

2024 学年第二学期期末诊断练习

六年级数学试卷

(考试时间 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分)

1. 以下调查中, 最适宜采用普查方式的是 ()

- A. 检测某批次汽车的抗撞击能力
B. 了解某市中学生课外阅读的情况
C. 调查黄河的水质情况
D. 调查乘坐飞机的旅客是否携带了违禁物品

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了普查, 是否适合选择普查方式要根据所考查的对象特征灵活选用, 熟练掌握普查是解题的关键. 根据普查的定义, 逐一判断即可.

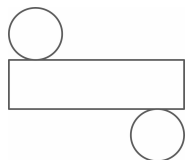
【详解】 A、检测某批次汽车的抗撞击能力, 调查的对象范围广, 具有破坏性, 不适合采用普查, 故选项 A 不符合题意;

B、了解某市中学生课外阅读的情况, 调查的对象范围广, 不适合采用普查, 故选项 B 不符合题意;

C、调查黄河的水质情况, 调查的对象范围广, 不适合采用普查, 故选项 C 不符合题意;

D、调查乘坐飞机的旅客是否携带了违禁物品, 涉及安全性, 适合采用普查, 故选项 D 符合题意, 故选: D.

2. 一个几何体的表面展开图如图所示, 这个几何体是 ()



- A. 圆柱
B. 圆
C. 长方体
D. 球

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查几何体的表面展开图; 根据表面展开图得出结论即可.

【详解】 解: 根据表面展开图得到这个几何体是: 圆柱;
故选: A.

3. 下列方程组中属于二元一次方程组的有 ()

$$(1) \begin{cases} 2x - y = 1, \\ y = z + 1; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = 0, \\ y = 3; \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x - y = 0, \\ 2x + 3y = 5; \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x^2 + y = 1, \\ x + 2y = -1. \end{cases}$$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查二元一次方程组的识别，熟练掌握二元一次方程组的概念是解题的关键；根据二元一次方程组的定义：方程组中共含有两个未知数，且每个方程的次数为 1 的整式方程组，逐一判断即可.

【详解】 解：(1) $\begin{cases} 2x - y = 1, \\ y = z + 1; \end{cases}$ 含三个未知数 x, y, z ，不属于二元一次方程组，不符合题意.

(2) $\begin{cases} x = 0, \\ y = 3; \end{cases}$ 含两个未知数 x, y ，且每个方程均为一次整式方程，符合题意.

(3) $\begin{cases} x - y = 0, \\ 2x + 3y = 5; \end{cases}$ 含两个未知数 x, y ，且每个方程均为一次整式方程，符合题意.

(4) $\begin{cases} x^2 + y = 1, \\ x + 2y = -1. \end{cases}$ 第一个方程含二次项 x^2 ，不符合题意.

综上，符合条件的有 (2) 和 (3)，共 2 个；

故选： B.

4. 一个不透明的盒子里有各种游乐项目的门票（其中：碰碰车 2 张、摩天轮 9 张、旋转木马 3 张、梦幻迷城 1 张），如果小丽在这些门票中任意抽一张，根据可能性大小的判断，最有可能抽到（ ）的门票.

A. 碰碰车

B. 摩天轮

C. 旋转木马

D. 梦幻迷城

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查事件发生的可能性的的大小；根据可能性的大小由门票数量决定，数量越多，抽中的可能性越大得出结论即可.

【详解】 解：盒子里共有碰碰车 2 张、摩天轮 9 张、旋转木马 3 张、梦幻迷城 1 张.

比较各项目门票数量：

摩天轮（9 张） > 旋转木马（3 张） > 碰碰车（2 张） > 梦幻迷城（1 张）.

因此，抽到摩天轮门票的可能性最大；

故选： B.

5. 已知小圆直径与大圆直径之比是 2:3，那么小圆面积与大圆面积之比是（ ）

A. 2:3

B. 4:6

C. 4:9

D. 9:4

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查圆的面积，比的应用；根据直径之比为2:3，得到半径之比也为2:3．圆的面积与半径的平方成正比，由此即可求出结果．

【详解】 解：∵直径之比为2:3，因此半径之比为 $\frac{2}{2}:\frac{3}{2}=1:1.5=2:3$ ．

又∵圆的面积公式为 $S=\pi r^2$ ，

∴面积之比等于半径平方之比，即 $(2)^2:(3)^2=4:9$ ．

故选：C．

6. 一个扇形，根据下列所给条件不能计算出它的面积的是（ ）

- A. 已知扇形的弧长和半径
- B. 已知扇形的圆心角和半径
- C. 已知扇形的圆心角和弧长
- D. 已知扇形所在圆的面积和半径．

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了扇形面积的计算，解题的关键是熟练掌握扇形的面积计算公式， $S_{\text{扇形}}=\frac{n\pi r^2}{360}$ 或

$$S_{\text{扇形}}=\frac{1}{2}l_{\text{弧长}}r.$$

【详解】 解：A. 已知扇形的弧长和半径根据 $S_{\text{扇形}}=\frac{1}{2}l_{\text{弧长}}r$ 可以计算扇形的面积，故 A 不符合题意；

