

青浦区实验中学 2024 学年六年级第二学期数学期末测试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

1. 有 2、3、6 三个数，再选取一个数，使得这四个数成比例，这个数不能是（ ）

A. 1

B. 4

C. 9

D. 12

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了比例，根据比例的定义进行即可.

【详解】解： $1:2=3:6$ ， $2:4=3:6$ ， $2:3=6:9$ ，而 12 则不能与这 3 个数组成比例；
故选：D.

2. 下列方程中，是二元一次方程组的是（ ）

A.
$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y=1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+5y=-1 \\ 2x=2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} xy=2 \\ x-2y=3 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x+\frac{1}{y}=1 \\ 3y+x=3 \end{cases}$$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程组的定义，属于基础题，熟练掌握二元一次方程组的定义是解题的关键. 根据二元一次方程组的定义：由两个一次方程组成，含有两个未知数且所有未知数的项的次数都是 1，可直接选出正确选项.

【详解】解：A 选项中的方程组有三个未知数，故不符合题意；

B 选项中的方程组属于二元一次方程组，故符合题意；

C 选项中的方程组中的 $xy=2$ 不是一次方程，故不符合题意；

D 选项中的方程中的第一个方程的分母含未知数，不是整式方程，故不符合题意.

故选：B.

3. 下列事件：①若 a 、 b 是有理数，则 $a+b=b+a$ ；②抛掷一枚质地均匀的硬币，正面向上；③明天是晴天；④6 张相同的卡片上分别标有数字 1-6，从中任意抽取 1 张，抽到卡片上标有数字 7. 其中属于确定事件的是（ ）

A. ①②

B. ②④

C. ①③

D. ①④

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了随机事件以及确定事件的定义，正确掌握相关定义是解题关键. 利用随机事件以

及确定事件的定义，逐一进行分析即可得出答案.

【详解】解：若 a 、 b 是有理数，则 $a+b=b+a$ ，是必然事件，是确定事件，故①符合题意；

抛掷一枚质地均匀的硬币，正面向上，是随机事件，不是确定事件，故②不符合题意；

明天是晴天，是随机事件，不是确定事件，故③不符合题意；

6 张相同的卡片上分别标有数字 1-6，从中任意抽取 1 张，抽到卡片上标有数字 7，是不可能事件，是确定事件，故④符合题意；

综上所述，属于确定事件的是①④.

故选：D.

4. 小海去电影院购买电影票时付款 50 元找回 10 元，根据图表信息，可判断小海看的场次是（ ）

《哪吒之魔童闹海》80 元/张	
上午场：6 折	中午场：
5 折	
下午场：8 折	夜场：
不打折	

A. 上午场

B. 中午场

C. 下午场

D. 夜场

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查有理数的混合运算，理解题意并列出正确的算式是解题的关键. 根据题意列式计算后进行判断即可.

【详解】解： $(50-10) \div 80 = 40 \div 80 = 0.5$ ，

即小海看的是打五折的场次，

故选：B.

5. 一个圆柱的底面半径扩大到原来的 2 倍，高扩大到原来的 3 倍，则这个圆柱体的体积（ ）

A. 扩大到原来的 12 倍

B. 扩大到原来的 6 倍

C. 扩大到原来的 18 倍

D. 缩小到原来的 $\frac{1}{12}$

【答案】A

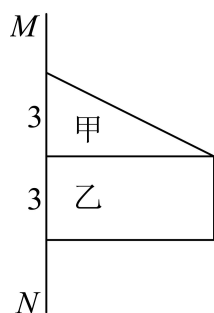
【解析】

【分析】本题考查了圆柱的体积，熟记圆柱的体积公式是解题的关键. 根据圆柱的体积公式即可求解.

【详解】解：圆柱的底面半径扩大到原来的 2 倍，则圆柱的底面积扩大到原来的 4 倍，高扩大到原来的 3 倍，则这个圆柱体的体积扩大到原来的 $4 \times 3 = 12$ 倍。

故选：A.

