

2024 学年第二学期期末素质调研

六年级数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 27 题. 答题时, 学生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出解题的主要步骤.
3. 本次考试不可使用科学计算器.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列方程组中, 是二元一次方程组的是 ()

A. $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x - 4z = 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ 1 + y = 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x - \frac{2}{y} = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的定义. 根据二元一次方程组的定义“二元一次方程是指含有两个未知数, 并且所含未知数的项的次数都是 1 的方程; 两个结合在一起的共含有两个未知数的一次方程叫二元一次方程”判断即可.

【详解】解: A、含有三个未知数, 不是二元一次方程组, 此项不符合题意;
B、方程组中的第二个方程不是一次方程, 此项不符合题意;
C、是二元一次方程组, 此项符合题意;
D、方程组中的第一个方程不是整式方程, 此项不符合题意;
故选: C.

2. 如果 a 和 b 都不为零, 且 $3a = 4b$, 那么下列比例中正确的是 ()

A. $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ B. $\frac{a}{4} = \frac{b}{3}$ C. $\frac{a}{3} = \frac{4}{b}$ D. $\frac{a}{4} = \frac{3}{b}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据逆用比例的基本性质, 将乘积式化成比例式, 逐个判定即可.

【详解】解：A、 $\because 3a = 4b$ ， $\therefore \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ ，故此选项错误，不符合题意；

B、 $\because 3a = 4b$ ， $\therefore \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$ ，故此选项正确，符合题意；

C、 $\because 3a = 4b$ ， $\therefore \frac{a}{3} = \frac{4b}{9}$ ，故此选项错误，不符合题意；

D、 $\because 3a = 4b$ ， $\therefore \frac{a}{4} = \frac{b}{3}$ ，故此选项错误，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查比例的基本性质，熟练掌握根据比例的基本性质，将乘积式化成比例式是解题的关键.

3. 下列关于圆周率的说法中错误的是（ ）

A. 圆周率是 3.14

B. 圆周率是个无限不循环小数

C. 圆周率是圆的周长与圆的直径的比值

D. 圆周率是个固定的数值

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了圆周率的定义以及数值的大小，逐项进行判断即可.

【详解】解：A. 圆周率是 $\pi \approx 3.14$ ，3.14 是 π 的近似值，则原说法错误，故该选项符合题意；

B. 圆周率是个无限不循环小数，说法正确，故该选项不符合题意；

C. 圆周率是圆的周长与圆的直径的比值，说法正确，故该选项不符合题意；

D. 圆周率是个固定的数值，说法正确，故该选项不符合题意；

故选：A.

4. 小海、小普和乐乐在篮球场上定点投篮，小海投了 30 次，进球 12 次；小普投了 10 球，进球 4 次；乐乐投了 20 次，进球 9 次. 就这次的成绩，谁的投篮水平更高？（ ）

A. 小海

B. 小普

C. 乐乐

D. 三人水平一样

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了百分数的应用，分别求出小海、小普和乐乐的命中率，比较即可得解.

【详解】解：小海的命中率为： $\frac{12}{30} = 0.4 = 40\%$ ，

小普的命中率为： $\frac{4}{10} = 0.4 = 40\%$ ，

乐乐的命中率为： $\frac{9}{20} = 0.45 = 45\%$ ，

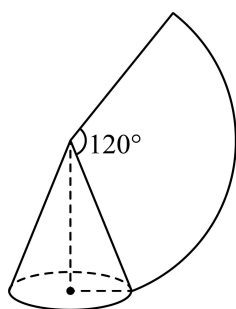
故乐乐的命中率高于小海和小普的命中率，

故乐乐的投篮水平更高，

故选：C.

5. 如图，一个圆锥的侧面展开图是一个扇形，其圆心角是 120° ，则该圆锥的侧面积是底面积的多少倍？

()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了圆锥的侧面积计算，圆锥的底面积计算，熟练掌握以上知识点是关键.

