

上海市徐汇区徐汇中学 2024-2025 学年下学期六年级 (五四制) 数学期 末考试试卷

一、单项选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列方程组, 属于二元一次方程组的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=5 \\ y-z=2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x^2+y=2 \\ y-z=8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} \frac{y}{x}=4 \\ y=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程, 根据二元一次方程组的定义, 需满足: ①共含两个未知数; ②每个方程均为一次整式方程, 据此对各选项逐一分析即可.

【详解】解: A. 方程组含三个未知数 x 、 y 、 z , 不符合“二元”条件, 选项错误;

B. 第一个方程含二次项 x^2 , 且含三个未知数 x 、 y 、 z , 不符合“二元一次”条件, 选项错误;

C. 第一个方程为分式方程 $\frac{y}{x}=4$, 非整式方程, 不符合条件, 选项错误;

D. 方程组含两个未知数 x 、 y , 且两个方程均为一次整式方程, 符合二元一次方程组的定义, 选项正确;
故选: D.

2. 下面 () 能与 $1.5:\frac{1}{3}$ 组成比例.

A. $4.5:3$

B. $2:3$

C. $9:2$

D. $2:9$

【答案】C

【解析】

【分析】表示两个比相等的式子叫比例, 据此求出题干与各选项比的比值, 找到与题干比值相等的比即可.
本题考查了比例的意义.

【详解】解: $1.5:\frac{1}{3}=1.5\times 3=4.5$

A、 $4.5:3=4.5\div 3=1.5$

B、 $2:3=2\div 3=\frac{2}{3}$

C、 $9:2=9\div 2=4.5$

D、 $2:9=2\div 9=\frac{2}{9}$

$9:2$ 的比值与 $1.5:\frac{1}{3}$ 的比值相等, $9:2$ 能与 $1.5:\frac{1}{3}$ 组成比例.

故选：C.

3. 要了解全校学生每周课余用于体育锻炼的时间，下列选取调查对象的方式中最合适的是（ ）.

- A. 随机选取一个班的学生
B. 随机选取一个体育队的学生
C. 在全校女生中随机选取100人
D. 在全校学生中随机选取100人

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了抽样调查的知识. 注意选取的样本需要有代表性和广泛性. 因为抽样时要注意样本的代表性和广泛性，根据样本的代表性即可作出判断.

【详解】解：随机抽样是最简单和最基本的抽样方法，抽样时要注意样本的代表性和广泛性，在全校学生中随机选取100人，这些对象具有代表性和广泛性.

故选：D.

4. 《九章算术》是中国古代的一本重要数学著作，其中记载了一个问题，大意是：五只雀、六只燕，共重16两，雀重燕轻. 互换其中一只，恰好一样重. 问每只雀、燕的质量各为多少？若设雀每只 x 两，燕每只 y 两，则可列出方程组为（ ）

- A. $\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 5x+y=6y+x \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x+6y=16 \\ 4x+y=5y+x \end{cases}$ C. $\begin{cases} 6x+5y=16 \\ 6x+y=5y+x \end{cases}$ D. $\begin{cases} 6x+5y=16 \\ 5x+y=4y+x \end{cases}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程组的实际应用，解题的关键是根据题意找出等量关系. 根据题意，找出等量关系，列方程组即可.

【详解】解： $\because$ 五只雀、六只燕，共重16两

$$\therefore 5x+6y=16,$$

$\because$ 五只雀、六只燕，雀重燕轻，互换其中一只，恰好一样重

$\therefore$ 四只雀、一只燕的重量和五只燕、一只雀的重量相等

$$\therefore 4x+y=5y+x,$$

$$\therefore \begin{cases} 5x+6y=16 \\ 4x+y=5y+x \end{cases},$$

故选：B.

5. 扇形的半径扩大为原来的2倍，圆心角缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，那么扇形的面积（ ）

A. 不变

B. 扩大为原来的 2 倍

C. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$

D. 扩大为原来的 4 倍

【答案】 B

【解析】

【分析】 扇形的面积 = $\frac{\text{圆心角度数}}{360} \times \pi r^2$ ，由此设原来扇形的半径为 1，圆心角为 2° ，则变化后的扇形的半径为 2，圆心角为 1° ，由此利用扇形的面积公式即可计算得出它们的面积，从而进行比较选择.

