

2025 学年度第二学期期中考试卷

六年级 数学学科

(时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 一个比的前项是 4, 比值是 0.5, 那么这个比的后项是 ()

- A. 2 B. 8 C. 0.2 D. 0.8

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了比的意义. 根据“前项:后项=比值”列式计算即可.

【详解】 解: 一个比的前项是 4, 比值是 0.5, 那么这个比的后项是: $4 \div 0.5 = 8$.

故选: B.

2. 《中华人民共和国国旗法》对国旗的制作有明确规定. 中华人民共和国国旗是长方形, 长与宽之比为 3:2, 下列对于国旗通用尺度 (单位: *cm*) 不符合规格的是 ()

- A. 240×160 B. 186×92 C. 144×96 D. 96×64

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据题意中的比例关系, 依次判断各选项的长宽比是否满足 3:2 即可.

【详解】 解: A: $240:160 = 3:2$, 符合规格;

B: $186:92 = 93:46 \neq 3:2$, 不符合规格;

C: $144:96 = 3:2$, 符合规格;

D: $96:64 = 3:2$, 符合规格.

3. 下列事件中, 不确定事件是 ()

- A. 把一个铁块放入水中, 铁块浮起来
B. 任意一个三角形的内角和是 180°
C. 明天一定下雨
D. 在一副扑克牌中任意抽 10 张牌, 其中有 5 张“J”

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了确定事件和随机事件的定义, 解决本题的关键是要明确事件分为确定事件和不确定事

件(随机事件)，确定事件又分为必然事件和不可能事件。根据确定事件和随机事件的定义对各选项逐一分析即可。

- 【详解】解：A、把一个铁块放入水中，铁块浮起来，是不可能事件，是属于确定事件，故不符合题意；
B、任意一个三角形的内角和是 180° ，是必然事件，属于确定事件，故不符合题意；
C、明天会下雨为是不确定事件，故符合题意；
D、在一副扑克牌中任意抽 10 张牌，其中有 5 张“J”，是不可能事件，是属于确定事件，故不符合题意，
故选：C。

4. 小明测得自家圆形时钟分针针尖到圆心的距离为 10cm ，则经过 25 分钟，分针针尖所扫过的面积是（ ）

- A. $\frac{125\pi}{3}\text{cm}^2$ B. $\frac{250\pi}{3}\text{cm}^2$ C. $\frac{25\pi}{3}\text{cm}^2$ D. $\frac{25\pi}{6}\text{cm}^2$

【答案】A

【解析】

【分析】先求出 25 分钟分针转过的圆心角度数，再代入扇形面积公式计算即可。

【详解】解： $\because$ 分针 60 分钟转一圈，转过的总角度为 360° ，

$$\therefore \text{分针每分钟转过的角度为 } \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ,$$

$$\therefore 25 \text{ 分钟转过的圆心角 } n = 25 \times 6^\circ = 150^\circ,$$

已知分针转动的圆半径 $r = 10\text{cm}$ ，扇形面积公式为 $S = \frac{n\pi r^2}{360}$ ，

$$\text{代入得 } S = \frac{150\pi \times 10^2}{360} = \frac{125\pi}{3}(\text{cm}^2).$$

5. 数学家华罗庚说：“数缺形时少直观，形缺数时难入微。”下列表述中与图形不一致的是（ ）

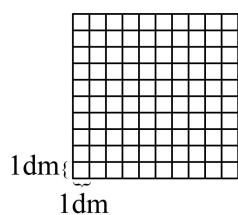


图1

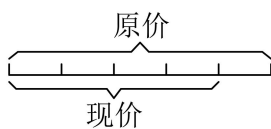


图2

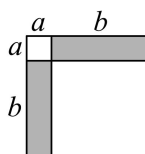


图3

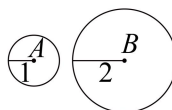


图4

- A. 图 1 中大正方形的面积是 1 平方米
B. 图 2 表示商品现价是原价的八折
C. 图 3 中最大正方形的面积是 $a^2 + 2ab + b^2$
D. 图 4 中圆 B 的面积是圆 A 面积的 2 倍

【答案】D

【解析】

【分析】根据正方形的面积=边长×边长；折扣=现价÷原价；最大正方形面积=最小的正方形面积+大正方形面积+2个长方形面积；圆的面积公式来解答.