设母线长为 l ，底面圆半径为 r ，根据扇形面积计算公式可求出圆锥侧面积，再根据圆锥底面圆周长等于其展开图得到的扇形弧长求出 l 与 r 的关系，进而求出底面积即可得到答案.

【详解】设母线长为 l ，底面圆半径为 r ，则圆锥的侧面积为

$$\frac{120\pi l^2}{360} = \frac{1}{3}\pi l^2$$

$$\because 2\pi r = \frac{120\pi l}{180},$$

$$\therefore r = \frac{1}{3}l,$$

$$\therefore \text{底面积为 } \pi r^2 = \frac{1}{9}\pi l^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\text{圆锥侧面积}}}{S_{\text{底面积}}} = \frac{\frac{1}{3}\pi l^2}{\frac{1}{9}\pi l^2} = 3$$

$\therefore$ 该圆锥的侧面积是底面积的3倍，

故选：B.

6. 一个圆的面积为 S ，半径为 r_1 ，圆周长为 C_1 ；一个半圆形的面积为 $2S$ ，半径为 r_2 ，半圆弧长为 C_2 ，那么以下结论成立的是 ()

A. $r_2 = 2r_1$

B. $r_2^2 = 2r_1^2$

C. $2C_1 = C_2$

D. $C_1 = 2C_2$

【答案】A

【解析】

【分析】根据圆的面积公式和半圆的面积公式，求出半径的关系；再根据圆的周长和半圆弧长的公式，比较周长关系，从而确定正确选项。

【详解】依题意， $S = \pi r_1^2, 2S = \frac{1}{2} \pi r_2^2$,

$$\therefore 4r_1^2 = r_2^2$$

$$\therefore r_2 = 2r_1,$$

圆的周长 $C_1 = 2\pi r_1$ 。

半圆的弧长 $C_2 = \pi r_2 = \pi \cdot 2r_1 = 2\pi r_1$ 。

因此， $C_1 = 2\pi r_1$ ， $C_2 = 2\pi r_1$ ，即 $C_1 = C_2$ 。

故 B、C、D 选项不正确，

故 A 选项正确。

故选：A。

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 求比值： $1\frac{2}{7} : 0.6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $\frac{15}{7}$

【解析】

【分析】此题主要考查了求比值。用比的前项除以后项即可。

【详解】解： $1\frac{2}{7} : 0.6 = \frac{9}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{9}{7} \times \frac{5}{3} : 1 = \frac{15}{7}$ ，

故答案为： $\frac{15}{7}$ 。

8. 明天一定下雨是_____事件（填“确定”或“不确定”）

【答案】不确定

【解析】

【分析】本题主要考查了事件的分类，确定事件包括必然事件和不可能事件，不确定事件即为随机事件，必然事件指在一定条件下，一定发生的事件；不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件；不确定事件，即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件，据此可得答案。

【详解】解：明天一定下雨是不确定事件，

故答案为：不确定.

9. 某班有 48 人，某次数学测试的优秀率是 25%，如果将这次数学测试成绩制成扇形统计图，表示优秀的扇形的圆心角度数是_____°.

【答案】 90

【解析】

【分析】 本题主要查了扇形统计图. 用 360 度乘以 25%，即可求解.

【详解】 解： $360^{\circ} \times 25\% = 90^{\circ}$ ，

即表示优秀的扇形的圆心角度数是 90 度.

故答案为： 90.

10. 一个圆柱和一个圆锥等底等高，已知它们的体积之和是 24 立方厘米，那么圆柱的体积是_____立方厘米.

【答案】 18

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱与圆锥的体积关系，等底等高的圆柱体积是圆锥体积的 3 倍，再结合二者的体积之和为 24 立方厘米即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 一个圆柱和一个圆锥等底等高，

$\therefore$ 这个圆柱的体积是这个圆锥的体积的 3 倍，

$\therefore$ 它们的体积之和是 24 立方厘米，

$\therefore$ 圆柱的体积是 $24 \times \frac{3}{1+3} = 18$ 立方厘米，

故答案为： 18.