【详解】 解：设原来扇形的半径为 1，圆心角为 2° ，则变化后的扇形的半径为 2，圆心角为 1° ，根据扇形的面积公式可得：

$$\text{原来扇形的面积为：} \frac{2}{360} \times \pi \times 1^2 = \frac{1}{180} \pi；$$

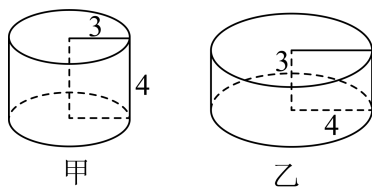
$$\text{变化后扇形面积为：} \frac{1}{360} \times \pi \times 2^2 = \frac{1}{90} \pi；$$

$$\text{原来扇形面积：变化后扇形面积} = \frac{1}{180} \pi : \frac{1}{90} \pi = 1:2；$$

故选：B.

【点睛】 此题考查了扇形面积公式，解题的关键是熟知公式的灵活应用.

6. 如图，长方形的长为 4cm、宽为 3cm，分别以该长方形的长、宽所在直线为轴，将其旋转一周，形成甲、乙两个圆柱，其体积分别记作 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$ ，侧面积分别记作 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ ，则下列说法正确的是（ ）



A. $V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

B. $V_{\text{甲}} = V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

C. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}}$

D. $V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} < S_{\text{乙}}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱的体积和侧面积，掌握圆柱的体积和侧面积公式是解题关键. 根据题意分别求出 $V_{\text{甲}}$ 、 $V_{\text{乙}}$ 和 $S_{\text{甲}}$ 、 $S_{\text{乙}}$ ，比较即可求解.

【详解】 解：由题意可知， $V_{\text{甲}} = \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ ， $V_{\text{乙}} = \pi \times 4^2 \times 3 = 48\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ ，

$$S_{\text{甲}} = 2\pi \times 3 \times 4 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)}, \quad S_{\text{乙}} = 2\pi \times 4 \times 3 = 24\pi \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$\text{则 } V_{\text{甲}} < V_{\text{乙}}, S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}},$$

故选：A.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 求比值: $0.6 : \frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 7:5

【解析】

【分析】 本题考查了求比值, 首先把 0.6 化为分数 $\frac{3}{5}$, 再用比的前项除以比的后项, 即可求出比值.

【详解】 解: $0.6 : \frac{3}{7} = \frac{3}{5} : \frac{3}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{3} = 7:5$

故答案为: 7:5.

8. 若 x 与 $\frac{1}{2}$ 的比例中项为 3, 那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 18

【解析】

【分析】 本题考查了比例中项, 比例的计算, 理解比例中项的概念, 掌握比例的计算是关键.

根据比例中项的定义列式计算即可.

【详解】 解: 若 x 与 $\frac{1}{2}$ 的比例中项为 3,

$$\therefore x:3 = 3:\frac{1}{2},$$

解得, $x = 18$,

故答案为: 18.

9. 一批玉米种子, 发芽粒数与没有发芽粒数的比是 4:1, 这批种子的发芽率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 80%

【解析】

【分析】 此题考查了百分数的应用. 根据发芽粒数与没有发芽粒数的比是 4:1 列式计算即可.

【详解】 解: 由题意可得, $\frac{4}{4+1} \times 100\% = 80\%$,

即这批种子的发芽率是 80%,

故答案为: 80%

10. 杜牧《清明》诗中写道“清明时节雨纷纷”, 从数学的观点看, 诗句中描述的事件是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 事件 (填“确

定”或“不确定”).

【答案】 不确定

【解析】

【分析】 本题考查了随机事件的概念，解题的关键是明确必然事件，不可能事件，随机事件的定义.

必然事件是指在一定条件下必然会发生的事件；不可能事件是指在一定条件下必然不会发生的事件；随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件. 判断诗句描述的事件类型，依据随机事件的定义分析.

【详解】 解：“清明时节雨纷纷”描述的是清明时节下雨的情况，在现实中，清明时节可能下雨，也可能不下雨，其发生具有不确定性，符合不确定事件的定义. 因此，诗句中描述的事件是不确定事件.

