

2025 学年第二学期六年级数学学科期中考试

(90 分钟完成 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分)

1. 已知 $x:y=3:4$, 则下列正确的是 ()

A. $x=3, y=4$

B. $4x=3y$

C. $xy=12$

D. $3x=4y$

【答案】 B

【解析】

【分析】 利用比例交叉相乘相等的性质, 将已知比例式转化为乘积式即可判断选项.

【详解】 解: $\because$ 比例的基本性质为: 若 $a:b=c:d$, 则 $ad=bc$,

已知 $x:y=3:4$,

$\therefore$ 交叉相乘得 $4x=3y$, 选项 B 正确;

选项 A: $x:y=3:4$, 仅表示 x 与 y 的比值, x 、 y 可以取任意满足该比值的数, 错误;

选项 C: 若 $x=6, y=8$, 满足 $x:y=3:4$, 此时 $xy=48 \neq 12$, 错误;

选项 D: 推导结果为 $4x=3y$, 不是 $3x=4y$, 错误;

2. 在 3、4、5 中添加一个数, 不能使这四个数成比例的是 ()

A. $\frac{20}{3}$

B. $\frac{15}{4}$

C. $\frac{12}{5}$

D. 4

【答案】 D

【解析】

【详解】 解: A、 $3 \times \frac{20}{3} = 4 \times 5$, 这四个数成比例;

B、 $4 \times \frac{15}{4} = 3 \times 5$, 这四个数成比例;

C、 $5 \times \frac{12}{5} = 3 \times 4$, 这四个数成比例;

D、这四个数的所有组合为 $3 \times 4 \neq 4 \times 5$, $4 \times 4 \neq 3 \times 5$, 不能使这四个数成比例.

3. 若一段弧的长度是它所在圆周长的 $\frac{11}{18}$, 则这段弧所对的圆心角为 ()

A. 55°

B. 110°

C. 220°

D. 330°

【答案】 C

【解析】

【分析】利用弧长与圆周长的比例等于弧所对圆心角与周角的比例关系求解，直接计算即可得到结果.

【详解】解：∵弧长占所在圆周长的比例等于该弧所对圆心角占周角的比例，周角为 360° ，

又∵弧长占圆周长的 $\frac{11}{18}$

∴所求圆心角为 $360^\circ \times \frac{11}{18} = 220^\circ$.

4. 下列说法中错误的是（ ）

A. 一个圆的大小与它的半径有关

B. π 是无限不循环小数

C. $\pi = 3.14$

D. π 是圆的周长与它的直径的比值

【答案】C

【解析】

【分析】根据 π 的定义与性质逐一判断选项.

【详解】解：选项A：圆的大小由半径决定，半径越大圆越大，说法正确，不符合题意；

选项B： π 是无限不循环小数，说法正确，不符合题意；

选项C：3.14只是 π 的近似值，并不等于 π ，说法错误，符合题意；

选项D：根据定义， π 是圆的周长与它的直径的比值，说法正确，不符合题意.

5. 一种机械手表上的圆形螺丝的直径是2毫米，在设计图纸上的相应直径为20厘米，则这幅设计图纸的比例尺是（ ）

A. 100:1

B. 10:1

C. 1:10

D. 1:100

【答案】A

【解析】

【分析】先统一单位，再根据比例尺的定义计算化简即可得到结果.

【详解】解：∵图上直径20厘米=200毫米，实际直径为2毫米，

∴比例尺 = $200:2 = 100:1$.

6. 已知六（4）班男生人数为20人，女生人数为24人，下列说法中错误的是（ ）

A. 男女生人数之比为5:6

B. 男生人数与全班人数之比为5:11

C. 男生人数比女生人数少 $\frac{1}{6}$

D. 女生人数比男生人数多 $\frac{1}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据已知人数，通过化简比，计算一个数比另一个数多（少）几分之几的方法判断选项正误，解题关键是求分率时单位“1”为被比较的量.

【详解】解：∵男生人数为20人，女生人数为24人

∴全班人数为 $20+24=44$ 人

对选项A：男女生人数比为 $20:24=5:6$ ，A正确.

