

2025 学年度第二学期期中考试六年级数学学科试卷

(时间: 90 分钟 满分: 100 分)

考生注意:

1. 本试卷共三个大题, 共 27 小题;
2. 答题时, 务必按答题要求写在答题纸规定位置, 在草稿纸、试卷上大题一律无效.

一、单选题 (每小题 2 分, 共 12 分)

1. 已知 $4a = 3b$, 下面的比例式只有 () 正确.

- A. $a:b = 4:3$ B. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ C. $b:a = 3:4$ D. $\frac{b}{4} = \frac{3}{a}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查的知识点是比例的性质, 解题关键是熟练掌握比例的性质.

根据比例的性质逐一判断即可得解.

【详解】解: A 选项, $a:b = 4:3$, 即 $3a = 4b$, 不符合题意, A 选项错误;

B 选项, $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, 即 $4a = 3b$, 符合题意, B 选项正确;

C 选项, $b:a = 3:4$, 即 $3a = 4b$, 不符合题意, C 选项错误;

D 选项, $\frac{b}{4} = \frac{3}{a}$, 即 $ab = 12$, 不符合题意, C 选项错误.

故选: B.

2. 一座城市地图中两地图上距离为 10cm , 表示实际距离 30km , 该幅地图的比例尺是 ().

- A. 1:3 B. 1:300000 C. 1:3000 D. 1:30000

【答案】B

【解析】

【分析】根据比例尺的意义知道, 图上距离与实际距离的比就是比例尺, 由此先把实际距离 30 千米换算成以厘米作单位, 再写出对应比, 化简即可.

【详解】解: 因为 $30\text{km} = 3000000\text{cm}$,

所以 $10\text{cm} : 3000000\text{cm} = 1 : 300000$;

故选: B.

【点睛】此题主要考查了比例尺的意义, 另外注意图上距离与实际距离的单位要统一; 比例尺是一个比, 不能带单位.

3. 在下列事件中, 确定事件是 ()

- A. 买一张体育彩票，中大奖
- B. 抛掷一枚硬币，落地后正面朝上
- C. 在共装有 5 只红球的袋子里，摸出一只白球
- D. 小海在练习篮球投篮时 5 投全中

【答案】 C

【解析】

【分析】 确定事件包括必然事件和不可能事件，即一定发生或一定不发生的事件，根据定义逐一判断各项事件类型即可得解.

【详解】 解： A、买一张体育彩票中大奖，可能发生也可能不发生，是随机事件，不符合要求；
 B、抛掷一枚硬币落地后正面朝上，可能发生也可能不发生，是随机事件，不符合要求；
 C、袋子中只有 5 只红球，一定不可能摸出白球，属于不可能事件，是确定事件，符合要求；
 D、小海投篮 5 投全中，可能发生也可能不发生，是随机事件，不符合要求.

4. 已知 $x:y=2:3$ ，那么下列等式中一定正确的是 ()

- A. $\frac{x}{2y} = \frac{3}{4}$
- B. $\frac{x+2}{y+2} = \frac{5}{4}$
- C. $\frac{x^2}{y} = \frac{9}{4}$
- D. $\frac{x+y}{x} = \frac{5}{2}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 此题考查了比例的性质，解题的关键是掌握内项之积等于外项之积、合比性质和等比性质. 根据比例的性质分别对每一项进行分析，即可得出答案.

【详解】 解： $\because x:y=2:3$,

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}, \quad 3x = 2y,$$

A、 $\frac{x}{2y} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \neq \frac{3}{4}$ ，故本选项错误，不符合题意；

B、当 $x=2$ ， $y=3$ 时， $\frac{x+2}{y+2} = \frac{4}{5} \neq \frac{5}{4}$ ，故本选项错误，不符合题意；

C、 $\frac{x^2}{y} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3} \neq \frac{9}{4}$ ，故本选项错误，不符合题意；

D、 $\frac{x+y}{x} = 1 + \frac{y}{x} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ ，故本选项正确，符合题意；

故选：D.

5. 一张半圆形纸片的面积是 6.28 平方分米, 要剪成这样的半圆形, 所需一张长方形纸片的面积至少为 ()

- A. 8 平方分米 B. 9 平方分米 C. 10 平方分米 D. 12 平方分米

【答案】A

【解析】

【分析】根据半圆形的面积公式: $S = \frac{1}{2}\pi r^2$, 求得半圆形的半径和直径; 需要的长方形的长等于半圆的直径, 长方形的宽等于半圆的半径, 据此求出长方形的长和宽的值, 进而利用长方形的面积公式即可求解.