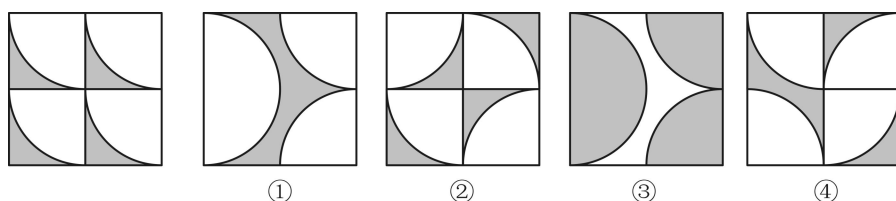
【详解】解：对于 A， $10 \times 10 = 100$ （平方分米），100 平方分米=1 平方米，故 A 正确，不符合题意；

对于 B，把一条线段平均分成 5 段，原价用 5 段表示，现价用 4 段表示，折扣是： $4 \div 5 \times 100\% = 80\%$ ，表示商品打八折，故 B 正确，不符合题意；

对于 C，最大正方形的面积= $a \times a + b \times b + a \times b \times 2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故 C 正确，不符合题意；

对于 D，A 的面积为 π ，B 的面积为 4π ，圆 B 的面积是圆 A 面积的 4 倍，故 D 错误，符合题意.

6. 下面有四个图形，正方形大小相等，与左边阴影部分面积相等的有几张图片（ ）



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】设正方形的边长为 2，则小正方形的边长为 1，圆的半径为 1，分别求出图中阴影部分的面积，进行判断即可.

【详解】解：设正方形的边长为 2，则小正方形的边长为 1，圆的半径为 1，原图中，阴影部分的面积为正方形的面积减去 4 个 $\frac{1}{4}$ 圆的面积，即： $S_{\text{原}} = 2^2 - 4 \times \frac{1}{4} \pi \times 1^2 = 4 - \pi$ ；

图①中，空白部分为一个半圆和两个 $\frac{1}{4}$ 圆，其面积和为 $\pi \times 1^2 = \pi$ ，

∴ 阴影部分的面积为 $4 - \pi$ ，与原图相等；

图②中，阴影部分由 4 个小正方形减去 4 个 $\frac{1}{4}$ 圆组成，

∴ 阴影部分的面积为 $4 \times (1^2 - \frac{1}{4} \pi \times 1^2) = 4 - \pi$ ，与原图相等；

图③中，阴影部分为一个半圆和两个 $\frac{1}{4}$ 圆，

∴ 阴影部分的面积为 $\frac{1}{2} \pi \times 1^2 + 2 \times \frac{1}{4} \pi \times 1^2 = \pi$ ，与原图不相等；

图④中，阴影部分由 4 个小正方形减去 4 个 $\frac{1}{4}$ 圆组成，

∴ 阴影部分的面积为 $4 \times (1^2 - \frac{1}{4} \pi \times 1^2) = 4 - \pi$ ，与原图相等；

综上所述，与原图阴影部分面积相等的图片共 3 张.

二、填空题 (共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 用百分数表示: $\frac{9}{20} = \underline{\hspace{1cm}} \%$.

【答案】 45

【解析】

【分析】 本题是考查分数、百分数之间的转化，利用分数化为小数即可进行转化.

【详解】 解: $\frac{9}{20} = 0.45 \times 100\% = 45\%$

故答案为: 45.

8. 化简比: $0.75 : \frac{1}{4} = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 3:1

【解析】

【分析】 本题考查了比的化简，将小数化为分数，再根据比的基本性质化简.

【详解】 解: $0.75 : \frac{1}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3:1$.

故答案为: 3:1.

9. 已知: $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$, 且 $a - 2b + 3c = 4$, 那么 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】

$\frac{4}{5}$ ## 0.8

【解析】

【分析】 利用设参法进行求解即可.

【详解】 解: 设 $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6} = k$, 则 $a = 2k, b = 5k, c = 6k$,

$\therefore a - 2b + 3c = 2k - 2 \times 5k + 3 \times 6k = 4$,

$\therefore k = \frac{2}{5}$,

$\therefore a = 2k = 2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$.

10. 在比例尺是 1:50000000 的地图上，量得上海到北京的距离是 2.1 厘米，上海到北京的实际距离是 _____ 千米.

【答案】 1050

【解析】

【分析】 根据比例尺为图上距离与实际距离之比，进行求解即可.

【详解】 解：由题意，上海到北京的实际距离是 $2.1 \times 50000000 = 105000000(\text{cm}) = 1050(\text{km})$.

11. 一副扑克牌由 54 张牌组成，从其中抽出一张，对以下 3 个事件：①抽到的牌是红桃②抽到的牌是 K ③抽到的牌面是黑色，按发生的可能性从小到大排列为_____.

【答案】 ②①③

【解析】

【分析】 本题主要考查了可能性从小，比较三个事件发生的可能性，需分别计算每个事件的可能情况数，再除以总数 54，最后比较可能性的大小排序.

【详解】 解：①抽到的牌是红桃的可能性为： $\frac{13}{54}$

②抽到的牌是是 K 的可能性为： $\frac{4}{54}$

③抽到的牌面是黑色的可能性为： $\frac{26}{54}$,

则 $\frac{4}{54} < \frac{13}{54} < \frac{26}{54}$,

按发生的可能性从小到大排列为②①③,

故答案为：②①③.

12. 一套运动装以 280 元出售，可盈利 40%，那么这套运动装的成本价是_____元.