对选项B：男生人数与全班人数比为 $20:44=5:11$ ，B正确.

对选项C：求男生比女生人数少几分之几，单位“1”为女生人数，人数差为 $24-20=4$ 人，可得 $\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$ ，
C正确.

对选项D：求女生比男生人数多几分之几，单位“1”为男生人数，人数差为 $24-20=4$ 人，可得 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}\neq\frac{1}{6}$ ，
D错误.

7. 若一个扇形的圆心角扩大为原来的4倍，要使这个扇形的面积不变，则该扇形的半径需（ ）

A. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$

B. 缩小为原来的 $\frac{1}{4}$

C. 缩小为原来的 $\frac{1}{8}$

D. 缩小为原来的 $\frac{1}{16}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用扇形面积公式，在面积不变的条件下，建立圆心角变化前后的等式关系，推导出半径的变化倍数.

【详解】解：设原扇形的圆心角为 n ，半径为 r ，则原扇形面积为 $S=\frac{n\pi r^2}{360}$ ，

设变化后扇形半径为 R ，由题意得变化后圆心角为 $4n$ ，面积仍为 S ，

∴面积不变，

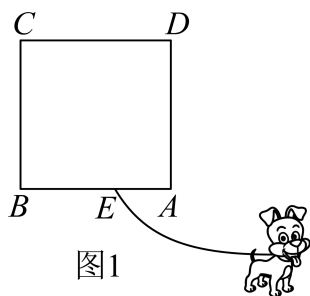
$$\therefore \frac{4n\pi R^2}{360} = \frac{n\pi r^2}{360},$$

$$\text{即 } R^2 = \frac{1}{4}r^2,$$

∴扇形半径为正数，

$\therefore R = \frac{1}{2}r$ ，即半径需缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ 。

8. 如图所示，一只狗临时被主人用绳子拴在牛棚一边的点 E 处，这个牛棚的平面图是一个长为 6 米，宽为 5 米的长方形 $ABCD$ ，其中 $AE = 2$ 米， $BE = 4$ 米，且狗不能进入牛棚内活动。当绳长为 6 米时，狗所能活动到的地面部分的面积为（ ）



- A. 22π 平方米 B. 23π 平方米 C. 18π 平方米 D. 19π 平方米

【答案】B

【解析】

【分析】狗所能活动到的地面部分包括 3 个扇形：①以点 E 为圆心，半径为 6 米的半圆上；②绕过点 B ，以点 B 为圆心，半径为 2 米的 $\frac{1}{4}$ 圆上；③绕过点 A ，以点 A 为圆心，半径为 4 米的 $\frac{1}{4}$ 圆上，据此计算即可。

【详解】解：由题意可知，狗所能活动到的地面部分包括 3 个扇形。

①以点 E 为圆心，半径为 6 米的半圆上，

则此时狗所能活动到的地面部分面积为 $\frac{1}{2}\pi \times 6^2 = 18\pi$ （平方米）；

②绕过点 B ，以点 B 为圆心，半径为 $6 - 4 = 2$ 米的 $\frac{1}{4}$ 圆上，

则此时狗所能活动到的地面部分面积为 $\frac{1}{4}\pi \times 2^2 = \pi$ （平方米）；

③绕过点 A ，以点 A 为圆心，半径为 $6 - 2 = 4$ 米的 $\frac{1}{4}$ 圆上，

则此时狗所能活动到的地面部分面积为 $\frac{1}{4}\pi \times 4^2 = 4\pi$ （平方米）；

所以狗所能活动到的地面部分的面积为 $18\pi + \pi + 4\pi = 23\pi$ （平方米）。

二、填空题（本大题共 10 题，每题 2 分，满分 20 分）

9. 求比值： $\frac{4}{3} : 1.2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{10}{9}$

【解析】

【分析】根据求比值的定义，比值是比的前项除以后项所得的商，先将小数化为分数，再根据分数除法的

运算法则计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【详解】解: } \frac{4}{3}:1.2 &= \frac{4}{3} \div 1.2 \\ &= \frac{4}{3} \div \frac{6}{5} \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{5}{6} \\ &= \frac{10}{9}.\end{aligned}$$

10. 已知六 (2) 班有 40 名学生, 昨天有 1 人事假, 1 人病假, 则昨天该班学生的出勤率为_____.