【详解】 $\frac{1}{2}\pi r^2 = 6.28$,

$$r^2 = \frac{6.28 \times 2}{3.14} = 4,$$

由于 $2^2 = 4$,

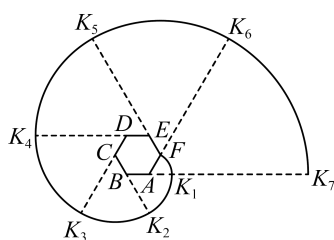
所以圆的半径为 2, 直径为 4,

$$2 \times 4 = 8 (\text{平方分米}),$$

故选: A.

【点睛】本题考查了圆面积的计算, 解答此题的关键是明白: 这个长方形的长等于半圆的直径, 长方形的宽等于半圆的半径.

6. 如图, 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形 (即六条边相等, 六个角都是 120°), 曲线 $FK_1K_2K_3K_4K_5K_6K_7 \cdots$ 叫做“正六边形的渐开线”, 其中弧 FK_1 , 弧 K_1K_2 , 弧 K_2K_3 , 弧 K_3K_4 , 弧 K_4K_5 , 弧 K_5K_6 , 的圆心依次按点 A, B, C, D, E, F 循环, 其弧长分别记为 $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, \dots$. 当 $AB = 1$ 时, l_{2026} 等于 ()



- A. $\frac{2026\pi}{2}$ B. $\frac{2026\pi}{3}$ C. $\frac{2026\pi}{4}$ D. $\frac{2026\pi}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用弧长公式, 分别计算出 $l_1, l_2, l_3, \dots$ 的长, 寻找其中的规律, 确定 l_{2026} 的长.

【详解】解：根据题意得正六边形的外角为 $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ ，且 $AB = 1$ 。

$$\text{则 } l_1 = \frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3},$$

$$l_2 = \frac{60\pi \times 2}{180} = \frac{2\pi}{3},$$

$$l_3 = \frac{60\pi \times 3}{180} = \frac{3\pi}{3} = \pi,$$

$$l_4 = \frac{60\pi \times 4}{180} = \frac{4\pi}{3},$$

...

按照这种规律可以得到： $l_n = \frac{n\pi}{3}$ ，

$$\text{所以 } l_{2026} = \frac{2026\pi}{3}.$$

二、填空题（每小题 2 分，共 24 分）

7. 求比值： $\frac{3}{5} : 0.4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了求比值，除法计算，分数与小数的转化，掌握比的性质，以及除法的运算是解题关键。先将比转化为除法，再统一数的性质，最后根据除以一个分数等于乘以它的倒数求解即可。

$$\text{【详解】解： } \frac{3}{5} : 0.4 = \frac{3}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{3}{2},$$

故答案为： $\frac{3}{2}$

8. 如果 $a:b = 2:3$ ， $b:c = 3:5$ ，那么 $a:b:c = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】

2:3:5

【解析】

【分析】解题思路是统一两个比例中公共项 b 的份数，本题中两个比例里 b 的份数一致，直接写出三个数的连比即可。

$$\text{【详解】解：已知 } a:b = 2:3, \quad b:c = 3:5,$$

两个比例中， b 对应的份数均为 3，无需变形，

因此可得 $a:b:c = 2:3:5$ 。

9. 如果 6 是 2 和 x 的比例中项，那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】

18

【解析】

【分析】根据比例中项的定义：对于一个比例而言，如果两个比例内项相同，即 $a:b=b:c$ ，那么把 b 叫做 a 和 c 的比例中项；比例的基本性质：两内项之积等于两外项之积，列方程求解即可.

【详解】解：∵6是2和 x 的比例中项，

$$\therefore 2x = 6^2,$$

解得 $x = 18$.

10. 一副扑克牌由 54 张牌组成，从其中抽出一张，对以下 3 个事件：①抽到的牌是红桃②抽到的牌是 K ③抽到的牌面是黑色，按发生的可能性从小到大排列为_____.

【答案】②①③

【解析】

【分析】本题主要考查了可能性从小，比较三个事件发生的可能性，需分别计算每个事件的可能情况数，再除以总数 54，最后比较可能性的大小排序.

【详解】解：①抽到的牌是红桃的可能性为： $\frac{13}{54}$

②抽到的牌是是 K 的可能性为： $\frac{4}{54}$

③抽到的牌面是黑色的可能性为： $\frac{26}{54}$,

$$\text{则 } \frac{4}{54} < \frac{13}{54} < \frac{26}{54},$$

按发生的可能性从小到大排列为②①③,

故答案为:②①③.

11. 小明爸爸把 20000 元按两年期定期存款，年利率为 1.45%，存满两年到期后取出可得利息_____元.

【答案】580

【解析】

【分析】本题考查了百分数的应用，掌握利率问题的计算公式是解题关键. 根据利息 = 本金 $\times$ 利率 $\times$ 时间，即可求解.

【详解】解： $20000 \times 1.45\% \times 2 = 580$ (元),

即存满两年到期后取出可得利息 580 元,

故答案为：580.