6. 如图，甲是一个直角三角形，乙是一个长方形，如果将图绕 MN 旋转一周，经过的空间形成了立体图形，此时甲和乙形成的立体图形的体积之比是（ ）



- A. 1:3 B. 3:1 C. 1:9 D. 9:1

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查圆柱与圆锥体积的关系，解题的关键是正确理解题意。

根据题意可知，甲和乙形成的立体图形为等底等高的圆锥和圆柱，从而可得体积之比。

【详解】解：根据题意可知，甲和乙形成的立体图形为等底等高的圆锥和圆柱，

$\therefore$ 甲和乙形成的立体图形的体积之比是 1:3，

故选：A.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 为更好地反映我市一周内降雨量的变化情况，最适合采用_____统计图(填“扇形”、“折线”或“条形”).

【答案】折线

【解析】

【分析】本题主要考查统计图的选择，根据统计图的特点进行分析可得：扇形统计图表示的是部分在总体中所占的百分比，但一般不能直接从图中得到具体的数据；折线统计图表示的是事物的变化情况；条形统计图能清楚地表示出每个项目的具体数目。

【详解】解：为更好地反映我市一周内降雨量的变化情况，最适合采折线统计图。

故答案为：折线。

8. 求比值： $\frac{2}{5} : 2\frac{1}{3} =$ _____.

【答案】 $\frac{6}{35}$

【解析】

【分析】 本题考查求比值，解题的关键是正确理解比的意义。

根据比的意义，计算即可。

【详解】 解： $\frac{2}{5} : 2\frac{1}{3} = \frac{2}{5} \div \frac{7}{3} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$

故答案为： $\frac{6}{35}$ 。

9. 某校六年级学生在植树节活动时种了120棵小树苗，其中108棵存活，则这批树苗的存活率为_____。

【答案】 90%

【解析】

【分析】 本题考查百分数的实际应用，解题的关键是熟练掌握存活率的计算方法。

根据存活率的计算公式，代入已知数据，计算即可。

【详解】 解：根据题意可得，存活率为： $108 \div 120 \times 100\% = 90\%$

故答案为： 90%。

10. 若一张地图的比例尺是1:150000，在地图上量得甲、乙两地的距离是5cm，则甲、乙两地的实际距离是_____ km。

【答案】 7.5

【解析】

【分析】 本题考查比例尺，解题的关键是正确理解比例尺的意义。

设甲、乙两地的实际距离为 xcm ，根据题意列方程，求解即可。

【详解】 解：设甲、乙两地的实际距离为 xcm ，

根据题意可得， $5 : x = 1 : 150000$ ，

解得， $x = 750000$ ，

$750000cm = 7.5km$ ；

故答案为： 7.5。

11. 小明将10000元存入银行，年利率是2.55%，存满2年，到期后他可以拿到的利息是_____元。

【答案】 510

【解析】

【分析】 本题考查了有理数在生活中的应用，解题的关键是明白所得利息的计算方法。“利息=本金×利率×期数”，据此列式计算。

【详解】解： $10000 \times 2.55\% \times 2 = 510$ （元），

即到期后小明可拿到利息为 510 元.

故答案为：510.

12. 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $mx - y = -1$ 的一个解，则 $m =$ _____.

【答案】1

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程的解，解题的关键是正确理解方程的解.

根据方程的解，可得关于 m 的一元一次方程，解方程即可得 m 的值.

【详解】解： $\because \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是二元一次方程 $mx - y = -1$ 的一个解，

$$\therefore m - 2 = -1,$$

解得： $m = 1$,

故答案为：1.

13. 《九章算术》是我国古代经典数学著作，奠定了中国传统数学的基本框架. 书中记载：“今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛，问大、小器各容几何？”译文：“今有大容器 5 个，小容器 1 个，总容积为 3 斛；大容器 1 个，小容器 5 个，总容积为 2 斛. 问大、小容器的容积各是多少斛？”设大容器容积为 x 斛，小容器容积为 y 斛，则可列方程组为_____.

【答案】 $\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，解题的关键是理解题意，正确找到等量关系. 设大容器容积为 x 斛，小容器容积为 y 斛，根据“大容器 5 个，小容器 1 个，总容积为 3 斛；大容器 1 个，小容器 5 个，总容积为 2 斛”列出方程组即可.

【详解】解：设大容器容积为 x 斛，小容器容积为 y 斛，

那么有 $\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$,

故答案为： $\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$.

14. 一个扇形的圆心角为 120° ，面积为 9.42 平方厘米，则这个扇形的半径是_____厘米. (π 取 3.14)

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查求扇形的半径，解题的关键是熟练掌握扇形半径、圆心角与面积之间的关系.