B. 已知扇形的圆心角和半径根据 $S_{\text{扇形}}=\frac{n\pi r^2}{360}$ 可以计算扇形的面积，故 B 不符合题意；

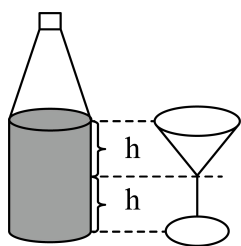
C. 已知扇形的圆心角和弧长可以先根据弧长公式 $l_{\text{弧长}}=\frac{n\pi r}{180}$ 求出扇形的半径，再根据扇形面积公式求出

扇形的面积，故 C 不符合题意；

D. 已知扇形所在圆的面积和半径不能计算出它的面积，故 D 符合题意．

故选：D．

7. 图中瓶底的面积和圆锥形杯口的面积相等，将瓶子中的液体倒入圆锥形杯子中，能倒满（ ）杯．



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了圆柱和圆锥体积. 因为等底等高的圆柱的体积是圆锥体积的 3 倍, 所以当圆柱和圆锥的底面积相等, 圆柱的高是圆锥高的 2 倍时, 圆柱的体积是圆锥体积的 (3×2) 倍. 据此解答即可.

【详解】解: $3 \times 2 = 6$,

答: 能装满 6 杯.

故选 D.

8. 被历代数学家尊为“算经之首”的《九章算术》是中国古代算法的扛鼎之作. 《九章算术》中记载: “今有五雀、六燕, 集称之衡, 雀俱重, 燕俱轻. 一雀一燕交而处, 衡适平. 并燕、雀重一斤. 问燕、雀一枚各重几何?” 译文: “今有 5 只雀、6 只燕, 分别聚集而且用衡器称之, 聚在一起的雀重, 燕轻. 将一只雀、一只燕交换位置而放, 重量相等. 5 只雀、6 只燕重量为 1 斤. 问雀、燕每只各重多少斤?” 设每只雀重 x 斤, 每只燕重 y 斤, 可列方程组为 ()

A. $\begin{cases} 4x - y = 5y + x \\ 5x + 6y = 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 5x + y = 4y + x \\ 5x + 6y = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4x + y = 5y + x \\ 5x + 6y = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4x + y = 5y + x \\ 5x - 6y = 1 \end{cases}$

【答案】C

【解析】

【分析】设每只雀有 x 两, 每只燕有 y 两, 根据五只雀、六只燕, 共重 1 斤 (等于 16 两), 雀重燕轻, 互换其中一只, 恰好一样重, 列方程组即可.

【详解】解: 设每只雀有 x 两, 每只燕有 y 两,

由题意得, $\begin{cases} 4x + y = 5y + x \\ 5x + 6y = 1 \end{cases}$.

故选 C.

【点睛】本题考查了有实际问题抽象出二元一次方程组, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程组.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

9. 求比值: $\frac{3}{4}$ 小时:20 分钟 = _____.

【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了比值，比的化简，先统一单位，再进行比的化简，即可作答.

【详解】 解: $\frac{3}{4}$ 小时 = $\frac{3}{4} \times 60 = 45$ 分钟,

$$\therefore 45:20 = (9 \times 5):(4 \times 5) = 9:4 = \frac{9}{4},$$

故答案为: $\frac{9}{4}$.

10. 如果 $x:y=3:2$, $y:z=4:3$, 那么 $x:y:z=$ _____.

【答案】 6:4:3

【解析】

【分析】 本题考查了比例的性质，将 y 所占比重化简成相同即可求解.

【详解】 解: $x:y=3:2=(3 \times 2):(2 \times 2)=6:4$,

$$\therefore y:z=4:3,$$

$$\therefore x:y:z=6:4:3,$$

故答案为: 6:4:3.

11. 如果 6 是 9 和 x 的比例中项，那么 $x=$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 根据比例的基本性质知道，在比例里两个外项的积等于两个内项的积.

【详解】 $\because 6$ 是 9 和 x 的比例中项,

$$\therefore 6 \times 6 = 9x,$$

解得 $x=4$.

故答案为: 4

【点睛】 此题主要考查了比例的基本性质的应用，熟练掌握比例的基本性质是解题的关键.

