

2025 学年第二学期期中考试六年级数学

考试时间 100 分钟，总分 100 分

考生注意，请将所有答案写在答题卡上，写在试卷上不计分。

一.选择题 (本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 已知三个数为 2、4、8，如果再添加一个数，使这四个数能组成一个比例，那么这个数可以是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据比例的基本性质判断四个数能否组成比例.

【详解】 解： A、添加 3，四个数为 2、3、4、8，而 $2 \times 8 \neq 3 \times 4$ ，故本选项不符合题意；

B、添加 4，四个数为 2、4、4、8，而 $2 \times 8 = 4 \times 4$ ，故本选项符合题意；

C、添加 5，四个数为 2、4、5、8，而 $2 \times 8 \neq 4 \times 5$ ，故本选项不符合题意；

D、添加 6，四个数为 2、4、6、8，而 $2 \times 8 \neq 4 \times 6$ ，故本选项不符合题意.

2. 二元一次方程 $2x + 3y = 18$ 的自然数解的对数有 ().

- A. 2 对 B. 3 对 C. 4 对 D. 无数对

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程的解. 本题是求不定方程的自然数解，先将方程做适当变形，然后列举出适合条件的所有自然数值，再求出另一个未知数的值.

要求二元一次方程 $2x + 3y = 18$ 的自然数解，首先将方程做适当变形 $y = 6 - \frac{2x}{3}$ ，根据两个未知数的取值范围，分析解的情况即可.

【详解】 解： $\because 2x + 3y = 18$,

$$\therefore y = 6 - \frac{2x}{3},$$

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时， $y = 6$,

当 $x = 3$ 时， $y = 4$,

当 $x = 6$ 时， $y = 2$,

当 $x = 9$ 时， $y = 0$,

$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases}, \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}, \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}, \begin{cases} x=9 \\ y=0 \end{cases}$, 共有 4 对自然数解.

故选: C.

3. 如果扇形的半径扩大为原来的 2 倍, 圆心角缩小为原来的 $\frac{1}{2}$, 那么扇形的面积 ()

A. 不变

B. 扩大为原来的 2 倍

C. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$

D. 扩大为原来的 4 倍

【答案】 B

【解析】

【详解】解: 设原来扇形的半径为 r , 圆心角为 n , 则现在的扇形半径为 $2r$, 圆心角为 $\frac{1}{2}n$,

$\therefore$ 原来扇形的面积为 $\frac{n\pi r^2}{360}$, 现在的扇形的面积为 $\frac{\frac{1}{2}n\pi(2r)^2}{360} = \frac{2n\pi r^2}{360}$, 且 $\frac{2n\pi r^2}{360} = 2 \times \frac{n\pi r^2}{360}$,

$\therefore$ 这个扇形的面积扩大为原来的 2 倍.

4. 《孙子算经》中有一道题, 原文是: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根长木, 绳子还剩余 4.5 尺, 将绳子对折再量木长, 长木还剩余 1 尺, 问木长多少尺? 若设木长 x 尺, 绳子长 y 尺, 则下列方程组正确的是 ()

A.
$$\begin{cases} x-y=4.5 \\ \frac{1}{2}x=y-1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} y-x=4.5 \\ \frac{1}{2}y=x-1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x-y=4.5 \\ \frac{1}{2}y=x-1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} y-x=4.5 \\ \frac{1}{2}x=y-1 \end{cases}$$

【答案】 B

【解析】

【分析】本题主要考查了从实际问题中抽象出二元一次方程组, 设木长 x 尺, 绳子长 y 尺, 根据用一根绳子去量一根长木, 绳子还剩余 4.5 尺可得方程 $y-x=4.5$, 根据将绳子对折再量木长, 长木还剩余 1 尺, 可得方程 $\frac{1}{2}y=x-1$, 由此即可得到答案.

【详解】解: 设木长 x 尺, 绳子长 y 尺,

由题意得,
$$\begin{cases} y-x=4.5 \\ \frac{1}{2}y=x-1 \end{cases},$$

故选 B.

5. 我国古代数学名著《九章算术》中有一道“米谷粒分”题：粮仓开仓收粮，有人送来米 1206 石，验得米内夹谷，抽样取米一把，数得 252 粒米内夹谷 28 粒，则这批米内夹谷为（ ）

- A. 268 石 B. 169 石 C. 134 石 D. 165 石

【答案】C

【解析】

【分析】根据抽样得到的谷的占比，再计算整批米中夹谷的总量即可.

【详解】解：∵抽样得到 252 粒米中夹谷 28 粒，

$$\therefore \text{样本中谷的占比为 } \frac{28}{252} = \frac{1}{9},$$

$$\therefore \text{这批米内夹谷约为 } 1206 \times \frac{1}{9} = 134 \text{ 石}.$$

6. 在《哪吒 2》中，哪吒的台词充满了力量与智慧，让人印象深刻. 如：“若前方无路，我便踏出一条路.”

若哪吒和师父太乙真人决心通过有氧运动减肥，已知有氧运动心率的计算公式为：有氧运动心率=心率储备百分比 $\times 180 + 60$. 当有氧运动心率数值大于 168 且小于 195 时，有氧运动为有效强度. 根据哪吒和太乙真人的谈话，下面说法中，正确的是（ ）



哪吒：有效强度对应的心率储备百分比大于 60% 小于 75%

太乙真人：分别把我们两个的有氧运动心率作差、把心率储备百分比作差，两个差的比值一定是 180



- A. 哪吒的说法对正确，太乙真人不对
B. 太乙真人的说法正确，哪吒不对
C. 哪吒和太乙真人说法都不对
D. 哪吒和太乙真人的说法都正确

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了百分数的应用；根据有氧运动心率的计算公式：有氧运动心率=心率储备百分比 $\times 180 + 60$ 即可作出判断.

