

2024 学年第二学期中预年级数学期末考试试卷

(满分: 100 分时间: 90 分钟)

(本次考试不得使用计算器, 试题中未特殊说明时结果均保留 π)

一、填空题 (每空 2 分, 共 34 分)

1. 求比值: 72 分钟: 1.5 小时=_____.

【答案】 $\frac{4}{5}$ 0.8

【解析】

【分析】 本题考查了比的应用, 先统一单位, 再计算比值即可, 掌握求解的方法是关键.

【详解】 解: 72 分钟: 1.5 小时=72 分钟: 90 分钟= $\frac{4}{5}$;

故答案为: $\frac{4}{5}$.

2. 求最简整数比: $\frac{13}{51} : \frac{39}{85}$ =_____.

【答案】 5:9

【解析】

【分析】 本题考查求比的化简, 根据比的基本性质, 进行求解即可.

【详解】 解: $\frac{13}{51} : \frac{39}{85} = \left(\frac{13}{51} \times 17 \times 3 \times 5 \right) : \left(\frac{39}{85} \times 17 \times 3 \times 5 \right) = (13 \times 5) : (39 \times 3) = 5 : 9$;

故答案为: 5:9.

3. $x^{|m-2|} + (m-3)y = m-1$ 是关于 x, y 的二元一次方程, 则实数 m =_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程的定义, 熟知概念是关键;

根据二元一次方程的定义: 只含有两个未知数, 且含有未知数的项的次数为 1 的整式方程叫做二元一次方程求解即可.

【详解】 解: 因为 $x^{|m-2|} + (m-3)y = m-1$ 是关于 x, y 的二元一次方程,

所以 $|m-2|=1, m-3 \neq 0$,

解得 $m=1$;

故答案为: 1.

4. 圆锥的底面半径为 2cm ，母线长为 5cm ，则圆锥的表面积为_____ cm^2 (π 取 3.14 计算)

【答案】 43.96

【解析】

【分析】 本题考查了圆锥的表面积计算，熟知圆锥的侧面积计算公式是解题的关键；
根据圆锥的表面积=侧面积+底面积求解即可.

【详解】 解：圆锥的表面积 $= \pi \times 2 \times 5 + \pi \times 2^2 = 14\pi = 14 \times 3.14 = 43.96 \text{ cm}^2$ ；

故答案为： 43.96 .

5. 以下事件的可能性大小关系为_____. (由小到大写出序号)

- (1) 销量很大某种彩票中了一等奖；
- (2) 掷一枚质地均匀的骰子，得到的结果为偶数；
- (3) 4 个球随机放入 3 个盒子中，至少有一个盒子中的球数不少于 2 个；
- (4) 自然状态下水往高处流.

【答案】 (4) (1) (2) (3)

【解析】

【分析】 此题考查了事件可能性的大小，根据题意逐项判断比较即可.

【详解】 解：(1) 销量很大某种彩票中了一等奖，可能性非常小；

(2) 掷一枚质地均匀的骰子，得到的结果为偶数，可能性为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ；

(3) 4 个球随机放入 3 个盒子中，至少有一个盒子中的球数不少于 2 个，可能性为 1；

(4) 自然状态下水往高处流，可能性为 0.

$\therefore$ 可能性大小关系为 (4) (1) (2) (3).

故答案为：(4) (1) (2) (3).

6. 已知 $x:y=8:3$ ， $x:z=\frac{4}{3}:5$ ，则 $x:y:z=_____$. (填最简整数比)

【答案】 $8:3:30$

【解析】

【分析】 本题考查了比的运算，掌握求解的方法是关键；

先将 $x:z=\frac{4}{3}:5$ 化为 $x:z=4:15=8:30$ ，再写成连比的形式即可.

【详解】 解：因为 $x:z=\frac{4}{3}:5=4:15=8:30$ ， $x:y=8:3$ ，

所以 $x:y:z=8:3:30$ ；

故答案为：8:3:30.

7. 甲乙两人匀速走两段路，两人走的路程比为 $S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=3:2$ ，两人所用时间的比为 $t_{\text{甲}}:t_{\text{乙}}=5:4$ ，则两人的速度比 $V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}}=$ _____。(填最简整数比)

【答案】 6:5

【解析】

【分析】 此题考查了比的性质，根据题意列式求解即可.