【答案】 200

【解析】

【分析】 设成本价为 x 元，根据题意，得 $280 - x = 40\%x$ ，解方程即可.

本题考查了一元一次方程的应用，熟练掌握解方程是解题的关键.

【详解】 解：设成本价为 x 元，根据题意，得 $280 - x = 40\%x$,

解得 $x = 200$.

故答案为：200.

13. 六（4）班 40 人参加数学测验，试卷上有 5 道应用题，全班共错了 26 道，这个班的学生解应用题的准确率是_____.

【答案】 87%

【解析】

【分析】 先求出全班总共作答的题目总数量，再求出答对的题目数量，最后根据准确率的计算公式：（答对

的题目数量÷总共作答的题目总数量)×100% 计算结果即可.

【详解】解: 由题意可得, 全班 40 人每人作答 5 道应用题,

全班总共作答的题目总数量为: $40 \times 5 = 200$ (道),

已知全班共错 26 道题, 因此答对的题目数量为: $200 - 26 = 174$ (道),

准确率为: $\frac{174}{200} \times 100\% = 87\%$.

14. 一个扇形的半径为 6, 弧长是 4π , 则这个扇形的圆心角为_____.

【答案】 120° 120 度

【解析】

【详解】解: 设这个扇形的圆心角度数为 n° ,

根据弧长公式可得: $\frac{n\pi \times 6}{180} = 4\pi$,

两边同时除以 π 得: $\frac{6n}{180} = 4$,

解得 $n = 120$,

即这个扇形的圆心角为 120° .

15. 如图 1 所示, 把一个半径是 7cm 的圆分成 24 等份, 然后把它剪开, 按照图 2 的形状拼起来, 拼成图形的周长是_____ cm.

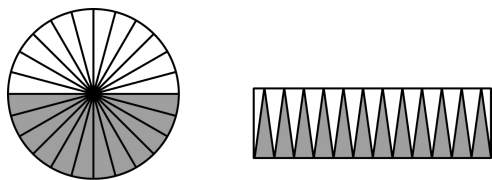


图1

图2

【答案】57.96

【解析】

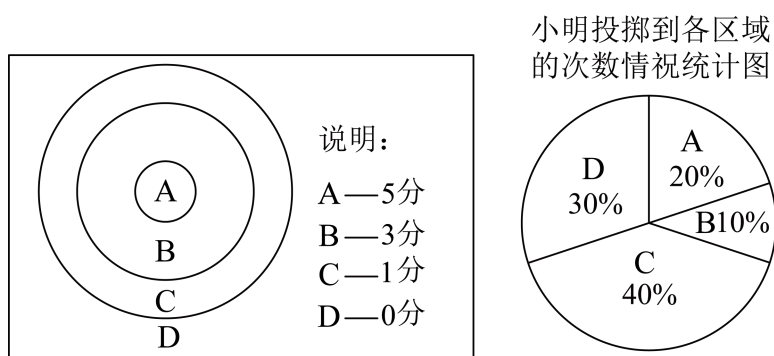
【分析】本题考查了圆的周长和长方形的周长的求解, 正确理解题意是解题的关键.

根据拼成图形的周长为两个半径的长加上一个圆的周长即可求解.

【详解】解: 由题意得, 拼成图形的周长为 $2 \times 7 + 2 \times 3.14 \times 7 = 57.96\text{cm}$

故答案为: 57.96.

16. 飞镖游戏中将飞镖投掷到靶子不同区域的得分情况如图. 小明投掷到不同区域的次数情况制成下面的统计图. 其中小明投中 A 区域共得分 10 分, 那么小明一共得了_____分.



【答案】 17

【解析】

【分析】 本题考查了扇形统计图，百分数的运算．解题的关键在于理解题意．

由投中 A 区域得 5 分，小明投中 A 区域共得分 10 分，可知有 2 次投中 A 区域，根据 $\frac{2}{20\%} = 10$ ，可知小明一共投掷了 10 次，然后计算投中各区域的次数，最后计算分数求和即可．

【详解】 解： $\because$ 投中 A 区域得 5 分，小明投中 A 区域共得分 10 分，

$\therefore$ 有 2 次投中 A 区域，

$$\therefore \frac{2}{20\%} = 10,$$

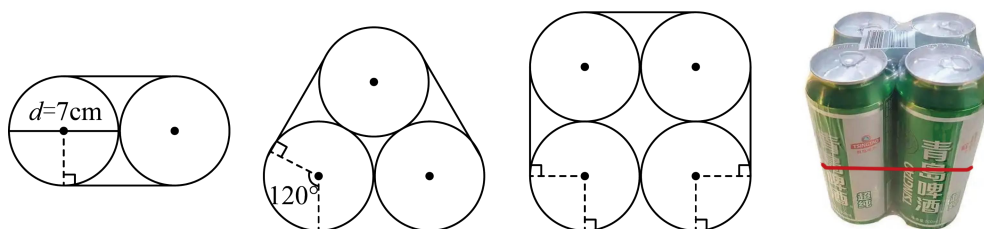
$\therefore$ 小明一共投掷了 10 次，

投中 B 区域 $10 \times 10\% = 1$ 次，投中 C 区域 $10 \times 40\% = 4$ 次，投中 D 区域 $10 \times 30\% = 3$ 次，