12. 六（1）班有 40 名同学，某一天缺席 6 名，这天的出勤率为_____.

【答案】 85%

【解析】

【分析】 根据出勤率 = 出勤人数 ÷ 总人数即可求出答案.

【详解】 解： ∵ 六（1）班有 40 名同学，某一天缺席 6 名，

∴ 出勤的人数为： $40 - 6 = 34$ （名），

∴ 出勤率为： $\frac{34}{40} \times 100\% = 85\%$.

13. 在三个数 5，8，4 中再添上一个数，使得这四个数可以组成比例，这个数最大是_____

【答案】

10

【解析】

【分析】 根据比例的基本性质，要使添上的数最大，应将两个较大的已知数作为一组内项或外项，最小的已知数作为另一个内项或外项，再根据比例的两个外项的积等于两个内项的积，据此列式计算即可.

【详解】 解： ∵ $4 < 5 < 8$

∴ 添加的数最大为 $5 \times 8 \div 4 = 10$.

14. 一个圆的半径为 5 厘米，那么它的周长是_____厘米（ π 取 3.14）.

【答案】 31.4

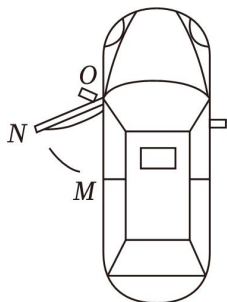
【解析】

【分析】 本题主要考查了求圆的周长，根据圆周长的公式 $C = 2\pi r$ 求解即可.

【详解】 解： 圆的周长为： $C = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 5 = 31.4$ （厘米），

故答案为： 31.4

15. 如图，某汽车车门的底边长为 1m，车门侧开后的最大角度为 72° ，若将一扇车门侧开，则这扇车门底边扫过区域的最大面积是_____ m^2 .（结果保留 π ）



【答案】 $\frac{\pi}{5}$

【解析】

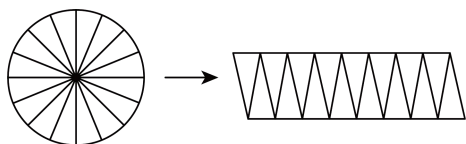
【分析】 本题考查扇形的面积. 根据这扇车门底边扫过的区域是扇形, 求出扇形的半径和圆心角, 然后由扇形的面积公式计算即可.

【详解】 解: 根据题意这扇车门底边扫过的区域是扇形,
其中扇形的半径为 1m , 圆心角最大角度为 72° ,

$$\therefore \text{扇形的最大面积为: } \frac{72\pi r^2}{360} = \frac{\pi}{5} (\text{m}^2),$$

故答案为: $\frac{\pi}{5}$.

16. 如图, 把一个圆分成若干(偶数)等份, 剪开后, 用这些近似等腰三角形的小纸片拼成一个近似的平行四边形, 新图形的周长比圆的周长多 10 厘米, 则这个圆的周长是_____米 (π 取 3.14).



【答案】 0.314

【解析】

【分析】 根据图形可知, 新图形的周长比圆的周长多了圆的两个半径, 继而求出圆的直径, 再利用圆的周长公式求解即可.

【详解】 解: 由题意得, 新图形的周长比圆的周长多 10 厘米,
 $\therefore$ 圆的半径为 $10 \div 2 = 5$ 厘米,
 $\therefore$ 这个圆的周长是 $2\pi \times 5 = 2 \times 3.14 \times 5 = 31.4$ 厘米 $= 0.314$ 米.

17. 某售楼中心对一商品房的标价是: 基价为 24000 元/平方米, 楼层差价如下表 (+ 表示上浮, - 表示下浮):

楼层	一	二	三	四	五	六
差价百分比	0%	+8%	+17%	+10%	+2%	-10%

某人买了面积为 80 平方米的三楼, 若他用同样的钱去买六楼, 可以买_____平方米.

【答案】 104

【解析】

【分析】 先计算购买三楼商品房所需的总金额. 再计算六楼每平方米的单价. 最后根据总金额不变. 求出可购买六楼的面积.

【详解】 解: 由题意可得, 三楼每平方米的单价为: $24000 \times (1 + 17\%) = 28080$ (元/平方米),

∴ 购买80平方米三楼的总金额为： $28080 \times 80 = 2246400$ （元），

六楼每平方米的单价为： $24000 \times (1 - 10\%) = 21600$ （元/平方米），

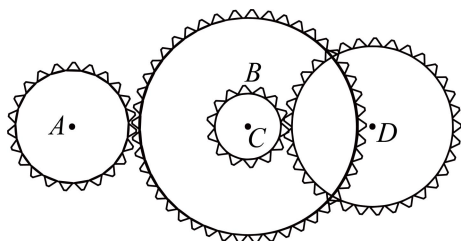
设用同样的钱可以购买六楼的面积为 x 平方米，

依题意得： $21600x = 2246400$ ，

解得： $x = 104$ ，

∴ 若他用同样的钱去买六楼，可以买104平方米。

18. 某一齿轮组合需要由齿轮 A 齿数 $(NG_A) = 35$ ；齿轮 D 齿数 $(NG_D) = 42$ ，拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转速比要达到 $24:5$ ，先需要增加两个齿轮（如图所示），若设齿轮 B 齿数 $(NG_B) = a$ ；齿轮 C 齿数 $(NG_C) = b$ ，则 a 与 b 的比值为_____。



