120° ,

$\therefore$ 点 A 经过的路程为 $l_{\widehat{AE}} = \frac{120 \times \pi \times 3}{180} = 2\pi$ (分米);

【小问 2 详解】

解: 由题意可得, $S_{\triangle BEF} = S_{\triangle ABC}$, $\angle ABC = \angle FBE = 60^\circ$,

$\therefore \angle CBF = 120^\circ$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}CBF} + S_{\triangle BEF} - S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形}ABE}$

$= S_{\text{扇形}CBF} - S_{\text{扇形}ABE}$

$= \frac{120 \times \pi \times 6^2}{360} - \frac{120 \times \pi \times 3^2}{360}$

$= 9\pi$ (平方分米);

【小问 3 详解】

解：∵点C经过的路程是 x 分米，

$$\therefore \angle CBF = 180x \div 6\pi = \frac{30x}{\pi},$$

$$\therefore BC = 6 \text{ 分米}, DC = 3 \text{ 分米}$$

$$\therefore BD = 9 \text{ 分米},$$

$$\therefore \text{点D经过的路程是} \frac{\frac{30x}{\pi} \times \pi \times 9}{180} = \frac{3}{2}x \text{ (分米)}.$$

26. 如图，内蒙古游牧民族的屋舍是一种上面是圆锥形，下面是圆柱形的蒙古包。圆柱底面的半径是3米；高是2米，圆锥的高是1米。



(1) 求蒙古包的空间有多少立方米。（结果保留 π ）

(2) 小呼用该蒙古包存放牧草共计3140公斤。现欲将这些牧草运往另一个牧场，甲、乙两个运输队承担此次运输任务，已知甲运输队每天比乙运输队多运送 $\frac{2}{15}$ ，在运送过程中，甲、乙两运输队合运7天后，甲运输队有其他任务，剩下由乙运输队单独运送6天，恰好运完。求乙运输队每天运送多少公斤牧草？

【答案】(1) 蒙古包的空间有 21π 立方米；

(2) 乙运输队每天运送150公斤牧草

【解析】

【分析】(1) 蒙古包由同底的圆柱和圆锥组成，底面半径均为3m，分别代入圆柱体积公式 $V_{\text{柱}} = \pi r^2 h_{\text{柱}}$ 、圆锥体积公式 $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h_{\text{锥}}$ ，进而即可求解出蒙古包的空间；

(2) 设乙运输队每天运送 x 公斤，由题意得甲每天运送 $\frac{17}{15}x$ 公斤，根据“合运7天+乙单运6天=总3140公斤”列方程 $(x + \frac{17}{15}x) \times 7 + 6x = 3140$ ，进行求解即可。

【小问1详解】

解：由题意得，圆柱底面半径 $r = 3\text{m}$ ，圆柱高 $h_{\text{柱}} = 2\text{m}$ ；圆锥与圆柱底面相同，半径也为 $r = 3\text{m}$ ，圆锥高 $h_{\text{锥}} = 1\text{m}$ 。

$$\therefore V_{\text{柱}} = \pi r^2 h_{\text{柱}}$$

$$= \pi \times 3^2 \times 2$$

$$= 18\pi (\text{m}^3),$$

$$V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h_{\text{锥}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1$$

$$= 3\pi (\text{m}^3),$$

$$\therefore \text{蒙古包总体积: } V = V_{\text{柱}} + V_{\text{锥}}$$

$$= 18\pi + 3\pi$$

$$= 21\pi (\text{m}^3);$$

【小问2 详解】

解：设乙运输队每天运送 x 公斤牧草，

$\therefore$ 甲运输队每天比乙运输队多运送 $\frac{2}{15}$ ，

$\therefore$ 甲每天运送 $\left(1 + \frac{2}{15}\right)x = \frac{17}{15}x$ 公斤，

根据题意得， $\left(x + \frac{17}{15}x\right) \times 7 + 6x = 3140$

$$\frac{32}{15}x \times 7 + 6x = 3140$$

$$\frac{224}{15}x + \frac{90}{15}x = 3140$$

$$\frac{314}{15}x = 3140$$

$$\frac{1}{15}x = 10$$

解得 $x = 150$ ，

$\therefore$ 乙运输队每天运送 150 公斤牧草.