12. 中国极地科考有两项硬气的成就，分别是“一站”和“一船”。“一站”就是中国在南极的第五座科考站，可满足 80 人度夏、30 人越冬. 在比例尺是 1:5000000 的地图上，其辐射科考范围是 6~10 厘米，这座科考站的实际辐射科考范围最远是_____千米.



【答案】 500

【解析】

【分析】 本题主要考查了比例尺的应用． 总体思路是先理解比例尺的含义， 然后根据比例尺和图上的距离计算出实际距离．

【详解】 解： $10 \div \frac{1}{50000000} = 50000000$ 厘米，

50000000 厘米 = 500 千米，

答： 这座科考站的实际辐射科考范围最远是 500 千米．

故答案为： 500．

13. 如果一台电视机以原价的七折出售， 售价为 2100 元， 那么原价_____元．

【答案】 3000

【解析】

【分析】 此题属于已知一个数的百分之几是多少， 求这个数， 解答关键是确定单位“1”（未知）， 用除法解答．

根据题意， 打七折出售， 就是现价占原价的 70%， 把原价看作单位“1”， 根据已知一个数的百分之几是多少， 求这个数， 用除法解答．

【详解】 解： $2100 \div 70\% = 3000$ （元）；

答： 这种电视机原价 3000 元．

故答案为： 3000 ．

14. 六（1）班有 30 名同学， 某一天缺席 6 名， 这天的出勤率为_____．

【答案】 80%

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分数的实际应用问题． 出勤率是指出勤的人数占总人数的百分之几， 计算方法为： 出勤率 = 出勤的人数 ÷ 总人数 × 100%， 由此列式解答即可．

【详解】 解： 这天的出勤率 = $\frac{30-6}{30} \times 100\% = 80\%$ ，

故答案为： 80%．

15. 在圆中, _____度的圆心角所对的弧长是这个圆周长的 $\frac{1}{6}$.

【答案】 60

【解析】

【分析】 设圆心角为 n° , 半径为 r . 利用弧长公式得到 $\frac{n\pi r}{180} = \frac{1}{6} \cdot 2\pi r$, 然后解方程即可. 本题主要考查弧长公式; 灵活运用弧长公式是关键.

【详解】 解: 设圆心角为 n° , 圆的半径为 r .

根据题意得 $\frac{n\pi r}{180} = \frac{1}{6} \cdot 2\pi r$,

解得 $n = 60$,

即圆心角的度数为 60 度.

故答案为: 60.

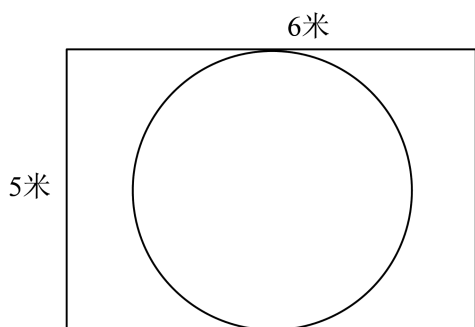
16. 白居易的《府西池》中“柳无气力枝先动, 池有波纹冰尽开”描述了雨点打在水面上荡开层层波纹. 已知水池是一个长 6m、宽 5m 的长方形, 那么当波纹到池边时, 所形成的最大整圆的周长是_____ cm. (π 取 3.14)

【答案】 1570

【解析】

【分析】 本题考查圆周长公式, 读懂题意, 作出图形, 利用圆周长公式求解即可得到答案, 读懂题意, 熟记圆周长公式是解决问题的关键.

【详解】 解: 根据题意, 当波纹到池边时, 能形成的最大整圆, 如图所示:

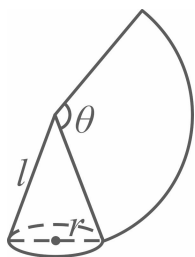


$\therefore$ 这个圆的直径为 5m, 则半径为 $\frac{5}{2}$ m,

$\therefore$ 最大整圆的周长是 $2\pi \times \frac{5}{2} = 5\pi \approx 5 \times 3.14 = 15.7\text{m} = 1570\text{cm}$,

故答案为: 1570.

17. 如图, 沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到一个扇形, 若圆锥的底面圆的半径 $r = 2\text{cm}$, 扇形的圆心角 $\theta = 120^\circ$, 则该圆锥的母线长 l 为_____ cm.



【答案】6.

【解析】

【分析】易得圆锥的底面周长，也就是侧面展开图的弧长，进而利用弧长公式即可求得圆锥的母线长.

【详解】圆锥的底面周长 $= 2\pi \times 2 = 4\pi$ cm,

设圆锥的母线长为 R ，则：
$$\frac{120\pi \times R}{180} = 4\pi,$$

解得 $R = 6$,

故答案为6.