$\therefore$ 共得分 $10 + 3 \times 1 + 1 \times 4 + 0 \times 3 = 17$ ，

故答案为： 17．

17. 为方便销售，售货员把易拉罐饮料捆成如图的形状．绳长 l 与易拉罐数量 n ($n \geq 2$) 之间存在的关系是_____．(绳子只捆一圈，接头处忽略不计，结果保留 π)



【答案】 $l = 7\pi + 7n$

【解析】

【分析】 本题考查弧长的计算，关键是掌握弧长公式．

分别求出 2 个，3 个，4 个易拉罐捆在一起时 l 与 d 的关系，然后得出规律即可．

【详解】 解：对于 2 个易拉罐捆在一起的图形： $l = 2\pi \times \frac{d}{2} + 2d = \pi d + 2d$ ，

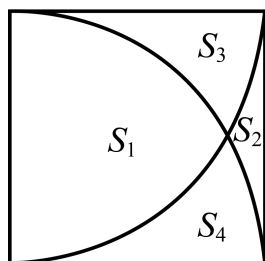
对于 3 个易拉罐捆在一起的图形: $l = 3 \times \frac{120\pi \times \frac{d}{2}}{180} + 3d = \pi d + 3d$,

对于 4 个易拉罐捆在一起的图形: $l = 4 \times \frac{90\pi \times \frac{d}{2}}{180} + 4d = \pi d + 4d$,

由此可知, 绳长 l 与易拉罐数量 $n(n \geq 2)$ 之间存在的关系是 $l = \pi d + nd = 7\pi + 7n$.

故答案为: $l = 7\pi + 7n$.

18. 如图, 一个边长为 1 的正方形被两条弧线分割为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 四部分, 图中两条弧线是以正方形的顶点为圆心, 半径为 1 的圆弧, 则图中 S_1 与 S_2 部分的面积之差是_____. (结果保留 π)



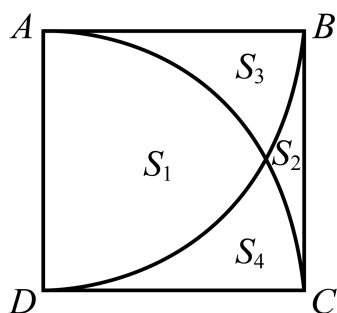
【答案】 $\frac{1}{2}\pi - 1$

【解析】

【分析】 本题考查的是扇形面积, 正方形面积, 掌握相关知识是解决问题的关键. 根据题意得到 $S_1 - S_2 =$ 以 A 为圆心的扇形面积 + 以 D 为圆心的扇形面积 - 正方形的面积, 根据面积公式计算即可.

【详解】 解: $S_1 - S_2$
 $= (S_1 + S_3) + (S_1 + S_4) - (S_1 + S_2 + S_3 + S_4),$
 $= \text{以 } A \text{ 为圆心的 } \frac{1}{4} \text{ 圆面积} + \text{以 } D \text{ 为圆心的 } \frac{1}{4} \text{ 圆面积} - \text{正方形的面积},$
 $= \frac{1}{4}\pi \times 1^2 + \frac{1}{4}\pi \times 1^2 - 1^2,$
 $= \frac{1}{2}\pi - 1.$

故答案为: $\frac{1}{2}\pi - 1$.



三、简答题 (共 6 题, 每题 5 分, 共 30 分)

19. 计算: $1\frac{1}{3} \times (2.5 - 125\%) + \frac{5}{12} \div 0.25$.

【答案】

$$\frac{10}{3}$$

【解析】

【详解】解: 原式 $= \frac{4}{3} \times (2.5 - 1.25) + \frac{5}{12} \div \frac{1}{4}$

$$= \frac{4}{3} \times 1.25 + \frac{5}{12} \times 4$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} + \frac{5}{12} \times 4$$

$$= \frac{5}{3} + \frac{5}{3}$$

$$= \frac{10}{3}.$$

20. 求 x 的值: $12 : 1\frac{1}{5} = x : 50\%$.

【答案】 $x = 5$

【解析】

【分析】根据比例的性质, 两外项之积等于两内项之积, 把比例转化成一般方程, 再根据等式的性质, 即可得到原比例的解.

【详解】解: 整理得 $\frac{6}{5}x = 12 \times 50\%$, 即 $\frac{6}{5}x = 6$,

$$x = 6 \div \frac{6}{5},$$

解得 $x = 5$.

【点睛】本题考查了比和比例, 解方程, 解比例时, 先根据比例的性质, 两外项之积等于两内项之积, 把比例转化成一般方程, 然后再根据解方程的方法解答.