故答案为：不确定.

11. 已知 $x + 2y = 5$ 和 $x + y = 6$ ，则 $2x + y =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组. 将方程组的两个方程加起来，得到 $6x + 3y = 12$ ，进而得到 $x + y = 3$.

【详解】 解：由题意得
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \text{ ①} \\ 5x + y = 6 \text{ ②} \end{cases}$$

将 ① + ②，得： $6x + 3y = 12$ ，

则： $2x + y = 4$.

故答案为：4.

12. 三元一次方程组
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ y - z = 1 \\ x + z = 6 \end{cases}$$
 的解是_____.

【答案】
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 方程组利用加减消元法求出解即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} x-y=1 \text{①} \\ y-z=1 \text{②} \\ x+z=6 \text{③} \end{cases}$$

①+②得： $x-z=2$ ④，

③+④得： $2x=8$ ，即 $x=4$ ，

把 $x=4$ 代入④得： $z=2$ ，

把 $z=2$ 代入②得： $y=3$ ，

则方程组的解为
$$\begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$$

【点睛】此题考查了解三元一次方程组，利用了消元的思想，熟练掌握解法是解本题的关键.

13. 一个圆形花坛的周长是 25.12 米，这个花坛的面积是_____平方米.

【答案】 50.24

【解析】

【分析】本题考查圆的周长和面积，解题关键是熟练掌握圆的周长和面积公式.

根据周长是 25.12 米，先求出半径，进而求花坛面积.

【详解】解：面积 $= (25.12 \div 3.14 \div 2)^2 \times 3.14$

$= 3.14 \times 4^2$

$= 50.24$ (平方米).

故答案为： 50.24 .

14. 如果一个扇形的半径是 1，弧长是 $\frac{\pi}{6}$ ，那么此扇形的圆心角的度数为_____.

【答案】 30°

【解析】

【分析】此题主要考查了弧长公式的应用，直接利用扇形弧长公式代入求出即可.

【详解】解： $\because$ 一个扇形的半径是 1，弧长是 $\frac{\pi}{6}$ ，

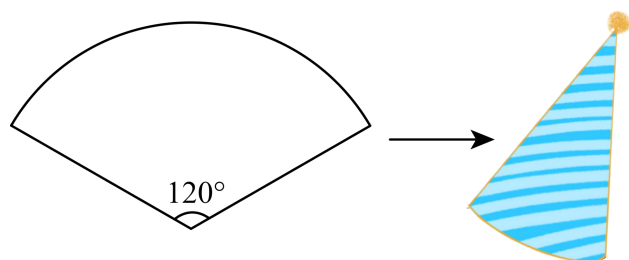
$\therefore l = \frac{n\pi r}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$ ，即 $l = \frac{n\pi \times 1}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$ ，

解得： $n = 30^\circ$ ，

$\therefore$ 此扇形所对的圆心角为： 30° 。

故答案为： 30° 。

15. 如图所示，综合实践课上，聪聪用圆心角为 120° 的扇形纸板，制作了一个底面半径是 3 cm 圆锥形的生日帽。在不考虑接缝的情况下，这个扇形纸板的半径是 cm 。



【答案】 9

【解析】

【分析】 本题考查圆锥与扇形的计算，掌握相关计算公式是解题的关键。设圆锥的底面半径为 r ，扇形的半径为 R ，扇形的弧长为 l ，根据扇形的弧长=圆锥底面圆周长构建方程求解即可。