【详解】解：当有氧运动心率数值为 168 时，则心率储备百分比为：
$$\frac{168-60}{180} \times 100\% = 60\% ;$$

当有氧运动心率数值为 195 时，则心率储备百分比为： $\frac{195-60}{180} \times 100\% = 75\%$ ；

因此当有氧运动心率数值大于 168 且小于 195 时，有效强度对应的心率储备百分比大于 60% 而小于 75%，即哪吒说法正确；

哪吒的有氧心率 - 太乙真人的有氧心率 = (哪吒的心率储备百分比 $\times 180 + 60$) - (太乙真人的心率储备百分比 $\times 180 + 60$) = (哪吒的心率储备百分比 - 太乙真人的心率储备百分比) $\times 180$ ，则

$\frac{\text{哪吒的有氧心率} - \text{太乙真人的有氧心率}}{\text{哪吒的心率储备百分比} - \text{太乙真人的心率储备百分比}} = 180$ ，故太乙真人的说法正确，从而两人的

说法都正确；

故选：D.

二.填空题 (本大题共 13 题，每题 2 分，满分 26 分)

7. 求比值： $0.6 : \frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 7:5

【解析】

【分析】 本题考查了求比值，首先把 0.6 化为分数 $\frac{3}{5}$ ，再用比的前项除以比的后项，即可求出比值.

【详解】 解： $0.6 : \frac{3}{7} = \frac{3}{5} : \frac{3}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{3} = 7:5$

故答案为：7:5.

8. 如果 x 、 y 都不为零，且 $2x = 3y$ ，将等积式化成比例式，那么 x 是第二比例项的比例式是_____.

【答案】 $3:x = 2:y$ 或 $y:x = 2:3$

【解析】

【分析】 本题考查比例的基本性质，解题的关键是掌握比例的内项积等于外项积.

根据比例的基本性质，将 $2x = 3y$ 转化为比例式，使 x 是第二比例项，即找到合适的外项与内项组合.

【详解】 比例的基本性质是：在比例里，两个外项的积等于两个内项的积，

已知 $2x = 3y$ ，要使 x 是第二比例项，即比例式为 $a:x = b:y$ 的形式 (x 为第二比例项)，根据比例性质“外项积 = 内项积”，可得 $a \times y = b \times x$ ，

所以 x 是第二比例项的比例式是 $3:x = 2:y$ 或 $y:x = 2:3$.

故答案为： $3:x = 2:y$ 或 $y:x = 2:3$.

9. 张大爷将 5 万元存入银行, 定期三年, 年利率为 2.75%. 存期满一年时, 因急需用钱, 他提前支取. 按银行规定, 提前支取存款一律按活期的年利率 0.35% 计算. 张大爷会比原定期少_____元利息.

【答案】 3950

【解析】

【分析】 本题考查百分数的应用, 掌握利息的计算方法是解题的关键. 根据三年定期的利息-一年活期的利息列式计算即可.

【详解】 解: $50000 \times 2.75\% \times 3 - 50000 \times 0.35\% \times 1 = 3950$ (元),

$\therefore$ 张大爷会比原定期少得 3950 元.

故答案为: 3950.

10. 已知一个圆形喷水池的半径是 3 米, 沿它的外侧铺一条 1 米宽的小路, 那么这条小路的面积等于_____平方米. (π 取 3.14)

【答案】 21.98

【解析】

【分析】 本题考查圆环的面积, 掌握圆的面积公式是解题的关键. 根据题意可列式 $\pi \cdot (3+1)^2 - \pi \cdot 3^2$, (π 取 3.14) 求解即可.

【详解】 解: $3.14 \times (3+1)^2 - 3.14 \times 3^2 = 21.98$ (平方米),

故答案为: 21.98.

11. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=k-4 \\ 2x+y=2k+1 \end{cases}$ 的解互为相反数, 则 k 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 直接两个方程相加, 结合解互为相反数得到 $x+y=0$, 整理代入列方程求解即可.

【详解】 解: $\because \begin{cases} x+2y=k-4 \\ 2x+y=2k+1 \end{cases}$

$\therefore$ 两个方程相加得 $3x+3y=3k-3$, 即 $x+y=k-1$,

$\because$ 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x+2y=k-4 \\ 2x+y=2k+1 \end{cases}$ 的解互为相反数,

$\therefore x+y=0=k-1$,

解得 $k = 1$,

故答案为: 1.

12. 中国成功发射了“巡天”空间望远镜, 该望远镜与天宫空间站共轨飞行, 协同完成宇宙观测任务. 已知巡天望远镜的轨道高度距地面约 450km, 运行轨道近似为圆形, 绕地球一周约需 95 分钟. 地球半径约为 6400km, 求巡天望远镜的绕行速度为每分钟_____ km. (π 取 3.14, 计算结果保留一位小数)

【答案】 452.8

【解析】

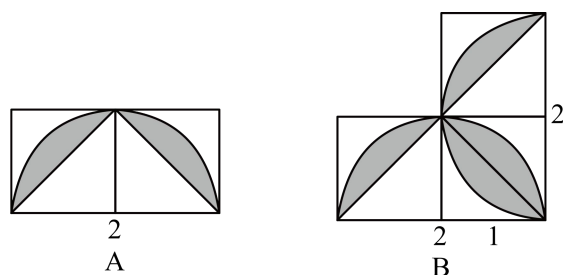
【分析】 先求出巡天望远镜运行轨道的半径, 再利用圆的周长公式求出绕行一周的路程, 最后根据路程除以时间得到速度, 即可得到结果.