【答案】4

【解析】

【分析】本题主要考查了反比例的应用，解题关键是结合齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系解题。设齿轮 A 与齿轮 D 的转速分别为 $24m, 5m$ ，齿轮 B 和齿轮 C 的转速为 n ，根据“齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系”求得 a, b 的值，即可获得答案。

【详解】解：根据题意，拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转速比要达到 $24:5$ ，

可设齿轮 A 与齿轮 D 的转速分别为 $24m, 5m$ ，齿轮 B 和齿轮 C 的转速为 n ，

则有 $35 \times 24m = an$ ， $bn = 42 \times 5m$ ，

整理可得 $a = \frac{35 \times 24m}{n}$ ， $b = \frac{42 \times 5m}{n}$ ，

所以， $a:b = \frac{35 \times 24m}{n} : \frac{42 \times 5m}{n} = 4$ 。

故答案为：4。

三、解答题（共9题，共64分）

19. 求 x 的值： $\frac{3}{5}:x = 1.5:0.25$ 。

【答案】

$$x = 0.1$$

【解析】

【分析】根据比例的基本性质，内项之积等于外项之积得到关于 x 的一元一次方程，求解方程即可得到 x 的值.

$$\text{【详解】解：} \because \frac{3}{5} : x = 1.5 : 0.25,$$

$$\therefore 1.5x = 0.25 \times \frac{3}{5},$$

$$\therefore 1.5x = 0.15,$$

$$\therefore x = \frac{0.15}{1.5} = 0.1.$$

$$20. \text{ 已知 } a:b = \frac{3}{4} : \frac{1}{3}, b:c = 6:5.$$

(1) 将 $a:b = \frac{3}{4} : \frac{1}{3}$ 化为最简整数比为_____;

(2) 求 $a:b:c$.

【答案】(1) 9:4

(2) $a:b:c = 27:12:10$.

【解析】

【分析】本题主要考查比的化简、最简整数比，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

(1) 化简即可得出答案;

(2) 统一中间项的数值，进而得出答案.

【小问 1 详解】

$$\text{解：} a:b = \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4} = 9:4.$$

故答案为：9:4;

【小问 2 详解】

$$\text{解：} a:b = \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4} = 9:4 = 27:12,$$

$$b:c = 6:5 = 12:10,$$

$$\text{则 } a:b:c = 27:12:10.$$

$$21. \text{ 已知 } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}, \text{ 求 } \frac{x+y+z}{2x+y-z} \text{ 的值, 且 } 2x+y-z \neq 0.$$

【答案】3

【解析】

【分析】 本题考查了分式求值. 通过转化思想, 将 x, y, z 转化为含有相同比值的量是解题的关键. 设公共比例系数为 k , 将 x, y, z 转化成用 k 表示的量, 再代入所求分式, 化简计算, 即可得到结果.

【详解】 解: 设 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k$, 则 $x = 2k, y = 3k, z = 4k$,

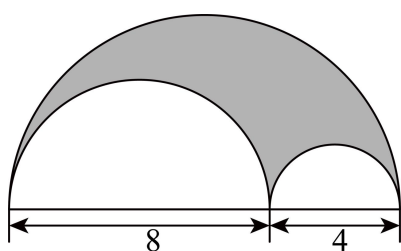
$$\therefore 2x + y - z = 2 \times 2k + 3k - 4k = 3k \neq 0,$$

$$\therefore k \neq 0,$$

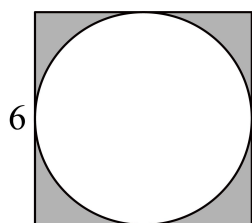
$$\text{原式} = \frac{2k + 3k + 4k}{2 \times 2k + 3k - 4k} = \frac{9k}{3k} = 3.$$

22. 按要求解答下列各题: π 取 3.14

(1) 求下图阴影部分的周长;



(2) 求下图阴影部分的面积.



【答案】 (1) 37.68

(2) 7.74

【解析】

【分析】 (1) 把三个半圆的周长相加即可求解.

(2) 根据阴影部分的面积等于正方形的面积减去圆的面积求解即可.