【详解】 解： 设圆锥的底面半径为 r ，扇形的半径为 R ，扇形的弧长为 l ，

$\because$ 圆锥的底面半径是 3 cm ，

$\therefore$ 扇形的弧长 $l = 2\pi r = 6\pi\text{ cm}$ ，

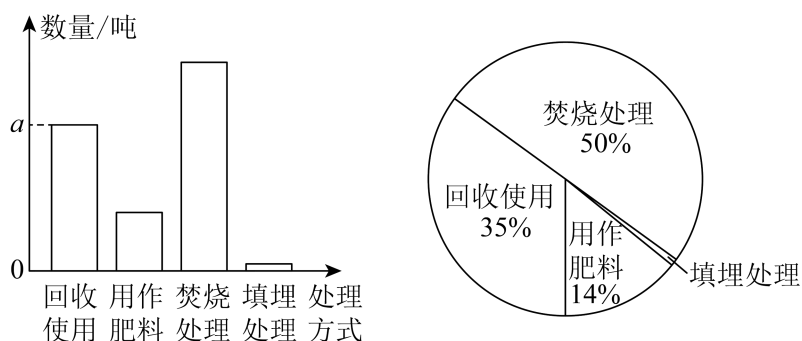
$\because$ 扇形纸板的圆心角为 120° ， $l = \frac{n\pi R}{180^\circ}$ ，

$$\therefore 6\pi = \frac{120^\circ \pi R}{180^\circ},$$

解得： $R=9$ ，

故答案为： 9。

16. 某课题小组针对垃圾再利用的情况进行了调查并绘制了如下不完整的条形统计图和条形统计图。若填埋处理的垃圾共 2 吨，则条形统计图中 a 的值为 。



【答案】 70

【解析】

【分析】此题考查了条形统计图，扇形统计图，用总吨数乘以回收使用所占的百分比即可得出 a 值.

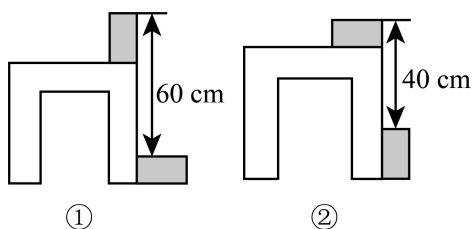
【详解】解：填埋处理的垃圾占比 $1 - 50\% - 35\% - 14\% = 1\%$ ，填埋处理的垃圾共 2 吨，

$\therefore$ 垃圾总数为 $2 \div 1\% = 200$ (吨)

条形统计图中 a 的值为 $200 \times 35\% = 70$ (吨)，

故答案为：70.

17. 利用两块形状和大小完全相同的长方体木块测量一张桌子的高度. 首先按如图①所示的方式放置，再将两块木块按如图②所示的方式放置. 测量的数据如图所示，则桌子的高度是_____ cm.



【答案】50

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，设桌子的高度为 h cm，长方体的长为 y cm，宽为 x cm，根据图中两种测量方式测出的数据，可列出二元一次方程组，再利用消元法解之即可得出结论.

【详解】解：设桌子的高度为 h cm，长方体的长为 y cm，宽为 x cm，

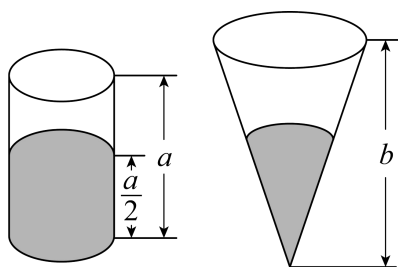
根据题意得：
$$\begin{cases} h + y - x = 60 \text{ ①} \\ h + x - y = 40 \text{ ②} \end{cases}$$

$(\text{①} + \text{②}) \div 2$ 得： $h = 50$ ，

$\therefore$ 桌子的高度为 50cm

故答案为：50.

18. 如图，将圆柱形容器和圆锥形容器均盛满水. 同时开启两容器底部的放水孔开始漏水. 19 分钟后，圆柱形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{1}{2}$ ，圆锥形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{2}{3}$ (此时水面半径为圆锥底面半径的 $\frac{2}{3}$)，假设每个容器的漏水速度始终保持不变，当圆锥形容器中的水漏完后，再过_____分钟，圆柱形容器中的水恰好漏完.



【答案】 11

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥的体积公式以及列代数式，解题的关键是熟练掌握圆柱的体积公式. 利用圆锥的体积公式进行求解即可.