【详解】 $\because$ 两人走的路程比为 $S_{\text{甲}}:S_{\text{乙}}=3:2$ ，两人所用时间的比为 $t_{\text{甲}}:t_{\text{乙}}=5:4$ ，

$$\therefore \frac{3}{5} \div \frac{2}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{2} = 6:5$$

$\therefore$ 两人的速度比 $V_{\text{甲}}:V_{\text{乙}}=6:5$.

故答案为：6:5.

8. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > a+1 \\ x > 3a-1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 5$ ，则 $a =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查的是根据一元一次不等式组的解集求解参数的值，正确得到不等式的解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

根据题意分两种情况讨论，然后根据解集是 $x > 5$ 分别求解即可.

【详解】 解：当 $a+1 > 3a-1$ 时，即 $a < 1$ 时，

根据题意得， $a+1=5$

$\therefore a=4$ ，不合题意，应舍去；

当 $a+1 < 3a-1$ 时，即 $a > 1$ 时，

根据题意得， $3a-1=5$

$\therefore a=2$ ，符合题意

综上所述， $a=2$.

故答案为：2.

9. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax+3by=2 \\ \frac{1}{2}x-y=1 \end{cases}$ 有无数组解，则 $ab =$ _____.

【答案】 $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查二元一次方程组的解法，①-② $\times 2$ 得 $(a-1)x+(3b+2)y=0$ ，然后根据题意得到 $a-1=0$ ， $3b+2=0$ ，求出 $a=1$ ， $b=-\frac{2}{3}$ ，然后代入求解即可．掌握二元一次方程组的解法是解题的关键．

【详解】 解：
$$\begin{cases} ax+3by=2 \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x-y=1 \text{ ②} \end{cases},$$

①-② $\times 2$ 得： $(a-1)x+(3b+2)y=0$,

$\therefore$ 方程组有无数组解，

$\therefore a-1=0$ ， $3b+2=0$,

解得： $a=1$ ， $b=-\frac{2}{3}$,

$\therefore ab=1\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2}{3}$.

故答案为： $-\frac{2}{3}$.

10. 不等式 $|x-2|+|1+x|\leq 5$ 的解集为_____.

【答案】 $-2\leq x\leq 3$

【解析】

【分析】 本题考查了含绝对值的不等式解法，分 $x<-1$ ， $-1\leq x\leq 2$ ， $x>2$ 三种情况讨论即可．

【详解】 解： 当 $x<-1$ 时，原不等式化简为 $2-x-1-x\leq 5$ ，

解得 $x\geq -2$ ，

$\therefore -2\leq x<-1$ ，

当 $-1\leq x\leq 2$ 时，原不等式化简为 $2-x+1+x\leq 5$ ，

即 $3\leq 5$ ，符合题意，

当 $x>2$ 时，原不等式化简为 $x-2+1+x\leq 5$ ，

解得 $x\leq 3$ ，

$\therefore 2<x\leq 3$ ，

$\therefore$ 不等式的解集为 $-2\leq x\leq 3$ ，

故答案为： $-2 \leq x \leq 3$.

11. 关于 x 的不等式 $-k - x + 6 > 0$ 的解集中恰有四个非负整数，则 k 的范围为_____.

【答案】 $2 \leq k < 3$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的整数解，将 k 看做已知数求出不等式的解集，根据不等式的解集中恰有四个非负整数，确定出 k 的范围即可.

【详解】 解：解不等式 $-k - x + 6 > 0$ ，得 $x < 6 - k$ ，

$\because$ 不等式 $-k - x + 6 > 0$ 的解集中恰有四个非负整数，

$\therefore$ 四个非负整数为 0，1，2，3，

$\therefore 3 < 6 - k \leq 4$ ，

$\therefore 2 \leq k < 3$ ，

故答案为： $2 \leq k < 3$.