【小问 1 详解】

解: 大半圆的直径: $4 + 8 = 12$

阴影部分的周长: $3.14 \times 12 \div 2 + 3.14 \times 8 \div 2 + 3.14 \times 4 \div 2$

$$= 18.84 + 12.56 + 6.28$$

$$= 37.68$$

【小问 2 详解】

解: 圆的半径: $6 \div 2 = 3$

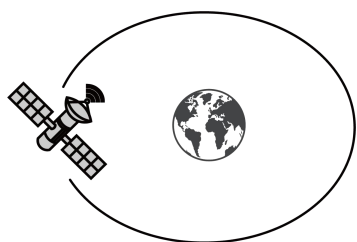
阴影部分的面积: $6 \times 6 - 3.14 \times 3^2$

$$= 36 - 3.14 \times 9$$

$$= 36 - 28.26$$

$$= 7.74$$

23. 已知中国空间站沿着地球同步卫星轨道飞行, 同步轨道近似为圆形、中国空间站在绕地球飞行一圈的时间、飞行速度和轨道高度等方面都与国际空间站相同, 绕地球一圈的时间为 90 分钟, 飞行速度每小时 27000 千米.



(1) 地球的半径长约为 6371 千米, 空间站距离地球表面多少千米? (π 取 3, 结果保留整数)

(2) 有人说空间站运行一天 (24 小时) 相当于从地球往返月球一次, 你觉得这种说法正确吗? 请说明理由. (地球到月球的距离约为 38.4 万千米)

【答案】 (1) 空间站距离地球表面 379 千米

(2) 这种说法不正确. 因为空间站运行一天的路程小于从地球往返月球一次的路程

【解析】

【分析】 (1) 先求出空间站的周长, 再求出空间站的半径, 然后减去地球的半径即可求出空间站距离地球的距离.

(2) 分别求出空间站运行一天的距离和从地球往返月球一次的距离, 相比即可求出答案.

【小问 1 详解】

解: $90 \div 60 = 1.5$ (小时)

$$27000 \times 1.5 = 40500 \text{ (千米)}$$

$$40500 \div 3 \div 2 = 6750 \text{ (千米)}$$

$$6750 - 6371 = 379 \text{ (千米)}$$

答: 空间站距离地球表面 379 千米.

【小问 2 详解】

解: $27000 \times 24 = 648000$ (千米)

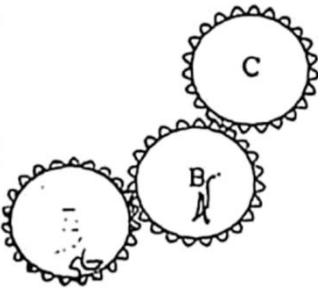
$$38.4 \text{ 万千米} = 384000 \text{ (千米)}$$

$$384000 \times 2 = 768000 \text{ (千米)}$$

$$648000 < 768000$$

答：这种说法不正确。因为空间站运行一天的路程小于从地球往返月球一次的路程。

24. 旋转的齿轮.



- (1) 齿数为 36 的齿轮 A 与齿数为 48 的齿轮 B 啮合，齿轮 A 与齿轮 B 的转速比为_____：
- (2) 如图是一个由三个齿轮组成的齿轮组，如果在转动过程中，齿轮 A 顺时针旋转，那么齿轮 C 旋转方向是_____。
- (3) 在三个齿轮组成的传动系统中，齿轮 A 与齿轮 B 啮合，齿轮 B 与齿轮 C 啮合，且齿轮 A 有 20 齿，齿轮 B 与齿轮 C 共有 70 齿，如果要将齿轮 A 的转速从 180 圈/分钟通过齿轮组使齿轮 C 的转速达到 120 圈/分钟，那么齿轮 B 的转速是_____圈/分钟。

【答案】(1) 4:3

(2) 顺时针旋转 (3) 90

【解析】

【分析】 本题主要考查比的运用，方程的运用，理解数量关系，正确列式求解是关键。

- (1) 根据比例计算即可；
- (2) 根据齿轮旋转方向判定即可；
- (3) 设齿轮 B 有 x 齿，则齿轮 C 有 $(70-x)$ 齿，齿轮 A 的转速为 $v_A = 180$ 圈/分钟，齿轮 B 的转速表示为 v_B ，齿轮 C 的转速达到 $v_C = 120$ 圈/分钟，由此列式求解即可。