11. 六年级 (2) 班共有 47 人到校上课，另有 2 人病假，1 人事假，那么这一天该班的学生的出勤率是_____.

【答案】 94%

【解析】

【分析】 利用到校上课的人数除以该班学生的总人数即可得.

【详解】 解： 这一天该班的学生的出勤率是 $47 \div (47 + 1 + 2) = 94\%$ ，

故答案为： 94%.

【点睛】 本题考查了百分数的应用，正确列出运算式子是解题关键.

12. 一种商品的售价是 220 元，12 月份先提价 20%，元月份又降价 20%，那么现在的价格是_____元.

【答案】 211.2

【解析】

【分析】 本题考查百分数的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的算式.

根据题意，可以列出算式 $220 \times (1 + 20\%) (1 - 20\%)$ ，然后计算即可.

【详解】 解：由题意可得，

$$220 \times (1 + 20\%) (1 - 20\%)$$

$$= 220 \times 1.2 \times 0.8$$

$$= 211.2 \text{ (元)}.$$

故答案为：211.2.

13. 张老师将 1000 元存入银行，年利率是 2%，存期一年，则到期后张老师可以拿到本利和共_____元.

【答案】 1020

【解析】

【分析】 本题考查了利率问题的计算；根据“本息和 = 本金 + 利息，利息 = 本金 × 利率 × 存期”即可完成.

【详解】 解： $1000 + 1000 \times 2\% \times 1 = 1020$ (元).

∴到期后张老师可以拿到本利和共 1020 元.

故答案为：1020.

14. 某家具厂设计的餐桌椅套装，1 张桌子配 4 把椅子. 该厂一天能生产桌子 12 张或椅子 32 把，决定用 20 天时间生产一批这样的餐桌椅. 若要使生产的桌子和椅子正好配套，设安排 x 天生产桌子， y 天生产椅子，根据题意可列方程组为_____

【答案】
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4 \times 12x = 32y \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查列出二元一次方程组的配套问题，由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键. 设安排 x 天生产桌子， y 天生产椅子，根据 1 张桌子配 4 把椅子即生产椅子数量是生产桌子数量的 4 倍可列方程组.

【详解】 解：设安排 x 天生产桌子， y 天生产椅子，

根据题意可列方程组为：
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4 \times 12x = 32y \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 4 \times 12x = 32y \end{cases}$$

15. 在一只箱子中装有 30 只小球，每只球上分别标有 1~30 的数字，从中任意取出一只小球，取到既是 2 的倍数、又是 3 的倍数标号的小球的可能性大小是_____.

【答案】 $\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了概率公式和倍数，先根据题意得出 1~30 的数字中既是 2 的倍数又是 3 的倍数的数共有 5 个，再根据概率公式求解即可.

【详解】 解： $\because$ 既是 2 的倍数又是 3 的倍数的数一定是 6 的倍数，

$\therefore$ 1~30 的数字中 6 的倍数的有 6,12,18,24,30，共 5 个，

$\therefore$ 取到既是 2 的倍数又是 3 的倍数的标号的小球的可能性大小是 $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ ，

故答案为： $\frac{1}{6}$.

16. 把一个圆柱体的侧面展开后得到一个长方形，长方形的长是 4π 厘米，宽是 2 厘米，这个圆柱体的表面积是_____厘米. (结果保留 π)

【答案】 16π 或 $\left(\frac{2}{\pi} + 8\pi\right)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱的表面积计算，圆柱的侧面展开图，当圆柱的底面圆周长大于其高时，圆柱的侧面展开图的长为圆柱底面圆的周长，宽为圆柱的高；当圆柱的底面圆周长小于其高时，圆柱的侧面展开图的宽为圆柱底面圆的周长，长为圆柱的高，据此求出圆柱的底面圆半径，再根据圆柱表面积计算公式求解即可.