12. 圆锥的底面半径为 3cm，母线长 4cm，则它的侧面展开图扇形的圆心角是_____

【答案】 270

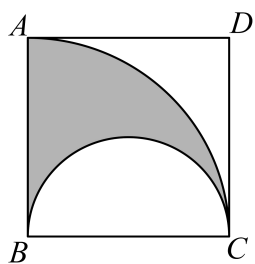
【解析】

【详解】 由底面周长=展开图的弧长可得： $2\pi \times 3 = \frac{4n\pi}{180}$ 解得： $n = 270^\circ$

考点：弧长的计算

点评：解答本题的关键是有确定底面周长=展开图的弧长这个等量关系，然后由扇形的弧长公式和圆的周长公式求值.

13. 如图， $ABCD$ 为边长为 2 厘米的正方形，则图中阴影部分的周长为_____厘米.



【答案】 $(2 + 2\pi)$

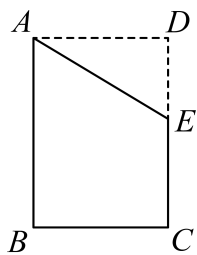
【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长，根据阴影部分的周长 = AB + 以 BC 的直径半圆长 + 以 AB 为半径的四分之一圆长求解即可.

【详解】解：阴影部分的周长为 $2 + \frac{1}{2}\pi \times 2 + \frac{1}{4} \times 2\pi \times 2 = (2 + 2\pi)$ 厘米，

故答案为： $(2 + 2\pi)$ 。

14. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = CD = 7\text{cm}$ ， $BC = AD = 4\text{cm}$ ，在 CD 边上取一点 E ，使得 $DE = 3\text{cm}$ ，将矩形按线段 AE 剪开，此时 $AE = 5\text{cm}$ ，将四边形 $ABCE$ 绕 CE 所在直线旋转一周所得几何体的体积为 _____ cm^3 。



【答案】 96π

【解析】

【分析】此题考查了圆柱和圆锥体积，用大圆柱体积减去 ADE 绕 CE 所在直线旋转一周所得圆锥的体积求解即可。

【详解】根据题意得， $\pi \times 4^2 \times 7 - \frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 3 = 96\pi (\text{cm}^3)$ 。

$\therefore$ 所得几何体的体积为 $96\pi \text{cm}^3$ 。

故答案为： 96π 。

15. 某件商品的成本中，材料成本占 60%，人力成本占 40%。现在材料成本上涨 10%，人力成本上涨 20%，为了保证利润率不变，则售价需要提升 _____ %。

【答案】 14

【解析】

【分析】此题考查了百分数的应用，先分别计算出材料成本和人力成本上涨后的数值，再算出总成本上涨的比例，这个比例就是售价需要提升的比例。

【详解】 $\because$ 某件商品的成本中，材料成本占 60%，现在材料成本上涨 10%，

$\therefore$ 现在材料成本占原来总成本的比例为 $60\% \times (1 + 10\%) = 0.66$

$\therefore$ 原来人力成本占 40%，现在人力成本上涨 20%，

$\therefore$ 现在人力成本占原来总成本的比例为 $40\% \times (1 + 20\%) = 0.48$

$\therefore$ 现在总成本占原来总成本的比例为 $0.66 + 0.48 = 1.14$

∴总成本的上涨比例为 $1.14-1=0.14=14\%$

∴为了保证利润率不变，则售价需要提升 14% 。

故答案为：14.

16. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3y-x=2a+1 \\ 2x+y=a \end{cases}$ 的解异号，则实数 a 的范围为_____.

【答案】 $-\frac{2}{5} < a < 1$

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的解法，一元一次不等式组的解法，用含 a 的代数式表示出 x, y 的值是解答本题的关键.

先求出方程组的解，再根据解异号列不等式组求解即可.

【详解】解： $\begin{cases} 3y-x=2a+1 \text{ ①} \\ 2x+y=a \text{ ②} \end{cases}$,

① $\times 2 +$ ②得： $7y=5a+2$

解得 $y=\frac{5a+2}{7}$

将 $y=\frac{5a+2}{7}$ 代入②得： $2x+\frac{5a+2}{7}=a$

解得 $x=\frac{a-1}{7}$,

∴方程组的解为： $\begin{cases} x=\frac{a-1}{7} \\ y=\frac{5a+2}{7} \end{cases}$

∴关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3y-x=2a+1 \\ 2x+y=a \end{cases}$ 的解异号，

∴ $\begin{cases} x=\frac{a-1}{7} > 0 \\ y=\frac{5a+2}{7} < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{a-1}{7} < 0 \\ y=\frac{5a+2}{7} > 0 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a > 1 \\ a < -\frac{2}{5} \end{cases}$ (无解) 或 $-\frac{2}{5} < a < 1$.