【详解】 解：假设圆锥底面圆半径为 r ，则 19 分钟后圆锥底面圆半径为 $\frac{2}{3}r$ ，

根据题意得，开始时圆锥中水的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 b$ ，

19 分钟后剩下水的体积为 $\frac{1}{3}\pi \left(\frac{2}{3}r\right)^2 \frac{2}{3}b = \frac{8}{81}\pi r^2 b$ ，

$\therefore$ 19 分钟漏掉的水的体积为 $\frac{1}{3}\pi r^2 b - \frac{8}{81}\pi r^2 b = \frac{19}{81}\pi r^2 b$ ，

$\therefore$ 圆锥容器漏水速度为 $\frac{19}{81}\pi r^2 b \div 19 = \frac{1}{81}\pi r^2 b$ ，

$\therefore$ 圆锥中剩下的水漏完所需时间为 $\frac{8}{81}\pi r^2 b \div \frac{1}{81}\pi r^2 b = 8$ （分钟），

根据 19 分钟后，圆柱形容器的水面高度降至原高度的 $\frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 圆柱中所剩的水漏完所需时间为 19 分钟，

$19 - 8 = 11$ （分钟），

所以，当圆锥容器中的水漏完后，再过 11 分钟，圆柱容器中的水恰好漏完.

故答案为：11.

三、计算题（每题 6 分，共 30 分）

19. 求 x 的值： $12:1\frac{1}{5} = x:50\%$.

【答案】 $x = 5$

【解析】

【分析】 根据比例的性质，两外项之积等于两内项之积，把比例转化成一般方程，再根据等式的性质，即可得到原比例的解.

【详解】解：整理得 $\frac{6}{5}x = 12 \times 50\%$ ，即 $\frac{6}{5}x = 6$ ，

$$x = 6 \div \frac{6}{5},$$

解得 $x = 5$ 。

【点睛】本题考查了比和比例，解方程，解比例时，先根据比例的性质，两外项之积等于两内项之积，把比例转化成一般方程，然后再根据解方程的方法解答。

20. 已知： $a:b = 45\%:\frac{3}{4}$, $b:c = 3:\frac{1}{3}$ ，求 $a:b:c$ 。

【答案】 $27:45:5$

【解析】

【分析】本题主要考查了比的化简，根据所给比例把 $a:b$ ， $b:c$ 都化简成整数比，且 b 的数字相同即可得到答案。

【详解】解： $a:b = 45\%:\frac{3}{4} = \frac{9}{20}:\frac{3}{4} = 3:5 = 27:45$ ，

$$b:c = 3:\frac{1}{3} = 9:1 = 45:5，$$

$$\therefore a:b:c = 27:45:5。$$

21. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{3y+1}{6} \\ x-2y=1 \end{cases}。$$

【答案】
$$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】此题主要考查了解二元一次方程组的方法，注意代入消元法和加减消元法的应用是解题的关键。用代入消元法求解即可。

【详解】解：
$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{3y+1}{6} \text{①} \\ x-2y=1 \text{②} \end{cases}，$$

由②得： $x = 1 + 2y$ ③

将③代入①得： $\frac{2y}{3} = \frac{3y+1}{6}，$

解得: $y=1$,

将 $y=1$ 代入③得: $x=1+2=3$,

原方程组的解为: $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

22. 解方程组: $\begin{cases} x-2y=4 \\ 3x-3y-z=-1 \\ x+y+z=5 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \\ z=7 \end{cases}$

【解析】

【分析】 利用加减消元法解答即可.

本题考查了三元一次方程组的解法, 熟练掌握解法是解题的关键.

【详解】 解: $\begin{cases} x-2y=4 \text{①} \\ 3x-3y-z=-1 \text{②} \\ x+y+z=5 \text{③} \end{cases}$

②+③ 得, $2x-y=2$,

故 $\begin{cases} x-2y=4 \text{①} \\ 2x-y=2 \text{④} \end{cases}$

①-④ $\times 2$ 得, $-3x=0$,

解得 $x=0$,

把 $x=0$ 代入①, 得 $-2y=4$,

解得 $y=-2$,

把 $x=0$, $y=-2$ 都代入③, 得 $0-2+z=5$,

解得 $z=7$,

故方程组的解为 $\begin{cases} x=0 \\ y=-2 \\ z=7 \end{cases}$.

23. 已知 $x:y=1:4$, 求 $(2x+y):(9x-2y)$ 的比值.

【答案】 6:1

【解析】

【分析】 本题主要考查了求比值. 根据 $x:y=1:4$, 可得 $y=4x$, 再代入, 然后化简, 即可求解.