【详解】 解: 由题意可得, 巡天望远镜运行轨道的半径为 $r = 6400 + 450 = 6850\text{km}$,

$\therefore$ 绕行一周的路程为 $C = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 6850 = 43018\text{km}$,

$\therefore$ 巡天望远镜的绕行速度为 $43018 \div 95 \approx 452.8\text{km/min}$.

13. 图 A 阴影部分面积比图 B 的阴影部分面积小 _____. (结果保留 π)



【答案】 $\frac{1}{2}\pi - 1$

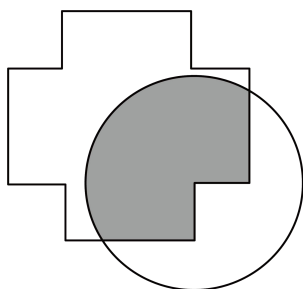
【解析】

【分析】 观察可知, 图 B 的阴影部分面积是图 A 阴影部分的两倍, 进而用半圆的面积减去三角形的面积, 求出图 A 阴影部分即可得到答案.

【详解】 解: $\frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = \frac{1}{2}\pi - 1$,

$\therefore$ 图 A 阴影部分面积比图 B 的阴影部分面积小 $\frac{1}{2}\pi - 1$.

14. 如图, 已知阴影部分是十字形与圆形重叠的部分, 阴影部分的面积是十字形面积的 $\frac{4}{7}$, 是圆形面积的 $\frac{3}{5}$, 那么阴影部分面积是整个图形面积的_____.



【答案】 $\frac{12}{29}$

【解析】

【分析】 本题考查了比的应用，求出阴影部分的面积、十字形中空白部分面积、圆形中空白部分面积的连比是解题的关键。根据题意，分别求出阴影部分与十字中空白部分面积之比、阴影部分与圆形中空白部分面积之比，进而得到三者的连比，即可求解。

【详解】 解：∵ 阴影部分的面积是十字形面积的 $\frac{4}{7}$ ，

∴ 阴影部分的面积、十字形中空白部分面积之比 = $4 : (7 - 4) = 4 : 3 = 12 : 9$ ，

∵ 阴影部分的面积是圆形面积的 $\frac{3}{5}$ ，

∴ 阴影部分的面积、圆形中空白部分面积之比 = $3 : (5 - 3) = 3 : 2 = 12 : 8$ ，

∴ 阴影部分的面积、十字形中空白部分面积、圆形中空白部分面积的连比 = $12 : 9 : 8$ ，

∴ 阴影部分面积占整个图形面积的比 = $\frac{12}{12 + 9 + 8} = \frac{12}{29}$ 。

故答案为： $\frac{12}{29}$ 。

15. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax + by = 2024 \\ bx + ay = 2025 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ，那么关于 m, n 的二元一次方程组

$\begin{cases} a(2m + n) + b(m - n) = 2024 \\ b(2m + n) + a(m - n) = 2025 \end{cases}$ 的解为_____。

【答案】 $\begin{cases} m = 1 \\ n = -1 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组的解，熟练掌握二元一次方程组的解是解题的关键，观察两个二元一次方程组可得 $\begin{cases} 2m + n = x \\ m - n = y \end{cases}$ ，由于 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ ，得到 $\begin{cases} 2m + n = 1 \\ m - n = 2 \end{cases}$ ，解得即可得到答案。

【详解】解：∵ $\begin{cases} ax+by=2024 \\ bx+ay=2025 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} a(2m+n)+b(m-n)=2024 \\ b(2m+n)+a(m-n)=2025 \end{cases}$ 的形式相同；

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=x \\ m-n=y \end{cases},$$

$$\therefore \text{二元一次方程组} \begin{cases} ax+by=2024 \\ bx+ay=2025 \end{cases} \text{的解为} \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=1 \\ m-n=2 \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases},$$

$$\text{故答案为:} \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}.$$

16. 灰太狼发现喜羊羊在它前方 18 米远，马上紧追上去，灰太狼的步子大，它跑 4 步的路程，喜羊羊要跑 7 步，但喜羊羊的动作快，灰太狼跑 3 步的时间，喜羊羊能跑 4 步，所以灰太狼至少跑_____米才能追上喜羊羊.

【答案】 75.6

【解析】

【分析】先根据题干给出的步长、时间关系求出灰太狼和喜羊羊的路程比，再利用追及问题的路程差关系，计算灰太狼追上喜羊羊时跑的总路程.

【详解】解：根据题意得，灰太狼的步长：喜羊羊的步长 = 7:4，

∴ 灰太狼跑 3 步的时间，喜羊羊能跑 4 步，

∴ 灰太狼和喜羊羊的速度比是 $(7 \times 3):(4 \times 4) = 21:16$ ，

∴ 时间相同，

∴ 灰太狼跑的路程：喜羊羊跑的路程 = 21:16，

∴ 灰太狼发现喜羊羊在它前方 18 米远，

$$\therefore 18 \div (21-16) \times 21$$

$$= 18 \div 5 \times 21$$

$$= 75.6 \text{ (米)}.$$

17. 已知一个扇形的弧长恰好等于它所在圆的直径长，且它的周长等于 16. 在这个扇形内，以它所在圆的

圆心为圆心，所在圆半径长的一半为半径画弧，保持圆心角大小不变，得到一个小扇形，那么这个小扇形的面积为_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了扇形的面积. 根据扇形的面积公式 $S = \frac{1}{2}lr$ ，代入计算即可.