故答案为: $-\frac{2}{5} < a < 1$.

17. 甲乙两个杯子中分别装有不同浓度的 200 克和 300 克的盐水. 第一次将甲杯中的一半盐水倒入乙杯, 混合均匀后再将此时乙杯的一半倒回甲杯. 此时甲乙两个杯子中的盐水浓度分别为 12% 和 10%, 则原来甲杯中的盐水浓度为_____.

【答案】 16%

【解析】

【分析】 此题考查了二元一次方程组的应用, 解题的关键是正确表示出浓度.

设原来甲杯中的盐水浓度为为 $x\%$, 乙杯中的盐水浓度为为 $y\%$, 首先表示出第一次倒液后, 甲杯和乙杯剩余盐量, 然后表示出第二次倒液后, 甲杯和乙杯的浓度, 然后联立方程组求解即可.

【详解】 设原来甲杯中的盐水浓度为为 $x\%$, 乙杯中的盐水浓度为为 $y\%$,

第一次倒液后, 甲杯剩余盐量为 x 克, 乙杯盐量为 $(3y + x)$ 克

第二次倒液后, 甲杯盐量为 $\frac{3x+3y}{2}$ 克, 浓度为 $\frac{\frac{3x+3y}{2}}{300} = 12\%$,

整理得, $x + y = 24$ ①

乙杯盐量为 $\frac{x+3y}{2}$ 克, 浓度为 $\frac{\frac{x+3y}{2}}{200} = 10\%$,

整理得, $x + 3y = 40$ ②

联立①②, 解得 $x = 16$.

$\therefore$ 原来甲杯中的盐水浓度为 16%.

故答案为: 16%.

二、选择题 (每题 3 分, 共 9 分)

18. 某课题小组想用某种统计图表表达“2025 年 6 月 10 日上海某气象站测得的每小时气温”并研究气温的变化规律, 最好的统计图表为 ()

- A. 条形统计图 B. 扇形统计图 C. 折线统计图 D. 以上都很合适

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了选择合适的统计图, 掌握各个统计图的特点(折线统计图的特点是易于显示数据变化趋势以及变化幅度, 可以直观地反映这种变化以及各组之间的差别. 折线统计图用折线的起伏表示数据的增减变化情况, 不仅可以表示数量的多少, 而且可以反映数据的增减变化情况) 是解题的关键.

根据各个统计图的特点和适用情况即可解答.

【详解】解: 研究气温的变化规律, 最好的统计图表为折线统计图.

故选: C.

19. 某个精密零件实际宽度为 0.2 毫米, 在设计图中需画出宽度为 4 厘米的样图, 则该设计图的比例尺为 ()

- A. 200:1 B. 1:200 C. 20:1 D. 1:20

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了比例尺, 掌握比例尺的定义是解题的关键.

根据比例尺=图上距离: 实际距离, 把 0.2 毫米化成 0.02 厘米, 然后根据比例尺的意义求出比例尺即可.

【详解】解: $4 \text{ 厘米} : 0.2 \text{ 毫米} = 4 \text{ 厘米} : 0.02 \text{ 厘米} = 200:1$.

所以该设计图的比例尺为 200:1.

故选: A.

20. 关于 x 的不等式 $3x + b > ax - 2$ 的解集为一切实数, 则所有符合题意的实数 a, b 满足 ()

- A. $a + b \geq 1$ B. $a + b > 1$
C. $a + b \leq 1$ D. $a + b < 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了不等式的性质、解不等式等知识点, 发现解集为一切实数的条件解题的关键.

由题意可得 $(3-a)x > -2-b$, 由题意可得 $3-a=0$ 且 $-2-b < 0$, 解答 $a=3$ 且 $b < -2$, 然后判断各选项即可解得.