【详解】 解: $\because x:y=1:4$,

$$\therefore y=4x,$$

$$\therefore (2x+y):(9x-2y)$$

$$=(2x+4x):(9x-2\times 4x)$$

$$=(6x):x$$

$$=6:1.$$

四、解答题 (共 34 分, 其中第 24、25 题每题 7 分, 第 26、27 题每题 10 分)

24. 甲、乙两人从相距 36 千米的两地相向而行. 如果甲比乙先走 2 小时, 那么他们在乙出发 2.5 小时后相遇; 如果乙比甲先走 2 小时, 那么他们在甲出发 3 小时后相遇. 问甲、乙两人每小时各走多少千米?

【答案】 甲的速度是 6 千米/每小时, 乙的速度是 3.6 千米/每小时.

【解析】

【分析】 设甲, 乙速度分别为 x, y 千米/时, 根据甲乙两人从相距 36 千米的两地相向而行. 如果甲比乙先走 2 小时, 那么在乙出发后 2.5 小时相遇; 如果乙比甲先走 2 小时, 那么在甲出发后 3 小时相遇可列方程求

【详解】 设甲, 乙速度分别为 x, y 千米/时, 依题意得:

$$\begin{cases} (2.5+2)x+2.5y=36 \\ 3x+(3+2)y=36 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=6 \\ y=3.6 \end{cases}$$

答: 甲的速度是 6 千米/每小时, 乙的速度是 3.6 千米/每小时.

25. 中国邮政集团公司曾发行《二十四节气》特殊版式小全张 (图 1), 上面绘制了代表二十四气风貌的图案, 这 24 枚大小相同的邮票组成了一个圆环, 以“夏至”节气单枚邮票为例 (图 2), 该邮票的“下圆弧” $\widehat{BC}$ 的长为 1.57cm, “直边” AB 的长为 6cm. 求单枚邮票的面积 (π 取 3.14).



图1



图2

【答案】 14.13cm^2

【解析】

【分析】 本题考查弧长，扇形面积的实际应用，求出该邮票的对应的圆心角度数是解题的关键.

先求出每一枚邮票的圆心角，再由弧长公式求出该邮票的“下圆弧” $\widehat{BC}$ 的半径，然后由扇形面积公式求单枚邮票的面积.

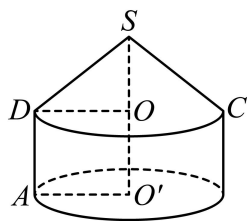
【详解】 解：由题意得，每一枚邮票的圆心角为 $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$,

$\therefore$ 设该邮票的“下圆弧” $\widehat{BC}$ 的半径为 r ，则 $1.57 = \frac{15 \times 3.14r}{180}$,

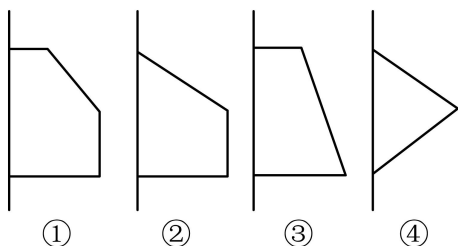
解得： $r = 6\text{cm}$

$\therefore$ 单枚邮票的面积为： $\frac{15 \times 3.14 \times (6+6)^2 - 15 \times 3.14 \times 6^2}{360} = 14.13\text{cm}^2$.

26. 蒙古包是我国蒙古族牧民的传统居所，它简单实用，易于搭建和拆卸，极具民族特色，下图是“蒙古包”的示意图，其顶部为圆锥形，下半部分为圆柱形，已知圆柱的底面半径 $DO = 4$ 米，高 $OO' = 2$ 米，圆锥的高 $SO = 1.5$ 米，母线 $SD = 4.25$ 米.



(1) 该“蒙古包”的示意图可以由下面四幅图中的第_____幅图绕其轴旋转一周而成；(填序号)



(2) 为了阻挡寒冷空气进入, 蒙古包的侧面和顶部都由毛毡覆盖, 若拼接处忽略不计, 求制作一顶这样的蒙古包所需要毛毡的面积 (结果保留 π);

(3) 求这顶蒙古包的容积 (结果保留 π).