根据扇形半径、圆心角与面积之间的关系，代入数据计算即可.

【详解】 解：扇形半径的平方为： $9.42 \div \frac{120^\circ}{360^\circ} \div 3.14 = 9$ （平方厘米）

$\therefore$ 扇形的半径为 3 厘米，

故答案为： 3 .

15. 把一个周长为 12π 的圆剪成两个扇形，已知其中一个扇形的面积是整个圆面积的 $\frac{1}{6}$ ，则这个扇形的弧长为_____ .（结果保留 π ）

【答案】 2π

【解析】

【分析】 本题考查扇形的弧长和面积，解题的关键是正确理解扇形和圆之间的关系.

根据扇形和圆之间的关系，计算即可.

【详解】 解： $\because$ 扇形的面积是整个圆面积的 $\frac{1}{6}$ ，

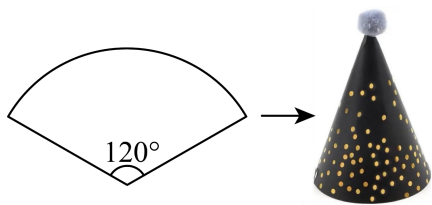
$\therefore$ 扇形的弧长是整个圆周长的 $\frac{1}{6}$ ，

$\because$ 圆的周长为 12π ，

$\therefore$ 这个扇形的弧长为 $12\pi \times \frac{1}{6} = 2\pi$ ，

故答案为： 2π .

16. 在手工课上，小明用半径 6cm ，圆心角 120° 的扇形纸板制作圆锥形的生日帽. 不考虑接缝的情况下，这个生日帽的底面半径为_____ cm .



【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查扇形的弧长，圆的周长，解题的关键是熟练掌握圆锥及其侧面展开图中相关量之间的关系.

根据半径和圆心角，可得扇形的弧长，即为生日帽的底面周长，由圆的周长公式，即可得生日帽的底面半径.

【详解】解：∵扇形的半径为 6cm ，圆心角为 120° ，

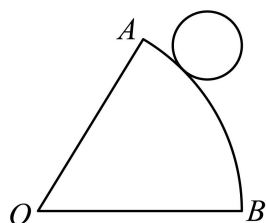
$$\therefore \text{扇形的弧长为：} 6 \times 2\pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 4\pi (\text{cm}),$$

$$\therefore \text{生日帽的底面周长为 } 4\pi \text{cm},$$

$$\therefore \text{生日帽的底面半径为 } \frac{4\pi}{2\pi} = 2 (\text{cm})$$

故答案为：2.

17. 如图，已知一圆在扇形 AOB 的外部，沿扇形的 $\widehat{AB}$ ，从点 A 滚动一周，恰好到达点 B . 如果 $OA = 24\text{cm}$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ，圆的半径为 _____ cm .



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查了扇形的弧长，由扇形弧长公式得 $C_{\text{扇形}} = \frac{60\pi \times 24}{180}$ ，再由圆的周长公式即可求解；理解扇形的弧长与圆的周长之间的关系，掌握扇形弧长公式 $C_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R}{180}$ 是解题的关键.

【详解】解：由题意得

$$C_{\text{扇形}} = \frac{60\pi \times 24}{180}$$

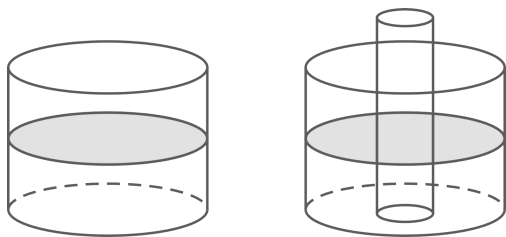
$$= 8\pi,$$

$$\therefore 2\pi r = 8\pi,$$

解得： $r = 4$;

故答案：4.

18. 如图，圆柱形玻璃容器内有一定量的水，现把一根圆柱形玻璃棒垂直插入容器底部，水没有溢出，若玻璃棒底面半径是玻璃容器底面半径的 $\frac{1}{4}$ ，则现在容器内水的高度与原高度的比值是_____.



【答案】 $\frac{16}{15}$

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱体的体积，整式的混合运算，设玻璃棒的半径为 r ，玻璃容器底面半径为 $4r$ ，升高的高度为 x ，原高度为 h ，根据体积的变化列式整理计算即可.