【详解】解: $3x + b > ax - 2$

$$(3-a)x > -2-b,$$

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $3x + b > ax - 2$ 的解集为一切实数,

$$\therefore 3-a=0 \text{ 且 } -2-b < 0,$$

$$\therefore a=3 \text{ 且 } b > -2,$$

$$\therefore a+b > 1.$$

故选 B.

三、解方程组或不等式 (组) (每题 4 分, 共 24 分)

21. 解不等式: $2x+3>5x-6$.

【答案】 $x<3$

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次不等式，解题的关键是掌握解一元一次不等式的基本步骤.

不等式移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.

【详解】 解: $2x+3>5x-6$

移项，合并同类项得， $-3x>-9$

系数化为 1 得， $x<3$.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} 3x+2y=1 \textcircled{1} \\ x-y=-3 \textcircled{2} \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的解法，熟练掌握解二元一次方程组的方法是解题的关键；将方程②变形后直接利用代入代入消元法求解即可.

【详解】 解: 由②，得 $x=y-3$ ③，

把③代入①，得 $3(y-3)+2y=1$,

解得: $y=2$,

把 $y=2$ 代入③，得 $x=2-3=-1$,

所以原方程组的解是
$$\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}.$$

23. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x-4)+1>3x-2 \\ \frac{1-x}{3} \leq \frac{5-x}{4} \end{cases}.$$

【答案】 $-11 \leq x < -5$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次不等式组，先求出每个不等式的解集，再根据 “同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）” 求出不等式组的解集即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2(x-4)+1>3x-2 \text{ ①} \\ \frac{1-x}{3} \leq \frac{5-x}{4} \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①，得 $x < -5$ ，

解不等式②，得 $x \geq -11$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-11 \leq x < -5$ 。

24. 解方程组：
$$\begin{cases} x+y-z=6 \text{ ①} \\ 2x-y+3z=-1 \text{ ②} \\ -x+2y-2z=3 \text{ ③} \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了三元一次方程组的求解，掌握消元法解方程组的思想是解题的关键；

原方程组利用加减消元法求解即可。

【详解】解： ①+②，得 $3x+2z=5$ ④，

② $\times$ 2+③，得 $3x+4z=1$ ⑤，

④-⑤，得 $-2z=4$ ，

解得： $z=-2$ ，

把 $z=-2$ 代入④，得 $3x-4=5$ ，

解得： $x=3$ ，

把 $x=3$ ， $z=-2$ 代入①，得 $3+y+2=6$ ，

解得： $y=1$ ，

所以原方程组的解是
$$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-2 \end{cases}.$$

25. 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = y = 2z \\ -x+3y+2z=4 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解三元一次方程组，熟知加减消元法是解题的关键.

由①得， $x = 4z$ ， $y = 2z$ ， 然后代入②得求出 $z = 1$ ， 进而求解即可.

【详解】 解：
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = y = 2z \text{ ①} \\ -x + 3y + 2z = 4 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得， $x = 4z$ ， $y = 2z$

代入②得， $-4z + 6z + 2z = 4$

解得 $z = 1$

将 $z = 1$ 代入 $x = 4z = 4$ ； 将 $z = 1$ 代入 $y = 2z = 2$ ；

$\therefore$ 方程组的解集为
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

26. 解不等式组：
$$\begin{cases} |x + 2| \geq 4 \\ |3x - 1| < 6 \end{cases}$$

【答案】 $2 \leq x < \frac{7}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了含绝对值的不等式组解法，分 $x < -2$ ， $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$ ， $x > \frac{1}{3}$ 讨论即可.

【详解】 解： 当 $x < -2$ 时， 原不等式组可化为
$$\begin{cases} -x - 2 \geq 4 \\ 1 - 3x < 6 \end{cases}$$

解不等式 $-x - 2 \geq 4$ ， 得 $x \leq -6$ ，

解不等式 $1 - 3x < 6$ ， 得 $x > -\frac{5}{3}$ ，

$\therefore$ 不等式组无解；

当 $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$ 时， 原不等式组可化为
$$\begin{cases} x + 2 \geq 4 \\ 1 - 3x < 6 \end{cases}$$

解不等式 $x + 2 \geq 4$ ，得 $x \geq 2$ ，

解不等式 $1 - 3x < 6$ ，得 $x > -\frac{5}{3}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x \geq 2$ ，