【答案】 95%

【解析】

【分析】 先根据题意求出该班出勤人数, 再利用出勤率的公式计算.

【详解】解: 由题意得, 该班总人数为 40, 出勤人数为 $40 - 1 - 1 = 38$,

$$\text{则出勤率} = \frac{38}{40} \times 100\% = 95\%.$$

11. 已知 b 是 a 和 c 的比例中项, 且 $a:b=1:3$, 则 $b:c=_____$.

【答案】

1:3

【解析】

【详解】解: $\because b$ 是 a 和 c 的比例中项

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

$$\because a:b=1:3, \text{ 即 } \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{b}{c} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } b:c=1:3.$$

12. 一个时钟的时针长是 4 厘米, 从上午 10 点到当日下午 1 点, 时针针尖经过的路程为_____厘米. (π 取 3.14)

【答案】 6.28

【解析】

【分析】 先得出时针针尖经过的路程为 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ 圆, 再利用圆的周长公式计算即可.

【详解】解: $\because$ 从上午 10 点到当日下午 1 点, 共经过了 $1+12-10=3$ (小时), 且时针长是 4 厘米, 时针转一圈是 12 小时,

$$\therefore \text{时针针尖经过的路程为 } \frac{3}{12} \times 2 \times \pi \times 4$$

$$= \frac{1}{2} \times 12.56$$

$$= 6.28 \text{ (厘米)}.$$

13. 某学校合唱社团共有 40 名学生，其中女生占了 62.5%，则男生有_____名.

【答案】 15

【解析】

【分析】 先计算男生占总人数的百分比. 再用总人数乘以男生所占百分比，即可求出男生人数.

【详解】 解：根据题意可得，男生占总人数的百分比为：

$$1 - 62.5\% = 37.5\%,$$

则男生人数为：

$$40 \times 37.5\% = 40 \times 0.375 = 15.$$

14. 一件衣服标价 240 元，打八折后出售仍可赚 20%，则这件衣服的进价为_____元.

【答案】 160

【解析】

【分析】 设这件衣服的进价为未知数，再根据售价与进价、利润率的等量关系列一元一次方程，解方程即可得到进价.

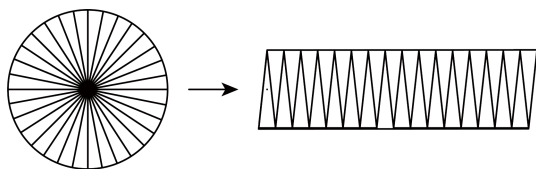
【详解】 解：设这件衣服的进价为 x 元，

$$\text{根据题意可得：} (1 + 20\%)x = 240 \times 0.8,$$

$$\text{整理得 } 1.2x = 192,$$

$$\text{解得 } x = 160.$$

15. 如图所示，将一个圆等分成若干份，按图示方式拼合在一起，如果等分的份数越多，拼成的图形就越接近长方形. 已知拼成图形的周长比原来圆的周长增加了 10 厘米，则该圆的面积为_____平方厘米. (结果保留 π)



【答案】 25π

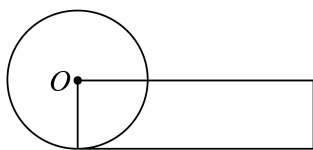
【解析】

【分析】 拼成图形的周长比原来圆的周长增加的部分是 2 条圆的半径，据此求出圆的半径，利用圆的面积公式计算即可.

【详解】 解：由题意得：该圆的半径为 $10 \div 2 = 5$ (厘米)，

则该圆的面积为 $\pi \times 5^2 = 25\pi$ (平方厘米).

16. 如图所示, 一个圆的圆心为 O , 它的周长为 25.12 厘米, 若图中长方形的面积为 36 平方厘米, 则该长方形的周长为_____厘米. (π 取 3.14)



【答案】 26

【解析】

【分析】 先求出圆的半径, 则可得长方形的宽, 再求出长方形的长即可.