21. 化成最简整数比: $500\text{g} : 1\text{kg} : 2\frac{1}{2}\text{kg}$.

【答案】 $1:2:5$.

【解析】

【分析】 先统一比的各项的质量单位, 再根据比的基本性质化简, 即可得到最简整数比.

【详解】 解: $500\text{g} : 1\text{kg} : 2\frac{1}{2}\text{kg}$

$$= 0.5\text{kg} : 1\text{kg} : 2.5\text{kg}$$

$$= (0.5 \times 2) : (1 \times 2) : (2.5 \times 2)$$

$$= 1:2:5.$$

22. 已知 $x:y = \frac{2}{3} : \frac{1}{2}$, $y:z = 0.2:80\%$, 求 $x:y:z$.

【答案】

$$4:3:12$$

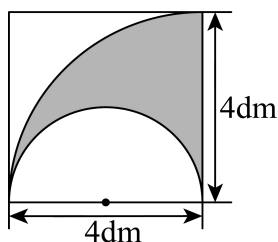
【解析】

【分析】 先将两个已知比化简为最简整数比, 再统一中间量 y 的份数, 利用比的基本性质得到三个数的连比.

【详解】 解: $x:y = \frac{2}{3} : \frac{1}{2} = \left(\frac{2}{3} \times 6\right) : \left(\frac{1}{2} \times 6\right) = 4:3$, $y:z = 0.2:80\% = 2:8 = 1:4 = 3:12$,

$$\therefore x:y:z = 4:3:12.$$

23. 求图形中涂色部分的周长与面积. (π 取 3.14)



【答案】 周长为 16.56dm , 面积为 6.28dm^2

【解析】

【分析】 根据扇形的周长与面积公式进行求解即可.

【详解】 解: 由图可知:

$$\text{涂色部分的周长为 } 2 \times 3.14 \times 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times 3.14 \times 2 \times \frac{1}{2} + 4 = 6.28 + 6.28 + 4 = 16.56\text{dm};$$

面积为 $3.14 \times 4^2 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times 3.14 \times 2^2 = 6.28 \text{ dm}^2$.

24. 用比例的知识解决问题：一支粗细均匀的蜡烛长 12 厘米，点燃 10 分钟后缩短 6 厘米，按照这样的燃烧速度，再经过 2 分钟，蜡烛还剩多少厘米？

【答案】 4.8 厘米.

【解析】

【分析】 本题主要考查了比例的应用，解答此题的关键是明白：两个量的商一定，则这两个量成正比，据此列比例求解即可.

由题意可知：蜡烛每分钟燃烧的长度一定，则燃烧长度与燃烧的时间成正比，据此即可列比例求解.

【详解】 解：设再经过 2 分钟，又缩短 x 厘米，

$$10:6 = 2:x$$

解得 $x = 1.2$,

蜡烛还剩长度为 $12 - 6 - 1.2 = 4.8$ (厘米)

答：蜡烛还剩 4.8 厘米.

四、解答题 (第 25、26 题，每题 6 分，第 27、28 题 8 分，共 28 分)

25. 甲乙两种商品成本共 200 元，甲商品按 30% 的利润定价，乙商品按 20% 的利润定价，后来两种商品都按定价的 90% 出售，共获得利润 27.7 元. 甲乙两种商品的成本各是多少元？

【答案】 甲种商品的成本是 130 元，乙种商品的成本是 70 元.

【解析】

【分析】 此题考查了二元一次方程组的应用，关键是读懂题意，找出题目中的等量关系，列出方程组，用到的知识点是利润 = 售价 - 成本. 设甲种商品的成本是 x 元，乙种商品的成本是 y 元，根据甲乙两种商品成本共 200 元，获利 27.7 元，列出方程组，再求解即可.

【详解】 解：设甲种商品的成本是 x 元，乙种商品的成本是 y 元，

根据题意得：
$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 90\% \times (1 + 30\%)x + 90\% \times (1 + 20\%)y - 200 = 27.7 \end{cases}$$

把 $x = 200 - y$ 代入第二个方程得到， $y = 70$,

所以 $x = 130$,

所以
$$\begin{cases} x = 130 \\ y = 70 \end{cases}$$
,

答：甲种商品的成本是 130 元，乙种商品的成本是 70 元.

26. 某社区进行“幸福社区改造项目”. 现有一个直径是 20 米的圆形活动广场, 社区计划在广场外围修一条宽 1 米的环形健身步道.

(1) 这条健身步道的面积是多少平方米? (π 取 3.14)

(2) 如果每平方米需要铺设地砖 12 块, 铺设这条健身步道一共需要多少块地砖?

【答案】 (1) 这条健身步道的面积是 65.94 平方米

(2) 铺设这条健身步道一共需要 792 块地砖.

【解析】

【分析】 (1) 用大圆的面积减去小圆的面积进行求解即可;

(2) 用 (1) 中的结果乘以每平方米需要铺设的地砖数量, 即可得出结果.