【详解】 解：一个扇形的弧长恰好等于它所在圆的直径长，且它的周长等于 16，

则半径 r 为 $\frac{1}{4} \times 16 = 4$ ，弧长 l 为 8，

这个扇形的面积为： $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$.

则小扇形的半径为 $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ ，弧长 l 为 4，

小扇形的面积为： $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$.

答案为：4.

18. 已知 x 、 y 、 z 满足方程组 $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 7x + 4y - 5z = 0 \end{cases}$ ，且 $xyz \neq 0$ ，则 $x : y : z = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 1:2:3

【解析】

【分析】 把 z 看做是常数，可得 $\begin{cases} x - 2y = -z \text{①} \\ 7x + 4y = 5z \text{②} \end{cases}$ ，再分别求解 x 、 y 的值，从而可得答案.

【详解】 解： $\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 7x + 4y - 5z = 0 \end{cases}$ ，整理得： $\begin{cases} x - 2y = -z \text{①} \\ 7x + 4y = 5z \text{②} \end{cases}$ ，

① $\times 2 +$ ② 得： $9x = 3z$ ，

$\therefore x = \frac{1}{3}z$ ，

把 $x = \frac{1}{3}z$ 代入①得： $y = \frac{2}{3}z$ ，

$\therefore x : y : z = \frac{1}{3} : \frac{2}{3} : 1 = 1 : 2 : 3$.

19. 已知一座时钟的分针与时针的长度之比为 3:1，从下午 2 点到下午 2 点半，分针的针尖走过的距离是 30，则时针扫过的面积为_____。（结果保留 π ）

【答案】 $\frac{25}{6}\pi$

【解析】

【分析】先根据分针半小时转过的弧长和已知弧长求出时针长度，再根据时针半小时转过的圆心角，利用扇形面积公式计算时针扫过的面积.

【详解】解：设时针长度为 r ，

$\therefore$ 分针与时针长度比为 $3:1$ ，

$\therefore$ 分针长度为 $3r$.

由题意得，从下午 2 点到下午 2 点半，分针转过半周，圆心角为 180° ，

$\therefore$ 分针针尖走过的距离为 $l = \frac{180\pi \cdot 3r}{180} = 3\pi r = 30$

$\pi r = 10$

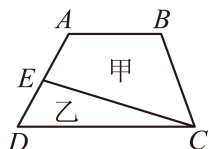
解得 $r = \frac{10}{\pi}$ ，

$\therefore$ 时针 12 小时转 360° ，

$\therefore$ 时针半小时转过的圆心角 $n = 15^\circ$ ，

$\therefore$ 时针扫过的面积：
$$S = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{\pi r^2}{24} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{10}{\pi}\right)^2}{24} = \frac{25}{6\pi} .$$

20. 如图，四边形 $ABCD$ 是一个梯形， E 是 AD 的中点，直线 CE 把梯形分成甲、乙两部分，它们的面积之比是 $10:7$. 上底 AB 与下底 CD 的长度之比为_____.

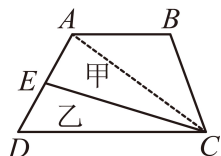


【答案】 $3:14$

【解析】

【分析】连接 AC ，根据三角形中线的性质得出 $\triangle ACE$ 与 $\triangle DCE$ 面积相等，设出面积参数，分别表示出 ABC 与 $\triangle ACD$ 的面积，利用等高三角形面积比等于底边比即可求解.

【详解】解：如图，连接 AC ，



由题意得，设 $S_{\triangle DCE} = 7x$ ， $S_{\text{四边形}ABCE} = 10x$ ，

$\therefore$ 点 E 是 AD 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DCE} = 7x,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACE} + S_{\triangle DCE} = 14x,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\text{四边形}ABCE} - S_{\triangle ACE}$$

$$= 10x - 7x$$

$$= 3x,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是梯形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 的 AB, DC 边上的高相等,

$$\therefore AB : CD$$

$$= S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ACD}$$

$$= 3x : 14x$$

$$= 3 : 14.$$

三.简答题 (本大题共 5 题, 其中第 21 题 8 分, 第 22 题 10 分, 第 23、24 每题 6 分, 满分 30 分)

21. 按要求解答下列各题:

(1) 求 x 的值: $(x+6):4 = (2x-1):3$;

(2) 若 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \neq 0$, 求 $\frac{2x+y-z}{x+y+z}$ 的值;

(3) 已知 a 是 b 的 75%, b 是 c 的 90%, 求 $a:b:c$;

(4) 若 $ab:ac:bc = 3:2:8$, 求 $a:b:c$.

【答案】 (1) $x = \frac{22}{5}$

(2) $\frac{5}{12}$

(3) $27:36:40$

(4) $3:12:8$

【解析】

【分析】 (1) 根据内项之积等于外项之积, 列出方程, 解方程, 即可求解;

(2) 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = a$, 进而表示出 x, y, z , 进而代入 $\frac{2x+y-z}{x+y+z}$ 进行计算即可求解;

(3) 根据题意可得 $a = 0.75b, b = 0.9c$, 则 $a = 0.75 \times 0.9c = 0.675c$, 即可求解.