【详解】 解: $\because$ 一个圆的圆心为 O , 它的周长为 25.12 厘米,

$\therefore$ 这个圆的半径为 $25.12 \div (2 \times 3.14) = 4$ (厘米),

由图可知, 图中长方形的宽等于圆的半径, 即为 4 厘米,

$\therefore$ 图中长方形的面积为 36 平方厘米,

$\therefore$ 图中长方形的长为 $36 \div 4 = 9$ (厘米),

$\therefore$ 该长方形的周长为 $2 \times (9 + 4) = 26$ (厘米).

17. 如果一个扇形的周长是该扇形的弧长的 2 倍, 那么称这个扇形为 “倍半扇形”. 已知某个 “倍半扇形” 的半径为 4, 则该扇形的面积为_____.

【答案】 16

【解析】

【分析】 结合扇形周长的组成, 求出扇形的弧长, 再代入扇形面积公式计算即可得到结果.

【详解】 解: 设该 “倍半扇形” 的弧长为 l , 半径为 r , 圆心角为 n ,

则半径 $r = 4$, 扇形周长为 $2r + l$,

根据题意可得 $2r + l = 2l$,

即 $l = 2r$,

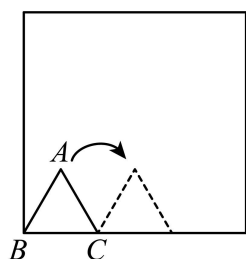
将 $r = 4$ 代入, 得 $l = 8$, 得圆的周长为 8π ,

所以可得该弧长所占圆的周长比为 $\frac{l}{C} = \frac{8}{8\pi} = \frac{1}{\pi}$,

所以该弧长所在的扇形面积就为所在圆的面积的 $\frac{1}{\pi}$ 倍,

故扇形面积为 $S = \pi r^2 \times \frac{1}{\pi} = \pi \times 4^2 \times \frac{1}{\pi} = 16$.

18. 如图所示，在一个边长为 9 厘米的正方形内有一个边长为 3 厘米的等边三角形 ABC （等边三角形的三条边相等，三个内角都等于 60° ）、三角形 ABC 沿着正方形的边作顺时针方向的滚动。当三角形 ABC 第一次回到初始位置时，点 A 经过的路程为_____厘米。（ π 取 3.14）



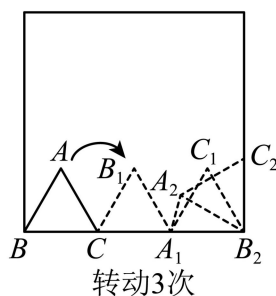
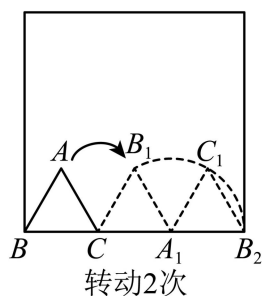
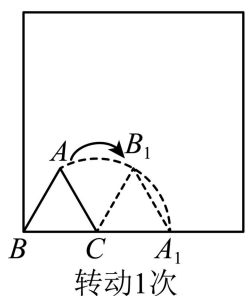
【答案】 31.4

【解析】

【分析】 画出图形，得出等边三角形 ABC 在正方形的一条边上滚动三次，以及点 A 经过的路程即可。

【详解】 解：由题意得：如图，等边三角形 ABC 在正方形的一条边上滚动三次，其中，点 A 经过的路程有两部分：一部分是以等边三角形 ABC 的边长为半径、圆心角等于 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 的圆弧 AA_1 的长；

另一部分是以等边三角形 ABC 的边长为半径、圆心角等于 $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 的圆弧 A_1A_2 的长。



则当三角形 ABC 第一次回到初始位置时，点 A 经过的路程为 $4 \times \left(\frac{120 \times 3.14 \times 3}{180} + \frac{30 \times 3.14 \times 3}{180} \right) = 31.4$