【小问 1 详解】

解： $48:36 = 4:3$ ，

$\therefore$ 齿轮 A 与齿轮 B 的转速比为 4:3，

故答案为： 4:3；

【小问 2 详解】

解： 齿轮 A 与齿轮 B 的方向相反，齿轮 B 与齿轮 C 的方向相反，

$\therefore$ 齿轮 C 旋转方向与齿轮 A 旋转方向相同，即齿轮 C 旋转方向是顺时针旋转，

故答案为：顺时针旋转；

【小问 3 详解】

解：设齿轮 B 有 x 齿，则齿轮 C 有 $(70-x)$ 齿，齿轮 A 的转速为 $v_A = 180$ 圈/分钟，齿轮 B 的转速表示为 v_B ，

齿轮 C 的转速达到 $v_C = 120$ 圈/分钟，

$$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \frac{x}{20}, \frac{v_B}{v_C} = \frac{70-x}{x},$$

$$\therefore \frac{v_A}{v_C} = \frac{x}{20} \times \frac{70-x}{x} = \frac{70-x}{20},$$

$$\therefore \frac{70-x}{20} = \frac{180}{120},$$

解得， $x = 40$ ，

检验，当 $x = 40$ 时，原方程有意义，

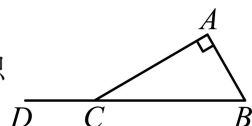
$\therefore$ 齿轮 B 有 40 齿，齿轮 C 有 30 齿，

$$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \frac{x}{20} = \frac{40}{20} = 2,$$

$$\therefore v_B = \frac{1}{2}v_A = 90 \text{ 圈/分钟},$$

故答案为：90.

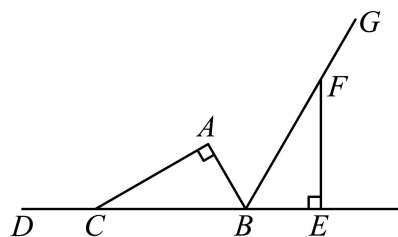
25. 小明同学把一面小旗帜



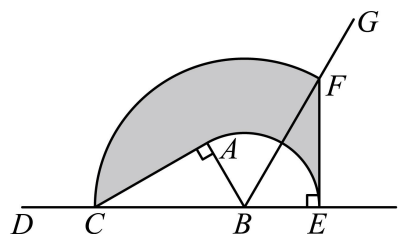
放置在一个平面上，其中三角形 ABC 是一个直角三角形，

角 ABC 等于 60° ，边 $AB = 10$ 厘米， $BC = 20$ 厘米，旗帜把手 $DC = 10$ 厘米.

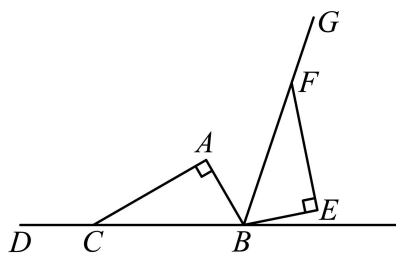
(1) 如图，把它绕着点 B 沿着直线翻动，落到了右侧小旗帜的位置处. 求点 A 经过的路程；(结果保留 π)



(2) 求边 AC 扫过的阴影面积；(结果保留 π)



(3) 如图，当小旗帜翻动后的位置如图所示时，如果点 C 经过的路程是 a 厘米，那么点 D 经过的路程是 _____ 厘米. (结果用含有 a 的式子表示)



【答案】(1) $\frac{20}{3}\pi$

(2) 100π

(3) $\frac{3}{2}a$

【解析】

【分析】 本题考查弧长，扇形的面积；

(1) 求出 AE 的长即可；

(2) 将阴影部分的面积转化为扇形 CBF 的面积减去扇形 ABE ，进行求解即可；

(3) 根据点 C 经过的路程是 a 厘米，求出旋转角的度数，再根据弧长公式求出点 D 经过的路程即可.

【小问 1 详解】

解：因为 $\angle ABC = 60^\circ$ ，

所以 $\angle ABE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，即旋转角为 120° ，

所以点 A 经过的路程为 $l_{\text{弧}AE} = \frac{120 \times \pi \times 10}{180} = \frac{20}{3}\pi$ ；

【小问 2 详解】

：解因为旋转，

所以 $S_{\text{三角形}BEF} = S_{\text{三角形}ABC}$ ，

所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}CBF} + S_{\text{三角形}BEF} - S_{\text{三角形}ABC} - S_{\text{扇形}ABE}$

$= S_{\text{扇形}CBF} - S_{\text{扇形}ABE}$

$= \frac{120 \times \pi \times 400}{360} - \frac{120 \times \pi \times 100}{360}$

$= 100\pi$ ；

【小问 3 详解】

解：因为点 C 经过的路程是 a 厘米，

所以 $\angle CBF = 180a \div 20\pi = \frac{9a}{\pi}$,

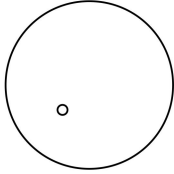
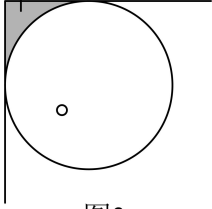
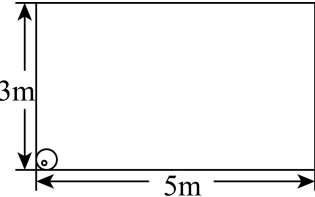
因为 $BC = 20$ 厘米, $DC = 10$ 厘米

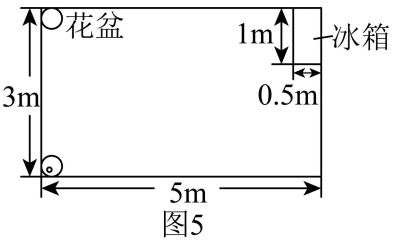
所以 $BD = 30$ 厘米,

所以点 D 经过的路程是 $\frac{9a\pi}{180\pi} \times 30 = \frac{3}{2}a$;

故答案为: $\frac{3}{2}a$.