(4) 根据题意得出 $b = \frac{3}{2}c$, $a = \frac{3}{8}c$, 再求比值, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because (x+6):4 = (2x-1):3$,

$$\therefore 3(x+6) = 4(2x-1) ,$$

$$\therefore 3x+18 = 8x-4 ,$$

$$\therefore -5x = -22 ,$$

解得: $x = \frac{22}{5}$;

【小问 2 详解】

解: 设 $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = a$, 则 $x = 3a, y = 4a, z = 5a$,

$$\therefore \frac{2x+y-z}{x+y+z}$$

$$= \frac{2 \times 3a + 4a - 5a}{3a + 4a + 5a}$$

$$= \frac{6a + 4a - 5a}{3a + 4a + 5a}$$

$$= \frac{5a}{12a}$$

$$= \frac{5}{12} ;$$

【小问 3 详解】

解: 由题意得, $a = 75\%b = 0.75b$, $b = 90\%c = 0.9c$,

$$\therefore a = 0.75 \times 0.9c = 0.675c ,$$

$$\therefore a:b:c$$

$$= 0.675c:0.9c:c$$

$$= 675:900:1000$$

$$= 27:36:40 ;$$

【小问 4 详解】

解: $\because ab:ac:bc = 3:2:8$,

$$\therefore \text{设 } ab = 3k, ac = 2k, bc = 8k ,$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{ab}{ac} &= \frac{b}{c} = \frac{3k}{2k} = \frac{3}{2}, \quad \frac{ab}{bc} = \frac{a}{c} = \frac{3k}{8k} = \frac{3}{8}, \\ \therefore b &= \frac{3}{2}c, \quad a = \frac{3}{8}c, \\ \therefore a:b:c &= \frac{3}{8}c : \frac{3}{2}c : c = 3:12:8.\end{aligned}$$

22. 解方程组:

$$(1) \begin{cases} 2x+3y+z=6 \\ x-3y-2z=1 \\ x+3y+3z=2 \end{cases}$$

$$(2) \frac{3x+2z}{4} = \frac{3y+z}{5} = \frac{5x+y-z}{6} = 2.$$

【答案】(1) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】(1) 观察方程组中 y 的系数特点, 可直接用加减法消去 y , 得到关于 x, z 的二元一次方程组求解后, 再求 y 的值;

(2) 先将连等式拆解为三个方程, 整理得到标准三元一次方程组, 再通过消元法求解.

【小问 1 详解】

解: 由题意得, $\begin{cases} 2x+3y+z=6 \text{ ①} \\ x-3y-2z=1 \text{ ②} \\ x+3y+3z=2 \text{ ③} \end{cases}$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得 } 3x - z = 7 \text{ ④},$$

$$\text{②} + \text{③} \text{ 得 } 2x + z = 3 \text{ ⑤},$$

$$\text{④} + \text{⑤} \text{ 得 } 5x = 10$$

解得 $x = 2$

将 $x = 2$ 代入 ⑤ 得 $2 \times 2 + z = 3$

解得 $z = -1$,

将 $x = 2$, $z = -1$ 代入 ① 得 $2 \times 2 + 3y - 1 = 6$

解得 $y = 1$,

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \frac{3x+2z}{4} = \frac{3y+z}{5} = \frac{5x+y-z}{6} = 2,$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{3x+2z}{4} = 2 \\ \frac{3y+z}{5} = 2 \\ \frac{5x+y-z}{6} = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} 3x+2z = 8 \text{ ①} \\ 3y+z = 10 \text{ ②} \\ 5x+y-z = 12 \text{ ③} \end{cases},$$

$$\text{③} \times 3 - \text{②} \text{ 得 } 15x - 4z = 26 \text{ ④},$$

$$\text{①} \times 2 + \text{④} \text{ 得 } 21x = 42$$

解得 $x = 2$,

$$\text{将 } x = 2 \text{ 代入 ① 得 } 3 \times 2 + 2z = 8$$

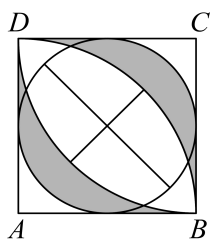
解得 $z = 1$,

$$\text{将 } z = 1 \text{ 代入 ② 得 } 3y + 1 = 10$$

解得 $y = 3$,

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}.$$

23. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 6, 求阴影部分的面积. (结果保留 π)

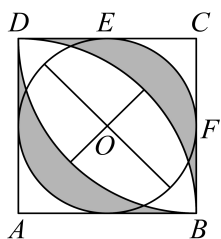


【答案】 $54 - \frac{27}{2}\pi$

【解析】

【分析】先计算正方形边长为 6 的两个扇形面积和 18π ，再求“叶子”重叠面积 $18\pi - 36$ ；接着算出角落空白部分 $9 - \frac{9}{4}\pi$ ，进而求得单个阴影块面积为 $27 - \frac{27}{4}\pi$ ，最后乘以 2 即可得解。

【详解】解：如图，



由图可得， $S_{\text{扇形}ABD} = S_{\text{扇形}CDB}$ ，

$\therefore$ 扇形 ABD 的面积为： $\frac{1}{4}\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi \times 6^2 = 9\pi$ ，