又 $-2 \leq x \leq \frac{1}{3}$ ，

$\therefore$ 不等式组无解；

当 $x > \frac{1}{3}$ 时，原不等式组可化为 $\begin{cases} x + 2 \geq 4 \\ 3x - 1 < 6 \end{cases}$ ，

解不等式 $x + 2 \geq 4$ ，得 $x \geq 2$ ，

解不等式 $3x - 1 < 6$ ，得 $x < \frac{7}{3}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $2 \leq x < \frac{7}{3}$ ，

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $2 \leq x < \frac{7}{3}$ 。

四、解答题 (6分+6分+6分+6分+9分)

27. 某次体育课投篮测验，某班若干名学生成绩的平均成绩为 4.65 分，成绩的条形统计图如图 1，其中得分为“7 分”和“2 分”的情况未画出。若将“1~3 分”称为不合格，“4~6 分”称为合格，“7~10 分”称为优秀，该班成绩等第的部分信息如图 2。

某班若干名学生投篮测验条形统计图(7分和2分未画出)

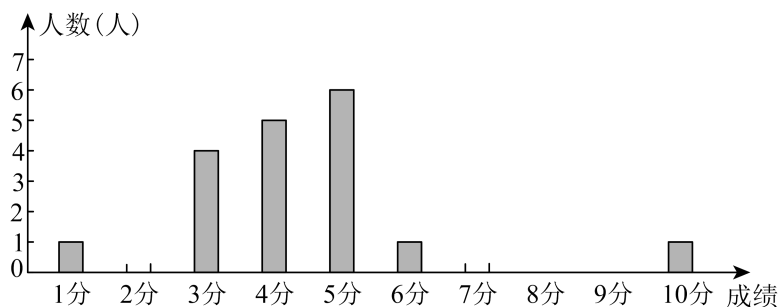


图1

成绩等第扇形统计图

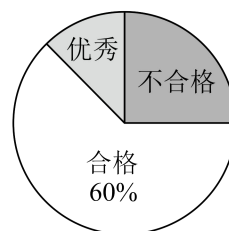


图2

- (1) 求参与测验的人数；
- (2) 分别求出得分为“2 分”和“7 分”的人数；
- (3) 求扇形统计图中“优秀”所在扇形的圆心角大小。

【答案】 (1) 20 人 (2) 得分为“2 分”和“7 分”的人数分别为 0 人、2 人；

(3) 54°

【解析】

【分析】 本题考查了条形统计图与扇形统计图的综合，求圆心角，求平均数，求条形统计图的相关数据，

正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 运用合格人数除以占比, 得出参与测验的人数, 即可作答.

(2) 先设得分为“2分”的人数为 r 人, 结合平均数的公式列式计算, 即可作答.

(3) 由(2)知得分为“7分”的人数为2人, 再结合得分为“10分”的人数为1人, 进行列式计算, 即可作答.

【小问1详解】

解: $(5+6+1) \div 60\% = 20$ (人);

$\therefore$ 参与测验的人数为20人;

【小问2详解】

解: 设得分为“2分”的人数为 r 人, 则得分为“7分”的人数为 $20-1-r-4-5-6-1-1=2-r$ 人,

$\therefore$ 学生成绩的平均成绩为4.65分,

$$\therefore 4.65 = \frac{1 \times 1 + 2r + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 1 + 7 \times (2-r) + 8 \times 0 + 9 \times 0 + 10 \times 1}{20}$$

$$\therefore r = 0$$

$\therefore$ 得分为“2分”的人数为0人;

$$\therefore 2-0=2 \text{ (人)},$$

$\therefore$ 得分为“7分”的人数为2人,

【小问3详解】

$$\text{解: } \frac{1+2}{20} \times 360^\circ = 54^\circ,$$

$\therefore$ 扇形统计图中“优秀”所在扇形的圆心角为 54° .

28. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-3a < 3(x+1)+a \\ 4x < 2(a-x) \end{cases}$ 无解, 求实数 a 的范围.

$$\text{【答案】 } a \leq -\frac{9}{13}$$

【解析】

【分析】 本题考查根据不等式组的解集的情况, 求参数. 熟练掌握不等式组的解集的确定方法: 大大小小, 无解了, 是解题的关键. 根据不等式组无解, 得到 $\frac{a}{3} \leq -4a-3$, 进行求解即可.

$$\text{【详解】解: } \begin{cases} 2x-3a < 3(x+1)+a \text{ ①} \\ 4x < 2(a-x) \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①, 得 $x > -4a-3$,

解不等式②，得 $x < \frac{a}{3}$ ，

∴ 不等式组 $\begin{cases} 2x - 3a < 3(x + 1) + a \\ 4x < 2(a - x) \end{cases}$ 无解，

∴ $\frac{a}{3} \leq -4a - 3$ ，

解得 $a \leq -\frac{9}{13}$ 。

29. 有一个两位正整数，十位数字的 8 倍比原数小 9，将十位数字与个位数字对换位置后所形成的新两位数的 3 倍比原数大 1，求原来的两位数。（列方程组解答）

【答案】原来两位数为 41。

【解析】

【分析】此题主要考查二元一次方程组的应用，解题的关键是根据题意找到等量关系。

设个位数字是 x ，十位数字是 y ，根据题意即可列出二元一次方程组进行求解。

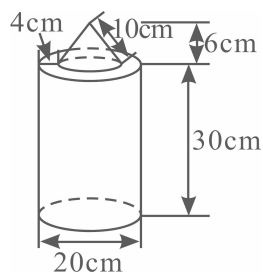
【详解】解：设原数的个位数字是 x ，十位数字是 y 。

根据题意，得 $\begin{cases} 10y + x - 8y = 9 \\ 3(10x + y) - (10y + x) = 1 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$ 。

故原来两位数为 41。

30. 如图，有一个零件的形状是由一个圆柱上底面的正中心再焊接一个圆锥组成，求这个零件的外表面积。



【答案】 $824\pi\text{cm}^2$

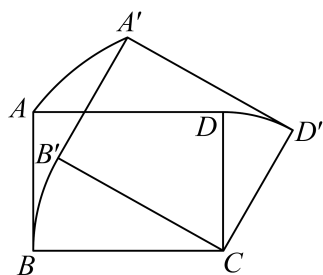
【解析】

【分析】本题考查了圆锥的侧面积、圆柱的表面积，根据零件的外表面积=圆柱的表面积+圆锥的侧面积-圆锥和圆柱重叠的部分求解即可。

【详解】解：圆锥底面圆的半径为 $\frac{20}{2} - 4 = 6\text{cm}$ ，

$$\begin{aligned}
 \text{零件的外表面积为: } & 20\pi \times 30 + \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 \times 2 - \pi \times 6^2 + \pi \times 6 \times 10 \\
 & = 600\pi + 200\pi - 36\pi + 60\pi \\
 & = 824\pi (\text{cm}^2).
 \end{aligned}$$

31. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转 30° 到矩形 $A'B'CD'$, 已知 $AB = CD = 3\text{cm}$, $BC = AD = 4\text{cm}$, $AC = A'C = 5\text{cm}$, 则旋转的过程中:



- (1) 边 BC 扫过的部分是个什么形状? 求出该部分的面积;
- (2) 分别求出点 A 和点 D 走过的路线长;
- (3) 求出边 AD 扫过的部分的面积.

【答案】(1) 扇形, $\frac{4}{3}\pi$

(2) $\frac{5}{6}\pi$, $\frac{\pi}{2}$

(3) $\frac{4}{3}\pi$

【解析】

【分析】此题考查了扇形的面积和弧长公式,

- (1) 根据题意得到边 BC 扫过的部分是个扇形, 然后根据扇形公式求解即可;
- (2) 根据扇形弧长公式求解即可;
- (3) 根据题意得到 AD 扫过的部分的面积 $= S_{\text{扇形}ACA'} + S_{\triangle A'CD'} - S_{\triangle ACD} - S_{\text{扇形}DCD'}$, 然后代数求解即可.

【小问 1 详解】

解: 边 BC 扫过的部分是个扇形,

$$\because BC = AD = 4\text{cm}$$

$$\therefore \text{该部分的面积} = \frac{30\pi \times 4^2}{360} = \frac{4}{3}\pi;$$

【小问 2 详解】

解: 如图所示, 连接 AC , $A'C$,