26. 请根据材料完成如下三个任务:

扫地机器人的清洁场景		
素材1	如图 1, 某智能扫地机器人通过机身圆形底盘进行清扫, 机身上凸起的圆形激光发射器可发射激光实现定位和避障. 示意图如图 2, 大圆代表扫地机器人, 内部的小圆代表激光发射器. 已知激光发射器的半径是 2 厘米, 且机身圆型底盘面积是激光发射器面积的 100 倍.	  图1 图2
素材2	扫地机器人因圆形底盘设计, 在一些转角处会产生一部分无法清扫区域, 这一部分被称为物理清扫盲区, 如图 3 中的阴影部分.	物理清扫盲区  图3
问题解决:		
	任务 1 计算该扫地机器人机身圆型底盘半径为_____厘米.	
任务2	某空置房间尺寸如图 4, 请计算此房间该扫地机器人的物理清扫盲区的面积共为_____平方厘米 (结果保留 π).	 图4

任务 3	如果在这个房间摆放一台冰箱和一个花盆，位置如图 5 所示，冰箱和花盆底部都是直接接触地面，扫地机器人无法进入。冰箱底面可看作是长为 1 米、宽为 0.8 米的长方形，花盆底面可看作是圆形，半径与扫地机器人底盘半径相同。请计算此时扫地机器人无法清扫到的面积是_____平方厘米（结果保留 π）。	
------	--	--

【答案】 任务 1：20；任务 2： $(1600 - 400\pi)$ ；任务 3： $(11600 - 500\pi)$

【解析】

【分析】 本题考查圆的面积，掌握圆的面积公式是解题的关键：

任务 1：直接根据圆的面积公式得出 $S_{\text{发射器}} = \pi r^2 = 4\pi$ 平方厘米，进而可得出答案；

任务 2：直接根据圆的面积公式得出单个角落盲区面积，进而可得出答案；

任务 3：根据无法清扫面积 = 物理盲区面积 + 冰箱底部面积 + 花盆底部面积，即可得出答案。

【详解】 解：

任务 1

激光发射器半径 $r = 2$ 厘米，其面积 $S_{\text{发射器}} = \pi r^2 = 4\pi$ 平方厘米。

因为机身圆盘面积是发射器的 100 倍，

所以 $S_{\text{圆盘}} = 100 \times 4\pi = 400\pi$ 平方厘米。

设机身圆盘半径为 R ，

$$\text{所以 } \pi R^2 = 400\pi,$$

解得 $R = 20$ 厘米。

任务 2

$$\text{单个角落盲区面积：} 20 \times 20 - \frac{1}{4} \times \pi \times 20^2 = 400 - 100\pi \text{ (平方厘米).}$$

$$\text{所以 4 个角落总面积：} 4 \times (400 - 100\pi) = 1600 - 400\pi \text{ (平方厘米).}$$

任务 3

物理盲区面积: $9(400-100\pi)=3600-900\pi$ 平方厘米.

因为 1 米 = 100 厘米, 0.8 米 = 80 厘米,

所以冰箱底部面积: $100 \times 80 = 8000$ 平方厘米.

花盆底部面积: $\pi \times 20^2 = 400\pi$ 平方厘米.

所以总无法清扫面积: $(3600-900\pi)+8000+400\pi=11600-500\pi$ (平方厘米).

27. 三国时期, 魏、蜀、吴三国混战. 公元 208 年, 魏王屯军赤壁, 意图挥兵顺江南下, 攻取蜀、吴两国. 魏军势大, 蜀、吴两国的士兵数量的总和仅为魏军士兵数量的 $\frac{3}{4}$, 于是吴、蜀组成吴蜀联军, 依托长江天险拒守. 吴蜀联军之中, 蜀、吴两国的士兵总数量之比为 1:2. 士兵可分为水兵、步兵两类, 蜀国的水兵、步兵数量之比为 1:1, 吴国的水兵、步兵数量之比为 5:1, 魏国水兵较少, 仅占魏国士兵数量的 $\frac{1}{4}$.

(1) 求吴蜀联军中的水兵数量之和与魏军中的水兵数量的比值是_____.