(厘米)。

三、解答题（本大题共 8 题，第 19-22 题每题 6 分，第 23-26 题每题 8 分，满分 56 分）

19. 求下列各式中 x 的值：

(1) $x : \frac{5}{2} = 40\%$

(2) $1\frac{3}{4} : (x - 1) = 5 : 4$

【答案】 (1) $x = 1$

(2) $x = \frac{12}{5}$

【解析】

【小问 1 详解】

$$\text{解: } x : \frac{5}{2} = 40\%$$

$$x = 40\% \times \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{2}{5} \times \frac{5}{2}$$

$$x = 1;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } 1\frac{3}{4} : (x-1) = 5 : 4$$

$$\frac{7}{4} : (x-1) = 5 : 4$$

$$5(x-1) = 4 \times \frac{7}{4}$$

$$5x - 5 = 7$$

$$5x = 5 + 7$$

$$5x = 12$$

$$x = \frac{12}{5}$$

20. 已知 $a:b=120\%:3$, $a:c=0.2:0.7$, 求 $a:b:c$ 的值.

【答案】 $a:b:c=2:5:7$

【解析】

【分析】把两个比中 a 的份数化为相同的最简整数, 即可求出三个数的连比.

【详解】解: $a:b=120\%:3=1.2:3$,

两边同乘 10 化为整数比得 $12:30$, 化简得 $a:b=2:5$;

$a:c=0.2:0.7$ 两边同乘 10 化为整数比得 $a:c=2:7$,

两个比中 a 的份数相同, 因此 $a:b:c=2:5:7$.

21. 用比例的知识求解: 小红计划周末驾驶自己的电动汽车去 470 千米外的露营基地露营. 已知该电动汽车的电池容量为 72 度($\text{kW}\cdot\text{h}$), 每行驶 100 千米耗电 15 度($\text{kW}\cdot\text{h}$), 如果小红在出发前将电池充满, 那么在途中不再充电的情况下能否直接到达露营地?

【答案】在途中不再充电的情况下能直接到达露营地.

【解析】

【分析】由电动汽车单位路程耗电量固定，则行驶路程与耗电量成正比例关系，利用比例知识求出满电可行驶的总路程，再与到露营地的距离比较即可得出结论.

【详解】解：设充满电后电动汽车可行驶 x 千米，
由题意得，行驶路程与耗电量成正比例，可得 $100:15 = x:72$,

$$15x = 100 \times 72,$$

$$15x = 7200,$$

$$x = 480,$$

因为 $480 > 470$,

所以能直接到达露营地，

答：在途中不再充电的情况下能直接到达露营地.

22. 用 280 厘米长的铁丝做一个长方体的框架，其长、宽、高之比为 $5:2:3$. 要使铁丝恰好用完（接头处的损耗忽略不计）. 问：这个长方体的长、宽、高分别为多少厘米？

【答案】这个长方体的长为 35 厘米，宽为 14 厘米，高为 21 厘米

【解析】

【分析】由长、宽、高之比为 $5:2:3$ 可设这个长方体的长为 $5x$ 厘米，宽为 $2x$ 厘米，高为 $3x$ 厘米，根据铁丝总长为 280 厘米列一元一次方程求解即可.

【详解】解：设这个长方体的长为 $5x$ 厘米，宽为 $2x$ 厘米，高为 $3x$ 厘米，根据题意得：

$$4(5x + 2x + 3x) = 280,$$

解得： $x = 7$,

因此， $5x = 35$ ， $2x = 14$ ， $3x = 21$,

答：这个长方体的长为 35 厘米，宽为 14 厘米，高为 21 厘米.

23. 某市计划今年前三季度的工业总产值为 740 亿元，其中第二季度的工业总产值为 240 亿元，比第一季度增长了 20%，问：

(1) 第一季度的工业总产值是多少亿元？

(2) 若要如期达成计划，则该市第三季度的增长率需在第二季度的基础上提高多少个百分点？

【答案】(1) 200 亿元

(2) 提高 5 个百分点

【解析】

【分析】(1) 利用第二季度的工业总产值除以 $(1 + 20\%)$ 即可；

(2) 利用第三季度的工业总产值减去第二季度的工业总产值，再除以第二季度的工业总产值可得第三季度的增长率，然后减去第二季度的增长率即可。

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 240 \div (1 + 20\%)$$

$$= 240 \div 1.2$$

$$= 200 \text{ (亿元),}$$

答: 第一季度的工业总产值是 200 亿元.