【答案】(1) ② (2) $33\pi\text{m}^2$

(3) $40\pi(\text{m}^3)$

【解析】

【分析】本题考查圆柱的计算, 认识立体图形.

(1) 根据蒙古包的横切面判断即可;

(2) 求出圆柱的侧面积与圆锥的侧面积和即可;

(3) 求出圆柱的体积与圆锥的体积和即可.

【小问 1 详解】

解: 该“蒙古包”的示意图可以由下面四幅图中的第②幅图绕其轴旋转一周而成;

故答案为: ②;

【小问 2 详解】

解: 圆柱的侧面积 $= 2\pi \cdot OD \times OO' = 2\pi \times 4 \times 2 = 16\pi (\text{m}^2)$, 圆锥的侧面积

$= \pi \times SD \cdot OD = \pi \times 4.25 \times 4 = 17\pi (\text{m}^2)$,

$16\pi + 17\pi = 33\pi (\text{m}^2)$.

答: 制作一顶这样的帐篷 (接缝忽略不计) 至少需要 $33\pi\text{m}^2$ 毛毡;

【小问 3 详解】

解: 这顶蒙古包的容积 $= \pi \times OD^2 \times OO' + \frac{1}{3} \times \pi \times OD^2 \times SO = \pi \times 4^2 \times 2 + \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 1.5 = 40\pi (\text{m}^3)$.

27. 阅读材料; 对于未知数为 x, y 的二元一次方程组, 将 $|x - y|$ 定义为“方程组的解距”, 当解距为 1 时,

我们就说方程组的解具有“单位差”. 例如: 方程组 $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$, 由于 $|x - y| = 2$, 所以其

解距为 2; 方程组 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$, 由于 $|x - y| = 1$, 所以其解具有“单位差”.

(1) 判断方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$ 的解是否具有“单位差”并说明理由;

(2) 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ ax + y = 7 \end{cases}$ 的解具有“单位差”，求 a 的值；

(3) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ 2x - y = k \end{cases}$ 的解距是整数，写出所有满足条件的整数 k 。

【答案】 (1) 具有“单位差”，理由见解析

(2) $a = 1$ 或 $a = 0$

(3) $k = -3$ 或 -5 或 1 或 -9

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程组，分式的约分。

(1) 先解方程组得到 $x = 6, y = 5$ ，再根据 $|x - y| = |6 - 5| = 1$ ，得到方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$ 的解具有“单位差”；

(2) 先求出 $\therefore x = \frac{12}{2+a}$ ，再由 $2x - y = 5$ 可得 $x - y = 5 - x = 5 - \frac{12}{2+a}$ ，根据二元一次方程组的解具有“单位差”，列方程求解即可；

(3) 先消元得到 $x = \frac{3+2k}{k+4}$ ， $y = k + 4 - \frac{10}{k+4}$ ，再根据解距 $|x - y| = \left| \frac{5}{k+4} - k - 2 \right|$ 是整数得到 $k + 4 = \pm 1$ 或 ± 5 ，解方程即可。

(3)

【小问 1 详解】

解：方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$ 的解具有“单位差”，理由如下：

$$\begin{cases} 3x + 2y = 28 \text{ ①} \\ 2x + y = 17 \text{ ②} \end{cases},$$

② $\times 2 -$ ①，得 $x = 6$ ，

将 $x = 6$ 代入 ② 得， $2 \times 6 + y = 17$ ，

解得 $y = 5$ ，

$$\therefore |x - y| = |6 - 5| = 1,$$

∴ 方程组 $\begin{cases} 3x+2y=28 \\ 2x+y=17 \end{cases}$ 的解具有“单位差”；

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-y=5 \text{ ①} \\ ax+y=7 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得, } (2+a)x=12,$$

$$\therefore x = \frac{12}{2+a},$$

$$\therefore \text{由 } 2x-y=5 \text{ 可得 } x-y=5-x=5-\frac{12}{2+a},$$

∴ 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x-y=5 \\ ax+y=7 \end{cases}$ 的解具有“单位差”，

$$\therefore |x-y| = \left| 5 - \frac{12}{2+a} \right| = 1,$$

解得 $a=1$ 或 $a=0$ ；

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} kx+2y=3 \text{ ①} \\ 2x-y=k \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} + \text{②} \times 2 \text{ 得, } (k+4)x=3+2k,$$