【详解】 解：当圆柱的底面圆周长大于其高时：

$\therefore$ 把一个圆柱体的侧面展开后得到一个长方形，长方形的长是 4π 厘米，宽是 2 厘米，

$\therefore$ 这个圆柱的底面圆周长为 4π 厘米，高是 2 厘米，

$\therefore$ 这个圆柱的底面圆半径为 $4\pi \div 2\pi = 2$ 厘米，

$\therefore$ 这个圆柱体的表面积是 $2\pi \times 2^2 + 4\pi \times 2 = 16\pi$ 平方厘米；

当圆柱的底面圆周长小于其高时：

$\therefore$ 把一个圆柱体的侧面展开后得到一个长方形，长方形的长是 4π 厘米，宽是 2 厘米，

$\therefore$ 这个圆柱的底面圆周长为 2 厘米，高是 4π 厘米，

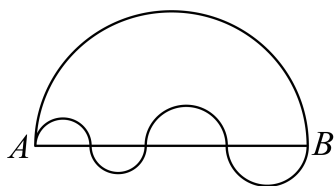
$\therefore$ 这个圆柱的底面圆半径为 $2 \div 2\pi = \frac{1}{\pi}$ 厘米，

∴ 这个圆柱体的表面积是 $2\pi \times \frac{1}{\pi} \times \frac{1}{\pi} + 4\pi \times 2 = \left(\frac{2}{\pi} + 8\pi\right)$ 平方厘米;

综上所述, 这个圆柱体的表面积是 16π 平方厘米或 $\left(\frac{2}{\pi} + 8\pi\right)$ 平方厘米

故答案为: 16π 或 $\left(\frac{2}{\pi} + 8\pi\right)$.

17. 如图, $AB = 20$ 厘米, 则点 A 到点 B 的四个半圆的弧长之和是_____厘米. (π 取 3.14)



【答案】 51.4

【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长, 设四个半圆的直径分别为 d_1, d_2, d_3, d_4 , 则 $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 20$ 厘米, 根据圆的周长公式求解即可得到答案, 读懂题意, 数形结合, 分段求解是解题的关键.

【详解】 解: 设四个半圆的直径分别为 d_1, d_2, d_3, d_4 , 则 $d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = 20$ 厘米,

$$\left(\frac{1}{2}d_1\pi + \frac{1}{2}d_2\pi + \frac{1}{2}d_3\pi + \frac{1}{2}d_4\pi\right) + AB$$

$$= \frac{1}{2}\pi(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) + AB$$

$$= \frac{1}{2}\pi AB + AB$$

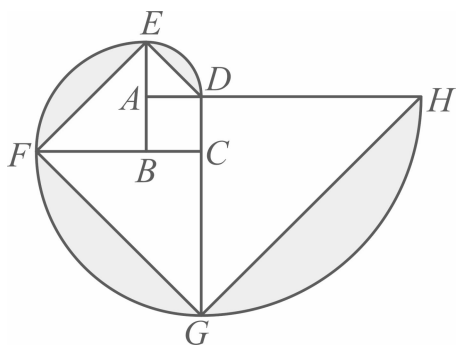
$$\approx \frac{1}{2}\pi \times 20 + 20$$

$$= 51.4 \text{ 厘米},$$

即点 A 到点 B 的四个半圆的弧长之和是 51.4 厘米.

故答案为: 51.4

18. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米, 分别以正方形的四个顶点为圆心画扇形 (如图所示), 则阴影部分面积之和是_____平方厘米 (结果保留 π)



【答案】 $\left(\frac{15}{2}\pi - 15\right)$

【解析】

【分析】 本题考查求阴影部分的面积，用各自阴影部分所在的扇形面积减去直角三角形的面积，再相加即可得出结果.

【详解】 解： $\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米，

$$\therefore AB = AD = CD = BC = 1\text{cm},$$

由题意，得：

$$AE = AD = 1\text{cm}, BF = BE = AB + AE = 2\text{cm}, CF = CG = BC + BF = 3\text{cm}, DG = DH = CD + CG = 4\text{cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{阴影部分面积之和为: } & \frac{1}{4}\pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{4}\pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{4}\pi \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{4}\pi \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \\ &= \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2} + \pi - 2 + \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2} + 4\pi - 8 \\ &= \frac{15}{2}\pi - 15 \quad (\text{平方厘米}); \end{aligned}$$

故答案为： $\left(\frac{15}{2}\pi - 15\right)$.