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{740 - 200 - 240 - 240}{240} \times 100\% - 20\%$$

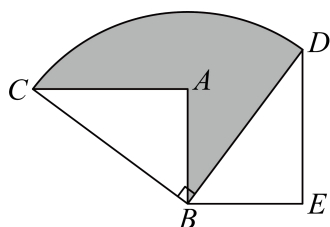
$$= \frac{60}{240} \times 100\% - 20\%$$

$$= 25\% - 20\%$$

$$= 5\%,$$

答: 该市第三季度的增长率需在第二季度的基础上提高 5 个百分点.

24. 如图所示, 在三角形 ABC 中, $AB = 6, AC = 8, BC = 10, \angle BAC = 90^\circ$, 将三角形 ABC 绕着点 B 顺时针旋转 90° (即 $\angle CBD = 90^\circ$) 得到三角形 EBD . 求阴影部分的周长和面积. (π 取 3.14)



【答案】阴影部分的周长为 39.7, 阴影部分面积为 54.5

【解析】

【分析】根据弧长公式求出 $\widehat{CD}$ 的长, 再根据阴影部分周长为三条直角三角形的长加弧长, 即可得出答案; 用扇形面积减去三角形面积, 得出阴影部分的面积即可.

$$\text{【详解】解: } \widehat{CD} \text{ 的长为: } \frac{90 \times 3.14 \times 10}{180} = 15.7,$$

$$\text{阴影部分的周长为: } 6 + 8 + 10 + 15.7 = 39.7;$$

阴影部分的面积为:

$$\frac{90 \times 3.14 \times 10^2}{360} - \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$

$$= 78.5 - 24$$

$$= 54.5$$

25. 阅读材料，回答问题：

材料一：每个公民都有纳税的义务。纳税是指把收入中应纳税的部分（应纳税所得额）按照一定的比率（税率）缴纳给国家。居民个人应纳税所得额=月度收入-起征点-专项扣除，其中起征点为 5000 元。以下是个税税率表：

级数	全月应纳税所得额	税率
1	不超过 3000 元的部分	3%
2	超过 3000 元至 12000 元的部分	10%
3	超过 12000 元至 25000 元的部分	20%

材料二：以下为 A 银行定期存款利率表：

存期	一年	两年	三年
年利率	1.1%	1.2%	1.55%

材料三：某店铺一款笔记本电脑标价 7000 元，过年期间全场八折出售。该店同时参与“国家补贴”活动，按电脑成交价的15% 给予补贴（付款时直接扣除减免），每台电脑最高补贴 1500 元。

- (1) 根据材料一，小王 2024 年 1 月收入为 20000 元，“专项扣除”为 3000 元。小王当月应缴纳个人所得税为多少元？
- (2) 根据材料二，小王将 20 万元全部存入 A 银行中，选择定期存款 2 年，那么到期时小王实际获得多少利息？
- (3) 根据材料三，在 (2) 的条件下，过年期间，参加“国家补贴”的小王能否用取得的利息购买这款笔记本电脑？请说明理由。

【答案】 (1) 990 元

(2) 4800 元 (3) 能，理由见解析

【解析】

【分析】 (1) 先求出全月应纳税所得额，再根据个税税率表列式计算即可；

(2) 利用本金乘以年利率，再乘以存期即可；

(3) 先求出可获得的国家补贴，再求出购买该款笔记本电脑的费用，然后与 (2) 中的利息进行大小比较

即可.

【小问 1 详解】

解: $20000 - 5000 - 3000 = 12000$ (元),

$$3000 \times 3\% + (12000 - 3000) \times 10\%$$

$$= 90 + 900$$

$$= 990 \text{ (元)},$$

答: 小王当月应缴纳个人所得税为 990 元.

【小问 2 详解】

解: $200000 \times 1.2\% \times 2$

$$= 2400 \times 2$$

$$= 4800 \text{ (元)},$$

答: 到期时小王实际获得 4800 元利息.