$\therefore S_{\text{扇形}ABD} + S_{\text{扇形}CDB} = 9\pi + 9\pi = 18\pi$ ，

由图可得，两个四分之一圆在正方形内部重叠，重叠部分为叶子，

$\therefore$ 正方形面积： $S_{\text{正方形}ABCD} = 6 \times 6 = 36$ ，叶子面积： $S_{\text{叶子}} = 18\pi - 36$ ，

由图可得， $S_{CEF} = \frac{1}{4}(S_{\text{正方形}ABCD} - S_{\odot O})$

$$= \frac{1}{4}(36 - \pi \times 3^2)$$

$$= 9 - \frac{9}{4}\pi,$$

$\therefore S_{DEFB} = S_{\text{扇形}CDB} - S_{\text{叶子}} - S_{CEF}$

$$= 9\pi - (18\pi - 36) - \left(9 - \frac{9}{4}\pi\right)$$

$$= 9\pi - 18\pi + 36 - 9 + \frac{9}{4}\pi$$

$$= 27 - \frac{27}{4}\pi,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = 2S_{\text{DEFB}} = 54 - \frac{27}{2}\pi.$$

24. 客车和货车分别从甲、乙两站同时出发，相向而行，出发时它们的速度比是5:2，相遇后，客车速度提高20%，货车速度提高50%，当客车到达乙站时，货车离甲站还有28千米。求甲、乙两站相距多少千米？

【答案】甲、乙两站相距49千米

【解析】

【分析】先根据出发时的速度比得到相遇时两车的路程比，再计算出两车提速后的速度，接着求出客车走完剩余路程时货车行驶的路程，得出货车距离甲站的路程对应全程的分率，最后根据对应路程求出全程长度。

【详解】解：由题意得，设出发时客车速度为 $5k$ ，货车速度为 $2k$ ，
设甲、乙两站相距 S 千米。两车同时出发，相遇时行驶时间相同，

$\therefore$ 路程比等于速度比，

$\therefore$ 相遇时客车行驶路程为 $\frac{5}{7}S$ ，货车行驶路程为 $\frac{2}{7}S$ 。

$\therefore$ 相遇后客车速度提高20%，

$\therefore$ 提速后客车速度为 $5k \times (1 + 20\%) = 6k$ ，

$\therefore$ 相遇后货车速度提高50%，

$\therefore$ 提速后货车速度为 $2k \times (1 + 50\%) = 3k$ 。

由题意得，客车从相遇点到乙站需要行驶的路程为 $\frac{2}{7}S$ ，

$\therefore$ 行驶时间为 $t = \frac{\frac{2}{7}S}{6k} = \frac{S}{21k}$ ，

$\therefore$ 这段时间内货车行驶的路程为 $3k \times \frac{S}{21k} = \frac{1}{7}S$ 。

$\therefore$ 货车一共行驶了 $\frac{2}{7}S + \frac{1}{7}S = \frac{3}{7}S$ ，

$\therefore$ 距离甲站的路程为 $S - \frac{3}{7}S = \frac{4}{7}S$ ，

由题意得 $\frac{4}{7}S = 28$

解得 $S = 49$ 。

答：甲、乙两站相距49千米。

四.解答题（本大题共3题，第25、26题每题8分，第27题10分，满分26分）

25. 拖拉机是一种现代农业常用的一种生产工具, 如图 1 所示, 为了在生产中提供更好的机动性能和可靠性, 拖拉机的两个前轮一般会小于两个后轮. 如图 2, 现有一辆拖拉机模型, 已知前轮直径是 24 厘米, 后轮直径是 60 厘米.



图1

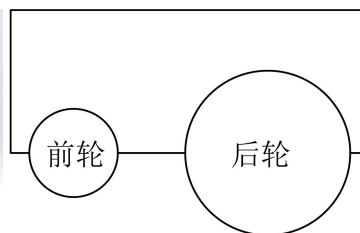


图2

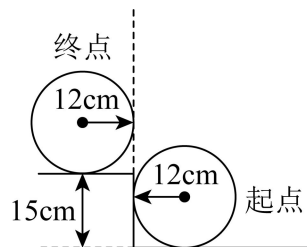


图3

- (1) 如果拖拉机模型向行驶 188.4 米, 那么它的一个后轮滚动了_____圈; (π 取 3.14)
- (2) 如果拖拉机模型的一个前轮和一个后轮一共滚动了 700 圈, 那么这辆拖拉机模型向行驶了多少米?
(π 取 3.14)
- (3) 拖拉机前轮小的设计方便了拖拉机爬台阶, 如图 3 所示, 有一个高 15 厘米的台阶, 求拖拉机模型的前轮从贴着台阶开始, 到爬上台阶以后车轮完全经过台阶沿 (图 3 所示的起点和终点), 这一过程中前轮扫过的面积是多少平方厘米? (结果保留 π)

【答案】 (1) 100 (2) 这辆拖拉机向行驶了 376.8 米;

(3) 这一过程中前轮扫过的面积是 $(360 + 288\pi)$ 平方厘米

【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长和面积的应用, 关键注意数据的单位换算.

- (1) 先计算后轮滚动一圈向行驶了 188.4 厘米, 据此计算即可求得答案;
- (2) 先计算前后轮滚动圈数比为 5:2, 得到前轮滚动 500 圈, 据此计算即可求得答案;
- (3) 画出图形, 利用圆的面积公式和长方形的面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意得一个后轮滚动一圈向行驶了 $3.14 \times 60 = 188.4$ 厘米,
则拖拉机模型向行驶 188.4 米, 那么它的一个后轮滚动了 100 圈,
故答案为: 100;

【小问 2 详解】

解: 前后轮滚动圈数比 $\frac{1}{24\pi} : \frac{1}{60\pi} = 5:2$

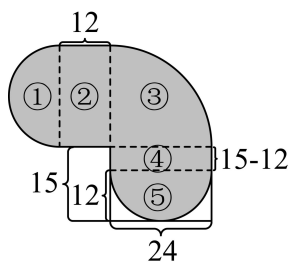
前轮滚动 500 圈, 后轮滚动 200 圈.