【详解】 解：设玻璃棒的半径为 r ，玻璃容器底面半径为 $4r$ ，升高的高度为 x ，原高度为 h ，

$$\therefore \pi (4r)^2 h + \pi r^2 (x + h) = \pi (4r)^2 (x + h),$$

$$\text{整理得: } \frac{x}{h} = \frac{1}{15},$$

$$\therefore \text{现在容器内水的高度与原高度的比值是 } \frac{x+h}{h} = \frac{16}{15},$$

$$\text{故答案为: } \frac{16}{15}.$$

三、解答题 (第 19 题 8 分, 第 20 题 10 分, 第 21、23 题每题 8 分, 第 22 题、25 题每题 6 分, 第 24 题 12 分, 共 58 分)

$$19. (1) \text{ 求比例式中 } x \text{ 的值: } 1\frac{1}{3} : x = 0.5 : \frac{3}{8};$$

$$(2) \text{ 已知: } a:b = 0.4:2\frac{1}{3}, b:c = 7:4, \text{ 求 } a:b:c.$$

【答案】

$$(1) x = 1$$

$$(2) a:b:c = 6:35:20$$

【解析】

【分析】 本题考查比例的基本性质，比的性质，解题的关键是熟练掌握相关性质.

(1) 根据比例的基本性质，即可得比例式中 x 的值；

(2) 根据比的性质，化简即可.

$$\text{【详解】 (1) 解: } \because 1\frac{1}{3} : x = 0.5 : \frac{3}{8},$$

$$\therefore 0.5x = 1\frac{1}{3} \times \frac{3}{8},$$

$$\therefore 0.5x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore x=1$$

$$(2) \text{ 解: } \because a:b=0.4:2\frac{1}{3}, \quad b:c=7:4,$$

$$\therefore a:b=4:\frac{70}{3}=6:35, \quad b:c=35:20,$$

$$\therefore a:b:c=6:35:20$$

$$20. (1) \text{ 解方程组: } \begin{cases} x-2y=11 \\ 3x+4y=8 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 解方程组: } \begin{cases} 3x-y+z=4 \\ 2x+3y-z=12 \\ x+y+z=6 \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } (1) \begin{cases} x=6 \\ y=-2.5 \end{cases}; (2) \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查解三元一次方程组，解二元一次方程组，熟练掌握解方程组的方法是解题的关键.

(1) 利用加减消元法解方程组即可；

(2) 利用加减消元法解方程组即可.

$$\text{【详解】 解: } (1) \begin{cases} x-2y=11 \text{ ①} \\ 3x+4y=8 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 2 + \text{②} \text{ 得: } 5x=30,$$

$$\text{解得: } x=6,$$

$$\text{将 } x=6 \text{ 代入①得: } 6-2y=11,$$

$$\text{解得: } y=-2.5,$$

$$\text{故原方程组的解为 } \begin{cases} x=6 \\ y=-2.5 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} 3x-y+z=4 \text{ ①} \\ 2x+3y-z=12 \text{ ②} \\ x+y+z=6 \text{ ③} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得: } 5x+2y=16 \text{ ④},$$

$$\text{②} + \text{③} \text{ 得: } 3x+4y=18 \text{ ⑤},$$

④ $\times 2$ - ⑤ 得: $7x = 14$,

解得: $x = 2$,

将 $x = 2$ 代入⑤得: $6 + 4y = 18$,

解得: $y = 3$,

将 $x = 2$, $y = 3$ 代入③得: $2 + 3 + z = 6$,

解得: $z = 1$,

故原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

21. 某商店销售甲、乙两种商品. 现有如下信息:

信息 1: 甲、乙两种商品零售单价之和是 50 元.

信息 2: 按零售单价购买甲商品 3 件和乙商品 2 件共需支付 120 元.

(1) 根据情境中的信息, 求出甲、乙两种商品的单价.

(2) 恰逢“618”活动, 乙商品降价 20% 销售, 已知乙商品的成本为 15 元, 求此时的盈利率.

【答案】 (1) 甲商品的单价为 20 元, 乙商品的单价为 30 元;

(2) 此时的盈利率为 60% .

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组的实际应用, 一元一次方程的实际应用, 解题的关键是正确理解题意, 找出等量关系.