【小问 1 详解】

解: $3.14 \times \left(\frac{20}{2} + 1\right)^2 - 3.14 \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 65.94$ (平方米);

答: 这条健身步道的面积是 65.94 平方米;

【小问 2 详解】

解: $65.94 \times 12 = 791.28$,

因为地砖的数量应为整数,

故铺设这条健身步道一共需要 792 块地砖.

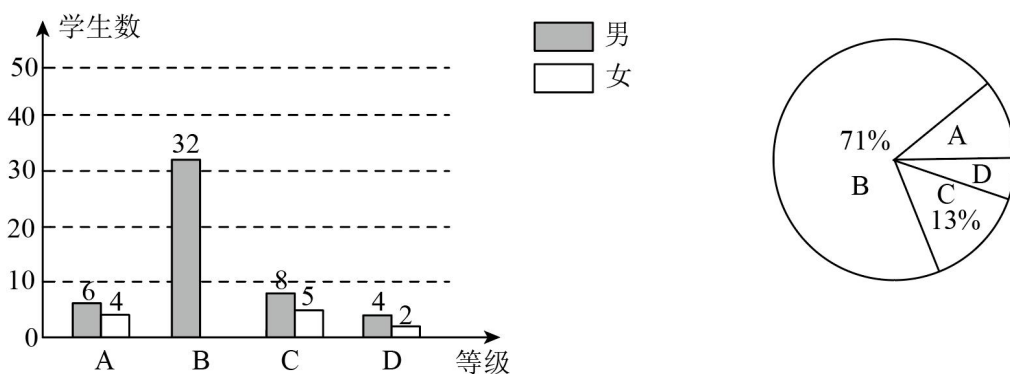
27. 青少年体重指数 (BMI) 是评价青少年营养状况、肥胖的一种衡量方式, 其计算公式:

$BMI = \frac{G}{h^2} (\text{kg/m}^2)$ 其中 G 表示体重 (kg), h 表示身高 (m). 《国家学生体质健康标准》将学生体重指数

(BMI) 分成四个等级 (如表), 为了解学校学生体重指数分布情况, 某数学实践小组开展了调查.

等级	偏瘦 A	标准 B	超重 C	肥胖 D
男	$BMI \leq 15.7$	$15.7 < BMI \leq 22.5$	$22.5 < BMI \leq 25.4$	$BMI > 25.4$
女	$BMI \leq 15.4$	$15.4 < BMI \leq 22.2$	$22.2 < BMI \leq 24.8$	$BMI > 24.8$

【数据收集、数据整理】 小组成员通过问卷调查, 收集数据, 并绘制统计图.



【问题解决、作出决策】根据以上信息，解决下列问题：

- (1) 本次调查的总人数为_____；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 扇形统计图中表示“A”的扇形所对应的圆心角的度数是_____；
- (4) 一位男生的身高为1.6m，体重为51.2kg，那么他的体重指数BMI属于_____等级；(请从 A、B、C、D 中选择一个填写)
- (5) 若该校共有 2000 名学生，请估计全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数。

【答案】(1) 100 (2) 图见详解

(3) 36°

(4) B (5) 全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数 120 名

【解析】

【分析】(1) 根据统计图可直接进行求解；

(2) 由 (1) 先得出 B 组的人数，然后问题可求解；

(3) 由 (1) 可得 A 组所占百分比，然后问题可求解；

(4) 先根据公式得出这个男生的体重指数 BMI，然后问题可求解；

(5) 根据题意可直接进行求解。

【小问 1 详解】

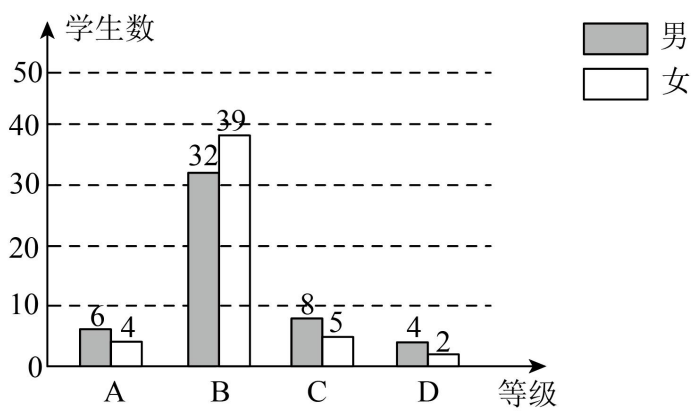
解：由统计图可知：本次调查的总人数为 $(8+5) \div 13\% = 100$ 人；

【小问 2 详解】

解：由 (1) 可知：“B”组的总人数为 $100 \times 71\% = 71$ (人)，

$\therefore$ 女生人数为 $71 - 32 = 39$ (人)，

补全条形统计图如下所示：



【小问 3 详解】

解：由图可知：图中表示“A”的扇形所对应的圆心角的度数是 $\frac{6+4}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$ ；