$$\therefore x = \frac{3+2k}{k+4},$$

$$\text{将 } x = \frac{3+2k}{k+4} \text{ 代入 ② 得, } 2 \times \frac{3+2k}{k+4} - y = k,$$

$$\text{解得 } y = \frac{4k+6}{k+4} + k = \frac{4(k+4)-10}{k+4} + k = k + 4 - \frac{10}{k+4},$$

$$\therefore x-y = \frac{3+2k}{k+4} - \left(k + 4 - \frac{10}{k+4} \right) = \frac{13+2k}{k+4} - k - 4 = \frac{5+2(k+4)}{k+4} - k - 4 = \left| \frac{5}{k+4} - k - 2 \right|$$

$$\therefore \text{解距 } |x-y| = \left| \frac{5}{k+4} - k - 2 \right|,$$

∴ 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} kx+2y=3 \\ 2x-y=k \end{cases}$ 的解距是整数,

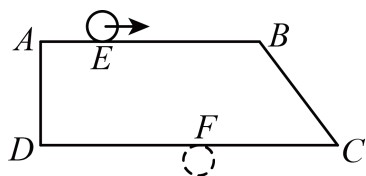
$$\therefore k+4 = \pm 1 \text{ 或 } \pm 5,$$

解得 $k = -3$ 或 -5 或 1 或 -9 .

五、附加题 (共 10 分)

28. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $\angle B = 120^\circ, \angle C = 60^\circ, AB = 20\text{cm}, CD = 24\text{cm}, BC = 8\text{cm}$, E 、 F 分别为

AB 、 CD 上的点, 且 $AE = \frac{1}{5}AB, CF:DF = 5:7$, 一个半径为 1cm 的圆在梯形的外侧, 沿着梯形的边连续地从点 E 经过点 B 、 C 无滑动地滚动到点 F , 求圆滚过区域的面积 (结果保留 π).

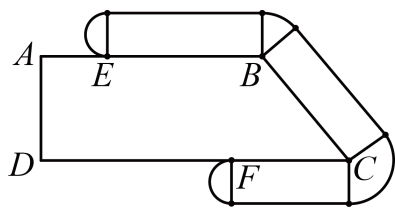


【答案】 $(68 + 3\pi)\text{cm}^2$

【解析】

【分析】 本题考查与圆有关的面积问题. 根据题意把圆滚过的面积分为 7 部分, 3 个长方形, 起点、终点分别为两个半圆, $\angle ABC, \angle BCD$ 拐角处分别为半径为 2cm 的扇形, 起点、终点加起来正好是一个半径长为 1cm 圆的面积; $\angle B, \angle C$ 拐角处面积之和是半径为 2 厘米的半圆的面积; 据此解答即可.

【详解】 解: 如图,



$$\because AB = 20\text{cm}, CD = 24\text{cm}, \text{ 且 } AE = \frac{1}{5}AB, CF:DF = 5:7,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{5}AB = 4\text{cm}, CF = \frac{5}{12}CD = 10\text{cm},$$

$$\therefore BE = AB - AE = 16\text{cm},$$

$$\because \angle B = 120^\circ, \angle C = 60^\circ,$$

$\therefore \angle ABC$ 拐角处为半径为 2cm , 圆心角为 $360^\circ - 90^\circ \times 2 - 120^\circ = 60^\circ$ 的扇形, $\angle BCD$ 拐角处为半径为 2cm , 圆心角为 $360^\circ - 90^\circ \times 2 - 60^\circ = 120^\circ$ 的扇形,

$$\therefore 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ,$$

$\therefore \angle ABC, \angle BCD$ 拐角处面积之和是半径为 2 厘米的半圆的面积,

$\therefore$ 起点、终点加起来正好是一个半径长为 1cm 圆的面积, 点 E 到点 B , 点 B 到点 C , 点 C 到点 F , 都为长

方形，且 $BC = 8\text{cm}$ ，

$$\therefore \text{圆滚过区域的面积} = 2 \times (16 + 8 + 10) + \pi + \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 = (68 + 3\pi)\text{cm}^2.$$