三、简答题 (本大题共 6 题，每题 6 分，满分 36 分)

19. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 120 \\ y = 3x + 6 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} 2x + 3y = 40 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 12 \\ y = 42 \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，熟练掌握解二元一次方程组的方法是解题的关键.

(1) 用代入消元法解方程组即可；

(2) 用加减消元法解方程组即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 3x + 2y = 120 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

把 $y = 3x + 6$ 代入 $3x + 2y = 20$ 得 $3x + 2(3x + 6) = 120$,

解得 $x = 12$,

将 $x = 12$ 代入 $y = 3x + 6$ 得 $y = 3 \times 12 + 6 = 42$,

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 12 \\ y = 42 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x + 3y = 40 \text{①} \\ 3x - 2y = -5 \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 3 - \text{②} \times 2 \text{ 得 } 13y = 130,$$

解得 $y = 10$,

将 $y = 10$ 代入 ① 得 $2x + 3 \times 10 = 40$,

解得 $x = 5$,

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 5 \\ y = 10 \end{cases}.$$

$$20. \text{ 解方程组: } \begin{cases} 2x + 3y - z = 11 \\ 2x + y - 5z = 8 \\ -2x + 7y + z = 19 \end{cases}.$$

$$\text{【答案】} \begin{cases} x = \frac{5}{8} \\ y = 3 \\ z = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查三元一次方程组的解法，熟练掌握加减消元法求解三元一次方程组是解题的关键. 利用加减消元法求解即可.

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} 2x + 3y - z = 11 \text{ ①} \\ 2x + y - 5z = 8 \text{ ②} \\ -2x + 7y + z = 19 \text{ ③} \end{cases}$$

① + ③ 得

$$10y = 30,$$

解得: $y = 3$

① - ② 得

$$2y + 4z = 3 \text{ ④}$$

将 $y = 3$ 代入④得

$$2 \times 3 + 4z = 3$$

解得: $z = -\frac{3}{4},$

将 $z = -\frac{3}{4}, y = 3$ 代入①得

$$2x + 3 \times 3 - \left(-\frac{3}{4}\right) = 11,$$

解得: $x = \frac{5}{8},$

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = \frac{5}{8} \\ y = 3 \\ z = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

21. 已知 $x:y = 0.5:0.3, x:z = \frac{1}{3}:\frac{1}{4}$, 求最简整数比 $x:y:z$.

【答案】 $x:y:z = 20:12:15$

【解析】

【分析】 将 $x:y=0.5:0.3$ 化成 $x:y=20:12$ ，将 $x:z=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$ 化成 $x:z=20:15$ ，由此即可得.

【详解】 解：因为 $x:y=0.5:0.3, x:z=\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$,

所以 $x:y=20:12, x:z=20:15$,

所以 $x:y:z=20:12:15$.

【点睛】 本题考查了比的化简，熟练掌握比的化简方法是解题关键.

22. 求下列式子中 x 的值： $2x:(6-x)=1\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}$.

【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了根据比的性质解方程，

先根据内项之积等于外项之积得 $2x \times \frac{15}{4} = (6-x) \times \frac{3}{2}$ ，再根据等式的基本性质计算即可.

【详解】 解： $2x:(6-x)=1\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}$,

整理，得 $2x \times \frac{15}{4} = (6-x) \times \frac{3}{2}$,

即 $\frac{15}{2}x = 9 - \frac{3}{2}x$,

两边都加上 $\frac{3}{2}x$ ，得 $\frac{15}{2}x + \frac{3}{2}x = 9$,

即 $9x = 9$,

两边都除以 9，得 $x=1$.