【小问 4 详解】

解：由题意得： $BMI = \frac{G}{h^2} = \frac{51.2}{1.6^2} = 20$ ，

∴ 该男生的体重指数 BMI 属于 B 等级；

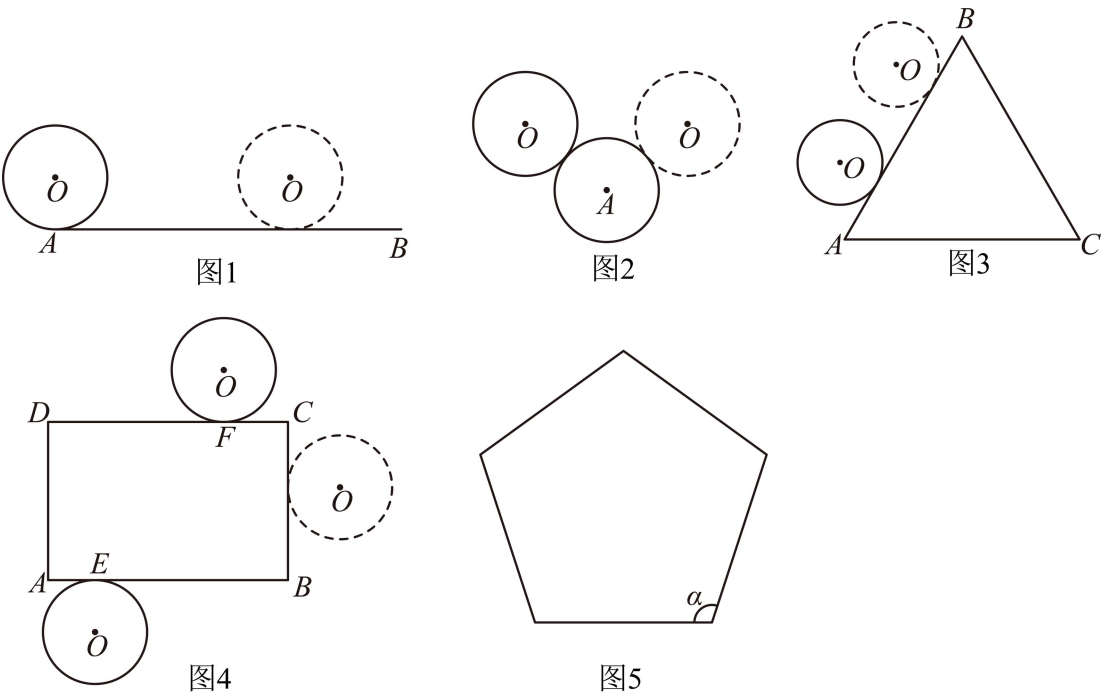
【小问 5 详解】

解：由题意得：

$$2000 \times \frac{4+2}{100} = 120 \text{ (名)};$$

答：全校体重指数等级为“肥胖”的学生人数 120 名.

28. 圆的滚动问题探索（本大题结果保留 π ）：



(1) 如图 1，已知半径为 1 厘米的圆 O 沿直线 AB 无滑动滚动一周，圆心 O 经过的距离为_____cm

如图 2，将圆 A 固定，让圆 O 绕着圆 A 外侧边缘作无滑动滚动一周，已知圆 O 、圆 A 的半径都为 1 厘米，则圆心 O 经过的距离为_____cm.

(2) 如图 3，已知等边三角形 ABC 的边长为 3 cm，将半径为 1cm 的圆 O 从某一位置沿等边三角形的三边作无滑动滚动，当第一次回到原出发位置时，圆 O 滚过的区域面积为_____cm².

(3) 如图 4，长方形 $ABCD$ 的长 $AB = 7$ cm，宽 $BC = 5$ cm，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上的点，且 $FC:DF = 2:5$ ， $AE = \frac{1}{7}AB$ ，半径为 1cm 的圆 O 在长方形外侧从点 E 经过点 B 、 C 无滑动滚动到点 F ，圆 O 滚过的区域面积为_____cm².

(4) 如果小明用 n 根 3 cm 长度的木条做一个正 n 边形 (n 条边相等， n 个内角相等的图形) 的框架，再用半径为 1cm 的圆沿着这个架子外围滚一圈，圆扫过的图形都是由扇形和长方形组成. 现标记这个正 n 边形的内角大小为 α ，请用含 n 的代数式表示： $\alpha =$ _____，圆 O 滚过的区域面积是_____cm².