【小问 3 详解】

解: $7000 \times 80\% \times 15\% = 840$ (元),

$$\therefore 840 < 1500,$$

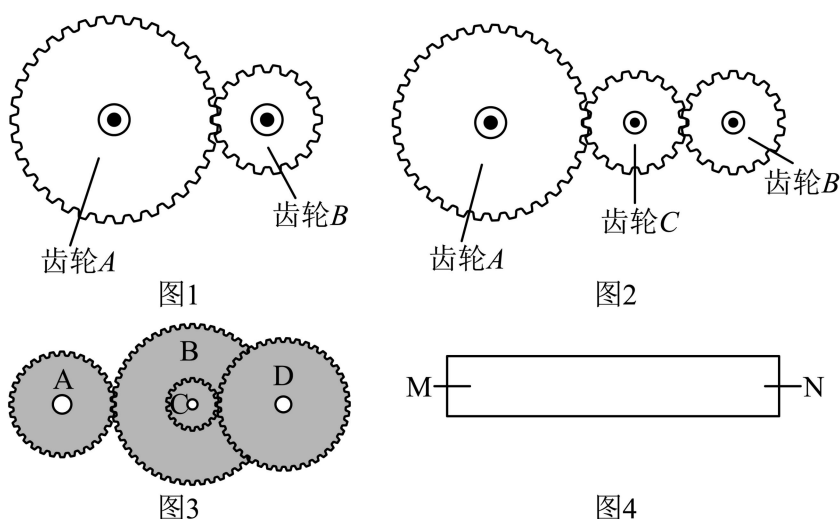
$\therefore$ 购买这款笔记本电脑的费用为 $7000 \times 80\% - 840 = 4760$ (元),

$$\therefore 4760 < 4800,$$

$\therefore$ 参加“国家补贴”的小王能用取得的利息购买这款笔记本电脑.

26. 综合与实践

齿轮是一种有齿的机械构件, 它们通常以两个或多个为一组. 如果两个齿轮不同轴, 一个轴上的齿轮的齿与另一个轴上的齿轮的齿啮合, 当一个齿轮旋转时, 会带动另一个齿轮旋转.



- (1) 如图 1 所示为 35 齿的大齿轮 A 和 18 齿的小齿轮 B .
- ①若小齿轮按顺时针方向旋转, 则大齿轮按_____方向旋转. (填“逆时针”或“顺时针”)
- ②若小齿轮的转速为 7000 圈/分, 则大齿轮的转速为_____圈/分.
- (2) 在实际机械传动场景里, 除了两个齿轮直接啮合传递运动, 也可增加一个或多个惰轮 (如图 2 所示), 由初始齿轮 A 转动, 借助中间与之啮合的齿轮 C , 带动齿轮 B 转动, 以此实现动力的多级传递过程. 在 (1) 的条件下小普同学计划在齿轮 A 和齿轮 B 之间增设一个啮合的齿轮 C , 期望通过增加惰轮改变齿轮转速. 请分析: 采用这样的方法能否改变齿轮的转速? 若能改变, 请说明选择的齿轮齿数及依据; 若无法改变, 请说明原因.

(3) 【制作“齿轮黑箱”】

如图 3, 齿轮 A 与齿轮 B 啮合, 齿轮 B 与齿轮 C 叠接, 齿轮 C 与齿轮 D 啮合. 这种包含同轴齿轮叠接的齿轮组合称为“复合轮系”. 我们不妨用符号“-”表示两个齿轮啮合的状态, 用符号“~”表示两个齿轮叠接的状态, 于是图 3 的“复合轮系”可以用“ $A-B \sim C-D$ ”表示.

现有两个齿数相同但不知具体数值的齿轮 M 和齿轮 N . 请从 12 齿的齿轮 E 、18 齿的齿轮 F 、24 齿的齿轮 G 和 30 齿的齿轮 H 中选择若干个并设计一种“复合轮系”, 与齿轮 M 和齿轮 N 组成如图 4 的“齿轮黑箱”. 通过该“齿轮黑箱”, 齿轮 M 的转动最终带动齿轮 N 的旋转.