23. 在 2、3、6 中添加一个数 x ，使这四个数组成比例，求 x 的值.

【答案】 $x=9$ 或 $x=4$ 或 $x=1$

【解析】

【分析】 本题考查了比例的意义，掌握比例的基本性质是解答本题的关键.

根据比例的基本性质，分三种情况解答即可. 在一个比例中，两个外项的积等于两个内项的积，叫做比例的基本性质.

【详解】 解：分三种情况：

(1) $2x=3 \times 6$,

$x=9$;

(2) $3x=2 \times 6$,

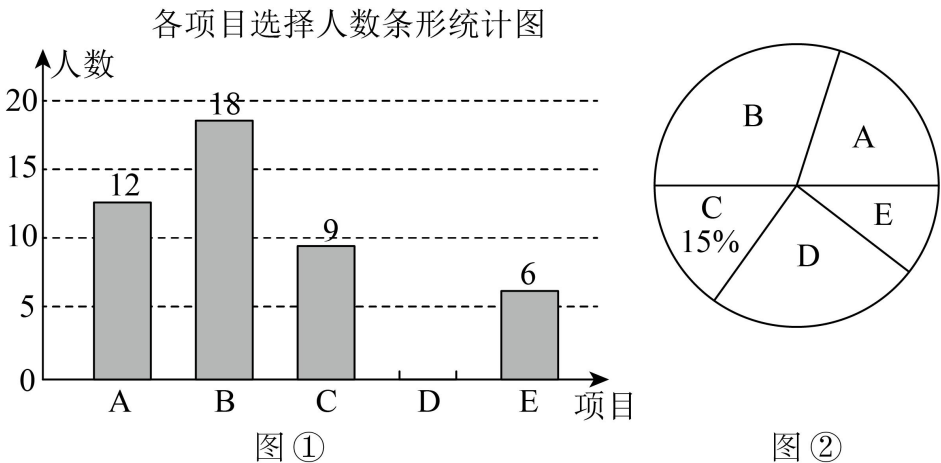
$x = 4$;

(3) $6x = 2 \times 3$,

$x = 1$.

综上, $x = 9$ 或 $x = 4$ 或 $x = 1$.

24. 某校开展阳光体育活动, 拟开设以下五个项目: A (跳绳), B (乒乓球), C (篮球), D (足球), E (其他). 要求每位学生选择其中一个项目参加. 为了解学生对这些项目的选择情况, 学校随机抽取部分学生进行问卷调查, 根据调查结果绘制成两幅不完整的统计图:



请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次共调查了_____名学生, 将条形统计图补充完整;
- (2) 在扇形统计图中, 求项目 E 所对应的扇形圆心角的度数;
- (3) 根据抽样调查结果, 请估计全校 1000 名学生中选择项目 B (乒乓球) 的人数.

【答案】 (1) 60 (2) 36°

(3) 估计全校 1000 名学生中选择项目 B (乒乓球) 的人数为 300 人

【解析】

【分析】 本题考查条形图和扇形图的综合应用, 从统计图中有效的获取信息, 是解题的关键:

- (1) 用 C 项目的人数除以所占的比例求出调查总人数, 进而求出 D 项目的人数, 补全条形图即可;
- (2) 用 360 度乘以 C 项目的人数所占的比例计算即可;
- (3) 利用样本估计总体的思想进行求解即可.

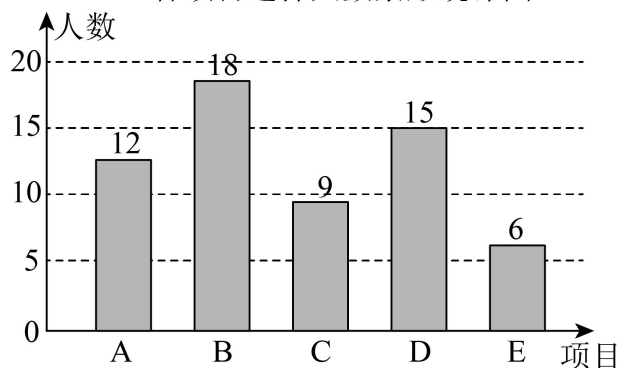
【小问 1 详解】

解: $9 \div 15\% = 60$ (名);