(2) 吴国某水军将领甲见魏军势大, 心中胆怯, 带领手下 11 万水兵向曹操投降. 此时, 魏国水兵的数量比吴国水兵的数量多 $\frac{1}{3}$, 问: 魏军原本有水兵数量多少人?

(3) 根据吴国水兵军制, 每条船配备 10 名水兵; 根据蜀国水兵军制, 每条船配备 15 名水兵; 根据魏国水兵军制, 每条船配备 20 名水兵. 求该吴国水军将领甲投降后, 魏国、蜀国、吴国军队配备的船只数量之比. (假设该将领投降后, 魏国、蜀国、吴国水兵的船只数量依旧严格按照军制进行配备)

【答案】 (1) $\frac{13}{6}$

(2) 21 万人

(3) 16:7:24

【解析】

【分析】 (1) 设蜀国的水兵数量为 x 名, 则蜀国的士兵总数量为 $2x$ 名, 可得吴国的士兵总数量 $4x$ 名, 从而得到蜀、吴两国的士兵数量的总和为 $6x$ 名, 吴国的水兵的数量为 $\frac{10}{3}x$ 名, 吴蜀联军中的水兵数量之和为 $\frac{13}{3}x$ 名, 再求出魏军士兵的总数量为 $8x$ 名, 可得魏国水兵的数量为 $2x$ 名, 即可求解;

(2) 设蜀国的水兵数量为 x 名, 由 (1) 得: 吴国的水兵原本的数量为 $\frac{10}{3}x$ 名, 魏国水兵原本的数量为 $2x$ 名, 根据题意可得现在魏国水兵的数量比吴国水兵的数量的 $\frac{4}{3}$, 从而得到

$(2x+110000):\left(\frac{10}{3}x-110000\right)=4:3$, 即可求解;

(3) 由 (2) 得：该吴国水军将领甲投降后，蜀国的水兵数量为 105000 名，吴国水兵的数量为 240000 名，魏国水兵的数量为 320000 名，可得该吴国水军将领甲投降后，魏国、蜀国、吴国军队配备的船只数量，即可求解。

【小问 1 详解】

解：设蜀国的水兵数量为 x 名，则步兵数量为 x 名，

$\therefore$ 蜀国的士兵总数量为 $2x$ 名，

$\therefore$ 蜀、吴两国的士兵总数量之比为 $1:2$ ，

$\therefore$ 吴国的士兵总数量 $4x$ 名，

$\therefore$ 蜀、吴两国的士兵数量的总和为 $6x$ 名，

$\therefore$ 吴国的水兵、步兵数量之比为 $5:1$ ，

$\therefore$ 吴国的水兵的数量为 $4x \times \frac{5}{6} = \frac{10}{3}x$ 名，

$\therefore$ 吴蜀联军中的水兵数量之和为 $x + \frac{10}{3}x = \frac{13}{3}x$ 名，

$\therefore$ 蜀、吴两国的士兵数量的总和仅为魏军士兵数量的 $\frac{3}{4}$ ，

$\therefore$ 魏军士兵的总数量为 $6x \div \frac{3}{4} = 8x$ 名，

$\therefore$ 魏国水兵较少，仅占魏国士兵数量的 $\frac{1}{4}$ ，

$\therefore$ 魏国水兵的数量为 $8x \times \frac{1}{4} = 2x$ 名，

$\therefore$ 吴蜀联军中的水兵数量之和与魏军中的水兵数量的比值是 $\frac{13}{3}x : 2x = \frac{13}{6}$ ；

【小问 2 详解】

解：设蜀国的水兵数量为 x 名，

由 (1) 得：吴国的水兵原本的数量为 $\frac{10}{3}x$ 名，魏国水兵原本的数量为 $2x$ 名，

$\therefore$ 带领手下 11 万水兵向曹操投降。此时，魏国水兵的数量比吴国水兵的数量多 $\frac{1}{3}$ ，

$\therefore$ 现在魏国水兵的数量比吴国水兵的数量的 $\frac{4}{3}$

$$(2x + 110000) : \left(\frac{10}{3}x - 110000 \right) = 4 : 3,$$

解得： $x = 105000$ ，

此时 $2x = 210000$ ，

答：魏军原本有水兵数量 21 万人；

【小问 3 详解】

解：由（2）得：该吴国水军将领甲投降后，蜀国的水兵数量为 105000 名，吴国水兵的数量为 240000 名，魏国水兵的数量为 320000 名，

∵ 吴国水兵军制，每条船配备 10 名水兵；根据蜀国水兵军制，每条船配备 15 名水兵；根据魏国水兵军制，每条船配备 20 名水兵，

∴ 该吴国水军将领甲投降后，魏国、蜀国、吴国军队配备的船只数量之比为

$$\frac{320000}{20} : \frac{105000}{15} : \frac{240000}{10} = 16000 : 7000 : 24000 = 16 : 7 : 24 .$$