$500 \times 0.24\pi = 120\pi = 376.8$ 米.

答：这辆拖拉机向前行驶了 376.8 米；

【小问 3 详解】

解：如图，这一过程中前轮扫过的面积是如图的阴影部分，



$$S_{\text{长}4} = 3 \times 24 = 72\text{cm}^2, \quad S_{\text{长}2} = 12 \times 24 = 288\text{cm}^2,$$

$$S_{\text{扇}} = \frac{90}{360} \pi \times 24^2 = 144\pi,$$

$$S_{\text{圆}1+5} = \pi \cdot 12^2 = 144\pi,$$

$\therefore$ 这一过程中前轮扫过的面积是 $(360 + 288\pi)$ 平方厘米

26. 在一空旷场地上设计一个落地为长方形 $ABCD$ 的小屋，边长 $AB + \text{边长 } BC = 8\text{m}$ ，拴住小狗的绳子长 8m ，其中一端固定在点 B 处。小狗在不能进入小屋内的条件下活动，设小狗活动的区域面积为 $S(\text{m}^2)$ (结果保留 π)

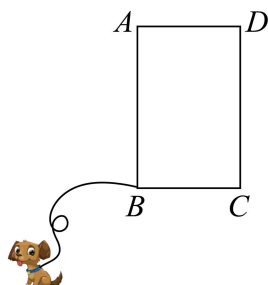


图1

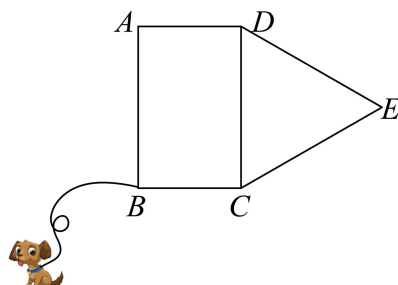


图2

(1) 如图 1，若 $BC = 3\text{m}$ ，求此时 S 的值；

(2) 如图 2，现考虑在图 1 中的矩形 $ABCD$ 小屋的右侧以 CD 为边拓展一个正三角形区域，使之变成一个落地为五边形的小屋，其他条件不变，在 (1) 的条件下，求此时 S 的值。

【答案】 (1) $\frac{113}{2}\pi\text{m}^2$

(2) $\frac{157}{3}\pi\text{m}^2$

【解析】

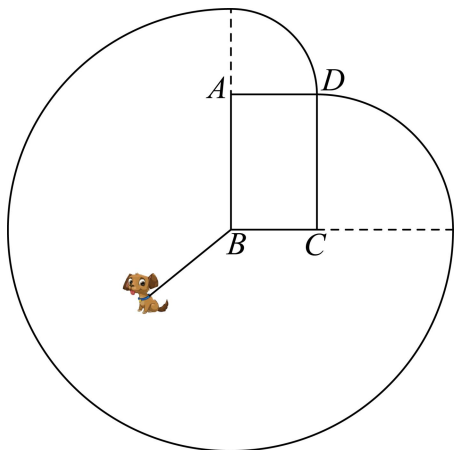
【分析】 本题主要考查扇形的面积，解题的关键是根据绳子的长度结合图形得出其活动区域及利用圆的面积公式表示出活动区域面积。

(1) 小狗活动的区域面积为以 B 为圆心、8 为半径的圆的 $\frac{3}{4}$ ，以 C 为圆心、5 为半径的圆的 $\frac{1}{4}$ 和以 A 为圆心、3 为半径的圆的 $\frac{1}{4}$ 的面积和，据此列式求解可得；

(2) 根据扇形的面积公式即可得到结论.

【小问 1 详解】

拴住小狗的 8m 长的绳子一端固定在 B 点处，小狗可以活动的区域如图所示：

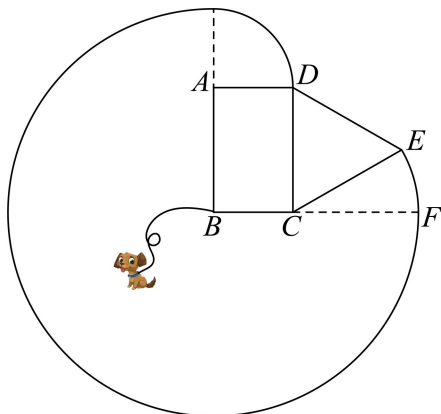


由图可知，小狗活动的区域面积为以 B 为圆心、8 为半径的圆的 $\frac{3}{4}$ ，以 C 为圆心、5 为半径的圆的 $\frac{1}{4}$ 和以 A 为圆心、3 为半径的圆的 $\frac{1}{4}$ 的面积和，

$$\therefore S = \frac{3}{4} \times \pi \times 8^2 + \frac{1}{4} \times \pi \times 5^2 + \frac{1}{4} \cdot \pi \times 3^2 = \frac{113}{2} \pi (\text{m}^2) ;$$