(1) 设甲商品的单价为 x 元, 乙商品的单价为 y 元, 根据信息 1 和信息 2 中的等量关系, 列方程组, 求解即可;

(2) 根据题意, 可得乙商品的售价, 从而可得乙商品的利润, 代入盈利率公式计算即可.

【小问 1 详解】

解: 设甲商品的单价为 x 元, 乙商品的单价为 y 元,

根据题意可得,
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3x + 2y = 120 \end{cases}$$

解得,
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases}$$

答：甲商品的单价为 20 元，乙商品的单价为 30 元.

【小问 2 详解】

解：设盈利率为 p ，

根据题意可得， $15p = 30 \times (1 - 20\%) - 15$ ，

解得， $p = 60\%$ ，

答：此时的盈利率为 60%.

22. 甲、乙两人骑车分别从相距 40 千米的两地相向而行，如果甲、乙同时出发，那么在出发后 1.6 小时两人相遇；如果乙比甲先出发 1 小时，那么在甲出发后 1 小时两人相遇. 求甲、乙两人每小时各骑行多少千米？

【答案】甲每小时行驶 10 千米，乙每小时骑行 15 千米

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用.

设甲每小时行驶 x 千米，乙每小时骑行 y 千米，根据“如果甲、乙同时出发，那么在出发后 1.6 小时两人相遇；如果乙比甲先出发 1 小时，那么在甲出发后 1 小时两人相遇”可列方程求解.

【详解】解：设甲每小时行驶 x 千米，乙每小时骑行 y 千米，依题意得：

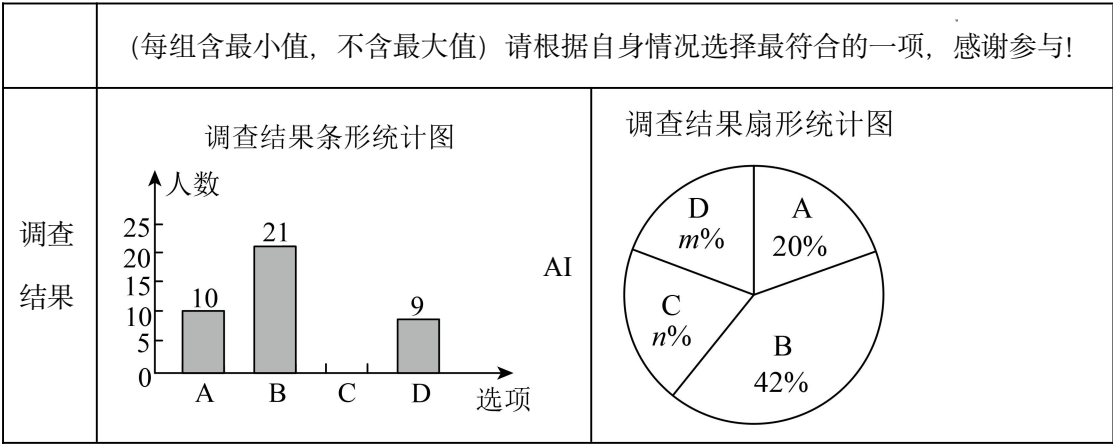
$$\begin{cases} 1.6(x + y) = 40 \\ x + 2y = 40 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$,

答：甲每小时行驶 10 千米，乙每小时骑行 15 千米.

23. 国务院发布《全民健身计划（2021–2025年）》后，某校兴趣小组为了解该校学生健身锻炼情况，通过调查，形成了如下调查报告.

调查目的	1. 了解本校初中生每天健身活动的总时长；2. 给同学提出更合理的健身活动建议.		
调查方式	抽查	调查对象	部分初中生
调查内容	同学，你每天健身活动的总时长为（ ） A. 0~0.5 小时； B. 0.5~1 小时； C. 1~1.5 小时； D. 1.5 小时及以上		



结合调查信息，回答下列问题：

- (1) 本次调查共抽查了_____名学生；
- (2) $m =$ _____；选择“ A ”的扇形的圆心角为_____°；
- (3) 根据以上信息，学校开展了丰富多彩的健身活动，一段时间后对原参与调查的同学追踪调查，数据发生了一定的变化，选“ C ”的学生比原来增加了2人，且选“ B ”的学生和选“ C ”的学生人数比为5:3，求选“ B ”的学生现有多少人？

【答案】 (1) 50

(2) 18， 72

(3) 选“ B ”的学生现有20人

【解析】

【分析】 本题主要考查了扇形统计图、条形统计图的综合应用，解题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答问题.