【答案】(1) 2π 厘米； 4π 厘米，

(2) $(4\pi + 18)$ 平方厘米

(3) $(3\pi + 26)$ 平方厘米

(4) $\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ ， $(6n + 4\pi)\text{cm}^2$

【解析】

【分析】本题考查圆的周长和面积问题，将圆的运动轨迹转化为规则的圆或者扇形即可解答；

(1) 图 1 中，圆心 O 经过的距离为半径为 1 厘米的圆的周长；图 2 中圆心 O 经过的距离为以 OA 为半径的圆的周长；

(2) 圆 O 滚过区域的面积为三个半径为 2cm，圆心角等于 120° 的扇形的面积加上三个长方形的面积；

(3) 圆 O 滚过区域的面积为两个半径为 1cm，圆心角等于 180° 的扇形的面积加上三个长方形面积、两个半径为 2cm 圆心角等于 90° 的扇形的面之和；

(4) 根据旋转滚一圈可知，圆旋转了 n 次，每次旋转 $\frac{360^\circ}{n}$ ，由此即可求出 $\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ ，圆 O 滚过的区域面积是 n 个长方形和一个半径半径为 2cm 的圆面积之和.

【小问 1 详解】

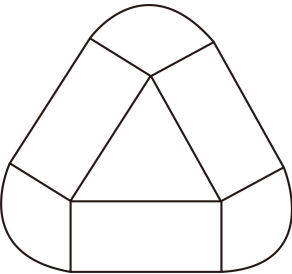
解：半径为 1 厘米的圆 O 沿直线 AB 无滑动滚动一周，圆心 O 经过的距离为： $2\pi \times 1 = 2\pi$ (厘米)

让圆 O 绕着圆 A 外侧边缘作无滑动滚动一周，已知圆 O 、圆 A 的半径都为 1 厘米， $OA = 1 + 1 = 2$ (厘米)，

则圆心 O 经过的距离为： $2\pi \times 2 = 4\pi$ （厘米）

【小问 2 详解】

解： 如图：



将半径为1cm 的圆 O 从某一位置沿等边三角形的三边作无滑动滚动，当第一次回到原出发位置时，

$$1+1=2 \text{ （厘米）}$$

$$(3\times 2)\times 3=18 \text{ （平方厘米）}$$

$$\pi\times 2^2=4\pi \text{ （平方厘米）}$$

圆 O 滚过区域的面积为 $(4\pi+18)$ 平方厘米；

【小问 3 详解】

长方形 $ABCD$ 的长 $AB=7\text{ cm}$ ，宽 $BC=5\text{ cm}$ ，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上的点，且

$$FC:DF=2:5,AE=\frac{1}{7}AB,$$

解： 如图，半径为1cm 的圆 O ．在长方形外侧从点 E 经过点 B 、 C 无滑动滚动到点 F ，

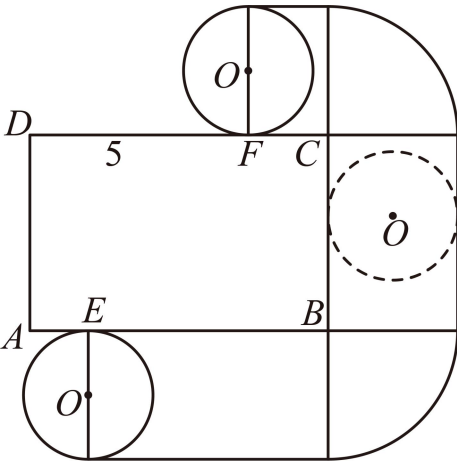


图4

$$FC:DF=2:5,AB=7\text{cm},AE=\frac{1}{7}AB$$

$$CF = 7 \times \frac{2}{2+5} = 2\text{cm}, \quad BE = 7 - 7 \times \frac{1}{7} = 6\text{cm},$$

$$\frac{1}{2}\pi \times 1^2 \times 2 = \pi \quad (\text{平方厘米})$$

$$1+1=2 \quad (\text{厘米})$$

$$2 \times 2 + 5 \times 2 + 2 \times 6 = 26 \quad (\text{平方厘米})$$

$$2 \times \frac{1}{4}\pi \times 2^2 = 2\pi \quad (\text{平方厘米})$$

圆 O 滚过区域的面积为 $= \pi + 26 + 2\pi = (3\pi + 26)$ 平方厘米

【小问 4 详解】

由图可知： $\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n},$

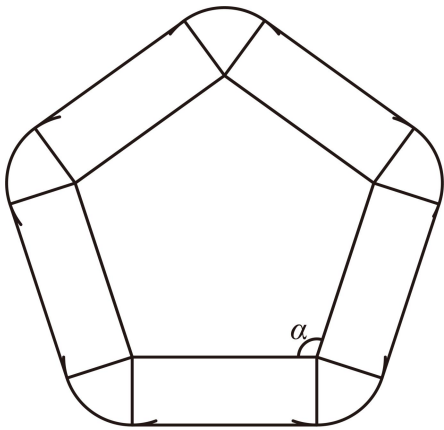


图5

旋转一周后，返回到起点，故旋转

圆 O 滚过的区域面积是 $(1+1) \times 3n + \pi \times (1+1)^2 = (6n + 4\pi)\text{cm}^2$