【小问 2 详解】

如图，



由图可知，小狗活动的区域面积为以 B 为圆心、8 为半径的圆的 $\frac{3}{4}$ ，以 C 为圆心、5 为半径、圆心角为 30° 的扇形，以 A 为圆心、3 为半径的圆的 $\frac{1}{4}$ 的面积和，

$$\because BC = 3\text{m}, \text{ 则 } AB = 8 - 3 = 5(\text{m}),$$

$$\therefore S = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 8^2 + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 3^2 + \frac{30}{360} \cdot \pi \cdot 5^2 = \frac{157}{3} \pi (\text{m}^2).$$

27. 阅读与思考：为了提高全班学生的运算能力和解题技巧，李老师设计了如下的题目.

$$\text{解方程组: } \begin{cases} \frac{4x+3y}{3} + \frac{6x-y}{8} = 8 \\ \frac{4x+3y}{6} + \frac{6x-y}{2} = 11 \end{cases}.$$

观察发现：如果用代入消元法或加减消元法求解，运算量都比较大，且容易出错. 如果把方程组中的 $(4x+3y)$ 看成一个整体，把 $(6x-y)$ 看成一个整体，通过换元，可以更简便地解决问题.

$$\text{设 } 4x+3y=m, 6x-y=n, \text{ 则原方程组可化为 } \begin{cases} \frac{m}{3} + \frac{n}{8} = 8 \\ \frac{m}{6} + \frac{n}{2} = 11 \end{cases},$$

$$\text{解关于 } m, n \text{ 的方程组, 得 } \begin{cases} m=18 \\ n=16 \end{cases},$$

$$\text{所以 } \begin{cases} 4x+3y=18 \\ 6x-y=16 \end{cases}$$

$$\text{解方程组, 得 } \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}.$$

(1) 材料中运用的数学思想是_____;

A. 数形结合思想 B. 整体思想 C. 分类讨论思想 D. 类比思想

$$(2) \text{ 运用上述方法, 解方程组 } \begin{cases} (3a-1) + 2(b-2) = 4 \\ 4(3a-1) - (b-2) = 7 \end{cases},$$

$$(3) \text{ 已知关于 } x, y \text{ 的方程组 } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}, \text{ 直接写出关于 } m, n \text{ 的方程组}$$

$$\begin{cases} a_1(m+2) - 3b_1n = c_1 \\ a_2(m+2) - 3b_2n = c_2 \end{cases} \text{ 的解.}$$

(4) 对于有理数 x, y , 定义新运算: $x*y = ax + by + c$, 其中 a, b, c 是常数, 等式右边是通常的加法和乘法运算. 已知 $3*5 = 15, 4*7 = 28$. 求 $1*1$ 的值.

$$\text{【答案】 (1) B} \quad (2) \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} m = 1 \\ n = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$(4) -11$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了用换元法解比较复杂的二元一次方程组，解决本题的关键是读懂材料中的解题思路，仿照材料中的解题思路解答即可.

(1) 根据材料中的解题思路可知，材料中运用的数学思想是整体思想，

(2) 仿照材料中的解题思路，设 $3a-1=m$ ， $b-2=n$ ，则方程组可化为 $\begin{cases} m+2n=4 \\ 4m-n=7 \end{cases}$ ，解方程组求出 $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases}$ ，

从而可得方程组 $\begin{cases} 3a-1=2 \\ b-2=1 \end{cases}$ ，继续解方程组求出 a 、 b 的值即可；

(3) 首先把方程组 $\begin{cases} a_1(m+2)-3b_1n=c_1 \\ a_2(m+2)-3b_2n=c_2 \end{cases}$ ，整理成 $\begin{cases} a_1(m+2)+b_1(-3n)=c_1 \\ a_2(m+2)+b_2(-3n)=c_2 \end{cases}$ 的形式，根据方程组

$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ ，可得方程组 $\begin{cases} m+2=3 \\ -3n=4 \end{cases}$ ，继续解方程组求出 m 、 n 的值即可；

(4) 根据新定义，列出关于 a, b, c 的方程组，得出 $\begin{cases} b=c+24 \\ a=-2c-35 \end{cases}$ ，进而根据新定义得出 $a+b+c$ 的值，

即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵ 材料中把方程组中的 $(4x+3y)$ 看成一个整体，把 $(6x-y)$ 看成一个整体，分别用字母 m 、 n 表示，

∴ 材料中运用的数学思想是整体思想，

故选：B；

【小问 2 详解】

解：设 $3a-1=m$ ， $b-2=n$ ，

则原方程组可化为 $\begin{cases} m+2n=4 \\ 4m-n=7 \end{cases}$ ，

解得： $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases}$ ，

$$\therefore \begin{cases} 3a-1=2 \\ b-2=1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases};$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: 整理方程组} \begin{cases} a_1(m+2)-3b_1n=c_1 \\ a_2(m+2)-3b_2n=c_2 \end{cases},$$

$$\text{可得: } \begin{cases} a_1(m+2)+b_1(-3n)=c_1 \\ a_2(m+2)+b_2(-3n)=c_2 \end{cases},$$

$$\text{可得方程组的解为} \begin{cases} m+2=3 \\ -3n=4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=1 \\ n=-\frac{4}{3} \end{cases}.$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: } \because 3*5=15, 4*7=28$$

$$\therefore \begin{cases} 3a+5b+c=15 \\ 4a+7b+c=28 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} b=c+24 \\ a=-2c-35 \end{cases}$$

$$\therefore 1*1=a+b+c=c+24-2c-35+c=-11$$