- (1) 由选择“ A ”的人数及其所占百分比，可得总人数；
- (2) 由选择“ D ”的人数和总人数，可得 m 的值，由选择“ A ”的人数所占百分比乘圆周角的度数，可得选择“ A ”的扇形的圆心角的度数；
- (3) 由总人数结合条形统计图，可得原来选择“ C ”的人数，根据题意可得现在选择“ C ”的人数，结合选“ B ”的学生和选“ C ”的学生人数比，计算即可得现在选“ B ”的学生人数.

【小问1 详解】

解： $10 \div 20\% = 50$ (名)

故答案为： 50.

【小问2 详解】

解： $9 \div 50 \times 100\% = 18\%$,

$\therefore m = 18$,

$$360^{\circ} \times 20\% = 72^{\circ},$$

∴ 选择 “A” 的扇形的圆心角为 72° ,

故答案为: 18, 72.

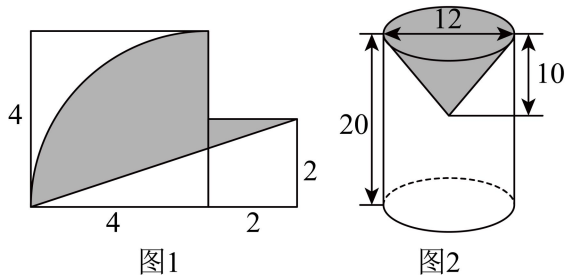
【小问 3 详解】

$$\text{解: } (50 - 10 - 21 - 9 + 2) \times \frac{5}{3} = 20 \quad (\text{人})$$

答: 选 “B” 的学生现有 20 人.

24. (1) 如图 1, 求阴影部分面积. (结果保留 π)

(2) 如图 2 是从圆柱体中挖去一个圆锥后的剩余部分, 请计算它的体积. (结果保留 π)



【答案】

$$(1) 4\pi - 2$$

$$(2) 600\pi$$

【解析】

【分析】 本题考查扇形的面积, 正方形的面积, 圆柱的体积, 圆锥的体积, 解题的关键是熟练掌握相关的公式.

(1) 用扇形面积加小正方形的面积, 减去大直角三角形的面积, 即可得阴影部分的面积;

(2) 用圆柱的体积减去圆锥的体积即可.

【详解】 (1) 解: 阴影部分的面积为:

$$S = 4 \times 4 \times \pi \times \frac{1}{4} + 2 \times 2 - (4 + 2) \times 2 \times \frac{1}{2} = 4\pi - 2$$

答: 阴影部分的面积为 $(4\pi - 2)$.

$$(2) \text{ 圆柱 (圆锥) 的底面积: } \left(\frac{12}{2}\right)^2 \times \pi = 36\pi$$

$$\text{圆柱的体积: } 36\pi \times 20 = 720\pi,$$

$$\text{圆锥的体积: } 36\pi \times 10 \times \frac{1}{3} = 120\pi,$$

$$\text{剩余部分的体积: } 720\pi - 120\pi = 600\pi,$$

答：剩余部分的体积为 600π .

25. 对于关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ (其中 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ 是常数), 给出如

下定义：若该方程组的解满足 $|x + y| = 1$, 则称这个方程组为“开心”方程组.

(1) 下列方程组是“开心”方程组的是_____ (只填写序号);

① $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$; ② $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$; ③ $\begin{cases} x - y = -1 \\ 3x + 5y = 7 \end{cases}$

(2) 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = 4k + 3 \\ 5x + 2y = 5 - k \end{cases}$ 是“开心”方程组, 求 k 的值;

(3) 若对于任意的有理数 m , 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2amx + (b-1)y = m \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ 都是“开心”方程组, 求 ab 的

值.

【答案】(1) ②

(2) $-\frac{1}{3}$ 或 -5

(3) $-\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{12}$

【解析】

【分析】本题考查了新定义，二元一次方程组，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 先根据“开心”方程组的定义进行逐项分析，即可作答.

(2) 先整理原方程为 $x + y = \frac{3k+8}{7}$, 再结合“开心”方程组的定义, 得出 $|x + y| = 1$, 再代入 $x + y = \frac{3k+8}{7}$, 进行计算，即可作答.