现要求齿轮 M 与齿轮 N 的旋转方向相同, 且降速率大于 50% (降速率

$$= \frac{\text{齿轮}M\text{的转速} - \text{齿轮}N\text{的转速}}{\text{齿轮}M\text{的转速}} \times 100\%). \text{ 请设计满足条件的“复合轮系”, 在图 4 的“齿轮黑箱”中}$$

用符号表示, 并直接写出你设计对应的降速率.

【答案】 (1) ①逆时针; ②3600

(2) 无法改变, 理由见解析

(3) $M-H \sim E-N$ (答案不唯一), 降速率为 60%

【解析】

【分析】(1) ①相邻啮合的齿轮, 转动方向相反, 据此求解即可; ②根据大齿轮齿数 $\times$ 大齿轮转速 = 小齿轮齿数 $\times$ 小齿轮转速, 设大齿轮转速为 n , 列方程 $18 \times 7000 = 35 \times n$ 求解即可;

(2) 用“齿数 $\times$ 转速”的关系推导, 会发现最终齿轮 B 的转速和不加惰轮时完全一样, 则惰轮只改变转向, 不改变转速;

(3) 要让齿轮 M 与齿轮 N 的旋转方向相同, 需要偶数次啮合, 再叠接连接中间轮实现降速, 再根据“齿数 $\times$ 转速”守恒, 可算出 M 轮和 N 轮的转速比, 然后根据题意计算降速率.

【小问 1 详解】

①解: 相邻齿轮转动方向相反,

故当小齿轮按顺时针方向旋转, 则大齿轮按逆时针方向旋转;

②解: 设大齿轮的转速为 n 圈/分,

已知大齿轮为 35 齿, 小齿轮为 18 齿,

根据题意可得 $18 \times 7000 = 35 \times n$,

解得 $n = 3600$,

故则大齿轮的转速为 3600 圈/分.

【小问 2 详解】

解: 无法改变, 理由如下:

$\because$ 齿轮 A 的转速 $\times$ 齿轮 A 的齿数 = 齿轮 C 的转速 $\times$ 齿轮 C 的齿数,

$\therefore 3600 \times 35 = \text{齿轮 } C \text{ 的转速} \times \text{齿轮 } C \text{ 的齿数},$

$\because$ 齿轮 C 的转速 $\times$ 齿轮 C 的齿数 = 齿轮 B 的转速 $\times$ 齿轮 B 的齿数,

$\therefore 3600 \times 35 = 18 \times \text{齿轮 } B \text{ 的转速},$

解得齿轮 B 的转速 $\frac{3600 \times 35}{18} = 7000$ 圈/分,

故增加惰轮无法改变齿轮转速.

【小问 3 详解】

解: 若齿轮 M 与齿轮 N 的旋转方向相同, 则需要偶数次啮合, 即有偶数个“-”符号,

叠接轮选择 H 轮和 E 轮, 两轮转速相同,

设齿轮 M 与齿轮 N 的齿数为 NG_M , NG_N , 则 $NG_M = NG_N$,

则 $NG_M \times M \text{ 轮转速} = 30 \times H \text{ 轮转速},$

可得 H 轮转速 = E 轮转速 = $\frac{1}{30} \times NG_M \times M$ 轮转速,

由 $NG_N \times N$ 轮转速 = $12 \times E$ 轮转速,

可得 $NG_N \times N$ 轮转速 = $12 \times \frac{1}{30} \times NG_M \times M$ 轮转速 = $\frac{2}{5} \times NG_M \times M$ 轮转速,

解得 N 轮转速 = $\frac{2}{5} \times M$ 轮转速,

即 $\frac{\text{齿轮}N\text{的转速}}{\text{齿轮}M\text{的转速}} = \frac{2}{5}$,

则降速率为 $\frac{\text{齿轮}M\text{的转速} - \text{齿轮}N\text{的转速}}{\text{齿轮}M\text{的转速}} \times 100\% = \left(1 - \frac{\text{齿轮}N\text{的转速}}{\text{齿轮}M\text{的转速}}\right) \times 100\% = \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times 100\% = 60\%$,

符合要求,

故设计方案为 $M - H \sim E - N$, 降速率为 60%.