故答案为: 60;

$60 - 12 - 18 - 9 - 6 = 15$, 补全条形图如图:

各项目选择人数条形统计图



【小问 2 详解】

图 ①

$$360^\circ \times \frac{6}{60} = 36^\circ;$$

【小问 3 详解】

$$1000 \times \frac{18}{60} = 300 \text{ (人)};$$

答：估计全校 1000 名学生中选择项目 B（乒乓球）的人数为 300 人.

四、解答题（本大题共 3 题，25 题 6 分，26 题 8 分，27 题 8 分，满分 22 分）

25. 某汽车销售公司为提升业绩，计划购进一批新能源汽车进行销售，据了解 1 辆 A 型汽车，3 辆 B 型汽车的进价共计 70 万元；3 辆 A 型汽车，2 辆 B 型汽车的进价共计 105 万元.

(1) 求 A, B 两种型号的汽车每辆进价分别为多少万元？

(2) 若该公司计划正好用 250 万元购进以上两种型号的新能源汽车（两种型号的汽车均有购买），请你通过计算写出所有购买方案.

【答案】(1) A 型号的汽车每辆进价为 25 万元，B 型号的汽车每辆进价为 15 万元

(2) 方案一：购买 A 型号的汽车 7 台，B 型号的汽车 5 台，方案二：购买 A 型号的汽车 4 台，B 型号的汽车 10 台，方案三：购买 A 型号的汽车 1 台，B 型号的汽车 15 台.

【解析】

【分析】本题主要考查了二元一次方程组的应用和二元一次方程的解，理解题意并解二元一次方程组是解题的关键.

(1) 根据题意列出二元一次方程组并进行求解即可；

(2) 根据题意列出二元一次方程，并根据解的情况求出解即可.

【小问 1 详解】

解：设 A 型号的汽车每辆进价为 x 万元，B 型号的汽车每辆进价为 y 万元，

$$\begin{cases} x+3y=70 \\ 3x+2y=105 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=25 \\ y=15 \end{cases},$$

答：A 型号的汽车每辆进价为 25 万元，B 型号的汽车每辆进价为 15 万元.

【小问 2 详解】

解：设购买 A 型号的汽车 a 台，B 型号的汽车 b 台，

$$25a+15b=250, \text{ 即 } a=10-\frac{3}{5}b,$$

$\because a、b$ 均为正整数，

$$\therefore \begin{cases} a=7 \\ b=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=4 \\ b=10 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=1 \\ b=15 \end{cases},$$

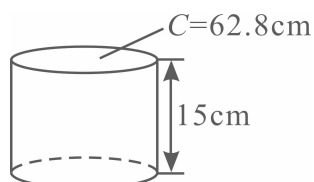
方案一：购买 A 型号的汽车 7 台，B 型号的汽车 5 台，

方案二：购买 A 型号的汽车 4 台，B 型号的汽车 10 台，

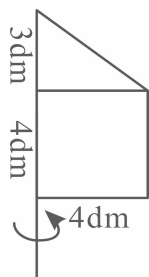
方案一：购买 A 型号的汽车 1 台，B 型号的汽车 15 台.

26. 计算：

(1) 如图圆柱的表面积. (π 取 3.14)



(2) 如图图形旋转一周后形成图形的体积. (π 取 3.14)



【答案】(1) 1570cm^2

(2) 251.2dm^3

【解析】

【分析】本题主要考查了圆柱与圆锥的体积计算，圆柱的表面积计算，熟知圆柱与圆锥的体积计算公式，

圆柱的表面积计算公式是解题的关键.

(1) 先求出圆柱底面圆半径, 再根据圆锥的表面积计算公式求解即可;

(2) 旋转后的图形下部分是一个圆柱, 上部分是一个圆锥, 据此根据圆柱与圆锥体积计算公式求解即可.