(3) 先结合结合“开心”方程组的定义，得出 $\begin{cases} |x + y| = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$, 然后解出 $y = 3, x = -2$ 或 $y = 5, x = -6$,

再分别代入 $2amx + (b-1)y = m$, 结合题意列式计算，即可作答.

【小问 1 详解】

解: $\because |x + y| = 1$,

$\therefore x + y = \pm 1$,

$$\therefore \textcircled{1} \begin{cases} x+y=0 \\ 2x-y=0 \end{cases} \text{ 中的 } x+y=0,$$

故①不是“开心”方程组;

$$\therefore \textcircled{2} \begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y=2 \end{cases} \text{ 中的 } x+y=1$$

$\therefore$ ②是“开心”方程组;

$$\therefore \textcircled{3} \begin{cases} x-y=-1 \\ 3x+5y=7 \end{cases},$$

$$\therefore y=x+1,$$

把 $y=x+1$ 代入 $3x+5y=7$,

$$\text{得 } 3x+5(x+1)=7,$$

$$\text{解得 } x=\frac{1}{4},$$

$$\text{把 } x=\frac{1}{4} \text{ 代入 } y=x+1,$$

$$\therefore y=\frac{1}{4}+1=\frac{5}{4},$$

$$\therefore x+y=\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=\frac{3}{2} \neq 1,$$

故③不是“开心”方程组;

故答案为: ②.

【小问2详解】

$$\text{解: } \therefore \begin{cases} 2x+5y=4k+3 \\ 5x+2y=5-k \end{cases},$$

$$\therefore \text{两式子相加得 } 7x+7y=3k+8,$$

$$\text{整理得 } x+y=\frac{3k+8}{7},$$

$$\therefore \text{关于 } x, y \text{ 的方程组 } \begin{cases} 2x+5y=4k+3 \\ 5x+2y=5-k \end{cases} \text{ 是“开心”方程组,}$$

$$\therefore |x+y|=1,$$

$$\text{即 } \frac{3k+8}{7}=\pm 1,$$

解得 $k = -\frac{1}{3}$ 或 $k = -5$;

【小问 3 详解】

解: 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2amx + (b-1)y = m \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ 都是“开心”方程组,

$$\therefore \begin{cases} |x+y|=1 \\ x+2y=4 \end{cases}$$

即把 $x = 4 - 2y$ 代入 $|x+y|=1$,

$$\text{得 } |4 - 2y + y| = 1$$

$$\text{整理得 } |4 - y| = 1,$$

$$\therefore 4 - y = \pm 1,$$

故 $y = 3$ 或 $y = 5$,

当 $y = 3$ 时, $x = 4 - 2 \times 3 = -2$;

$$\therefore 2amx + (b-1)y = m,$$

$$\therefore -4am + 3(b-1) = m,$$

$$\text{则 } -4am + 3b - 3 - m = 0,$$

$$\text{整理得 } (-4a-1)m + 3b - 3 = 0,$$

$\therefore$ 对于任意的有理数 m , 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2amx + (b-1)y = m \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ 都是“开心”方程组,

$$\therefore -4a - 1 = 0,$$

$$\text{即 } a = -\frac{1}{4},$$

$$\text{则 } 3b - 3 = 0$$

$$\therefore b = 1,$$

$$\text{此时 } ab = -\frac{1}{4} \times 1 = -\frac{1}{4};$$

当 $y = 5$ 时, $x = 4 - 2 \times 5 = -6$;

$$\therefore 2amx + (b-1)y = m,$$

$$\therefore -12am + 5(b-1) = m,$$

$$\text{则 } -12am + 5b - 5 - m = 0,$$

$$\text{整理得 } (-12a-1)m + 5b - 5 = 0,$$

$$\because \text{对于任意的有理数 } m, \text{ 关于 } x, y \text{ 的方程组 } \begin{cases} 2amx + (b-1)y = m \\ x + 2y = 4 \end{cases} \text{ 都是“开心”方程组,}$$

$$\therefore -12a - 1 = 0,$$

$$\text{即 } a = -\frac{1}{12},$$

$$\text{则 } 5b - 5 = 0$$

$$\therefore b = 1,$$

$$\text{此时 } ab = -\frac{1}{12} \times 1 = -\frac{1}{12};$$

$$\text{综上: } ab \text{ 的值为 } -\frac{1}{4} \text{ 或 } -\frac{1}{12}.$$