【小问 1 详解】

解: $62.8 \div 2 \div 3.14 = 10\text{cm}$,

$$2 \times 3.14 \times 10^2 + 62.8 \times 15 = 1570\text{cm}^2;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } 3.14 \times 4 \times 4 \times 4 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times 4 \times 4 \times 3$$

$$= 200.96 + 50.24$$

$$= 251.2\text{dm}^3.$$

27. 对于有理数 x, y , 定义新运算: $x*y = ax + by$, $x \otimes y = ax - by$, 其中 a, b 是常数. 例如, $3*2 = 3a + 2b$, $2 \otimes 1 = 2a - b$.

已知 $3*2 = -1$, $2 \otimes 1 = 4$, 则根据定义可以得到:
$$\begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ 2a - b = 4 \end{cases}.$$

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若 $x*y + x \otimes 2y = 6$, 求 $x + y$ 的值;

(3) 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x*y = 2m - 4 \\ x \otimes y = 8m \end{cases}$ 的解也满足方程 $x - y = 4$, 求 m 的值;

(4) 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} a_1 x * b_1 y = c_1 \\ a_2 x \otimes b_2 y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 6 \\ y = 15 \end{cases}$, 则关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases} 3a_1(2x - y) * 5b_1(x + 2y) = c_1 \\ 3a_2(2x - y) \otimes 5b_2(x + 2y) = c_2 \end{cases} \text{ 的解为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】(1) 1, -2

(2) $x + y = 3$

(3) $m = 2$

$$(4) \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组和二元一次方程组的解，根据新定义列出二元一次方程组，利用方程组的解列出二元一次方程组是解题的关键.

(1) 用加减消元法解方程组即可；

(2) 由 $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$ ，得到 $x*y = x - 2y, x \otimes 2y = x + 4y$ ，代入 $x*y + x \otimes 2y = 6$ ，求解即可；

(3) 根据题意得出关于 x, y 的二元一次方程组，求出方程组的解，再代入方程 $x - y = 4$ 求解即可；

(4) 把所求方程组写成 $\begin{cases} a_1(6x-3y)*b_1(5x+10y)=c_1 \\ a_2(6x-3y)\otimes b_2(5x+10y)=c_2 \end{cases}$ ，根据方程组的解的定义，利用整体代入的方法解答即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 3a + 2b = -1 \text{ ①} \\ 2a - b = 4 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \times 2 \text{ 得 } 7a = 7,$$

$$\therefore a = 1,$$

把 $a = 1$ 代入 ②，得 $2 - b = 4$ ，

$$\therefore b = -2,$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

故答案为: 1, -2;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$$\therefore x*y = x - 2y, \quad x \otimes y = x + 2y,$$

$$\therefore x*y = x - 2y, \quad x \otimes 2y = x + 4y,$$

$$\because x*y+x\otimes 2y=6,$$

$$\therefore x-2y+x+4y=6,$$

$$\text{解得 } x+y=3;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because \begin{cases} x*y=2m-4 \\ x\otimes y=8m \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x-2y=2m-4 \\ x+2y=8m \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=5m-2 \\ y=\frac{3}{2}m+1 \end{cases},$$

$$\therefore x-y=4,$$

$$\therefore 5m-2-\left(\frac{3}{2}m+1\right)=4,$$

$$\text{解得: } m=2;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: 由方程组 } \begin{cases} 3a_1(2x-y)*5b_1(x+2y)=c_1 \\ 3a_2(2x-y)\otimes 5b_2(x+2y)=c_2 \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} a_1(6x-3y)*b_1(5x+10y)=c_1 \\ a_2(6x-3y)\otimes b_2(5x+10y)=c_2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a_1x*b_1y=c_1 \\ a_2x\otimes b_2y=c_2 \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x=6 \\ y=15 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} 6x-3y=6 \\ 5x+10y=15 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=\frac{7}{5} \\ y=\frac{4}{5} \end{cases}.$$