【点睛】本题考查了圆锥的计算，用到的知识点为：圆锥的侧面展开图的弧长等于底面周长；弧长公式为：

$$\frac{n\pi r}{180}.$$

18. 如果圆柱的侧面展开图是相邻两边长分别为8, 8π 的长方形，那么这个圆柱的体积等_____.

【答案】128 或 128π

【解析】

【分析】分两种情况：①底面周长为8，高为 8π ；②底面周长为 8π ，高为8，根据底面周长得到底面半径，再根据圆柱的体积公式计算即可求解.

【详解】解：①底面周长为8，高为 8π ，

$$\pi \times \left(\frac{8}{2\pi}\right)^2 \times 8\pi = \pi \times \frac{16}{\pi^2} \times 8\pi = 128;$$

②底面周长为 8π ，高为8，

$$\pi \times \left(\frac{8\pi}{2\pi}\right)^2 \times 8 = \pi \times 16 \times 8 = 128\pi,$$

即这个圆柱的体积可以是128 或 128π .

故答案为：128 或 128π .

【点睛】本题考查了展开图折叠成几何体，本题关键是熟练掌握圆柱的体积公式，注意分类思想的运用，属于中档题.

19. 《九章算术》中记载圆柱的体积计算方法是“周自乘，以高乘之，十二而一”，也就是“底面周长的平

方乘高，再除以 12”。这种计算方法与现在的算法是一致的，只不过圆周率的近似值为 3。一个圆柱体水桶底面周长为 4 分米，高为 6 分米。请用这种方法算出这个水桶最多可盛水_____升。（水桶的厚度忽略不计）

【答案】 8

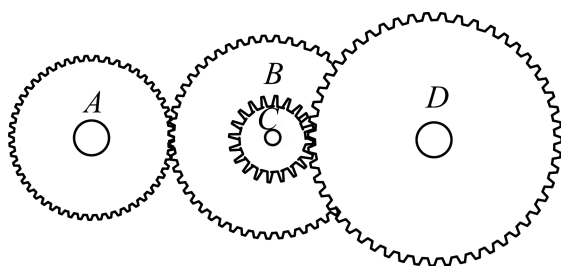
【解析】

【分析】 本题考查了圆柱的体积，关键是理解材料中圆柱的体积公式。根据题中记载圆柱体积计算的方法计算即可。

【详解】 解：水桶最多可盛水 $4^2 \times 6 \div 12 = 8$ （升）。

故答案为：8。

20. 某一齿轮组合需要由齿轮 A 齿数 ($NG_A = 30$) 与齿轮 D 齿数 ($NG_D = 60$) 啮合组成，现拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转速比要达到 25:4，先需要增加两个齿轮 B 和 C（如图所示）构成复合轮系，若设齿轮 B 齿数 ($NG_B = a$)，齿轮 C 齿数 ($NG_C = b$)，则 a 与 b 的比值为_____。



【答案】 $\frac{25}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了比的应用，解题关键是结合齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系解题。设齿轮 A 与齿轮 D 的转速分别为 $25m$ ， $4m$ ，齿轮 B 和齿轮 C 的转速为 n ，根据“齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系”求得 a, b 的值，即可获得答案。

【详解】 解：根据题意，拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转速比要达到 25:4，
可设齿轮 A 与齿轮 D 的转速分别为 $25m$ ， $4m$ ，齿轮 B 和齿轮 C 的转速为 n ，

则有 $30 \times 25m = an$ ， $bn = 60 \times 4m$ ，

整理可得 $a = \frac{30 \times 25m}{n}$ ， $b = \frac{60 \times 4m}{n}$ ，

所以， $a:b = \frac{30 \times 25m}{n} : \frac{60 \times 4m}{n} = 25:8$ 。

故答案为： $\frac{25}{8}$ 。

三、简答题（本大题共 3 题，第 21、23（1）、23（2）题各 4 分，第 22（1）题 5 分，第 22（2）题 6 分，满分 23 分）

21. 已知 $\frac{3}{5}:x=1.5:0.25$ ，求 x 的值.

【答案】 $x=0.1$

【解析】

【分析】 本题考查了解比例，根据内项之积等于外项之积得出 $1.5x=0.25\times\frac{3}{5}$ ，再解出 x 的值，即可作答.

【详解】 解： $\because \frac{3}{5}:x=1.5:0.25$,

$$\therefore 1.5x=0.25\times\frac{3}{5},$$

$$\therefore 1.5x=0.15,$$

$$\therefore x=\frac{0.15}{1.5}=0.1.$$

22. 解方程组：

$$(1) \begin{cases} 2x-y=5 \textcircled{1} \\ 3x-4y=30 \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x-3y+2z=-1 \textcircled{1} \\ 3x+y-2z=13 \textcircled{2} \\ 2x+3y+2z=2 \textcircled{3} \end{cases}$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x=-2 \\ y=-9 \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x=3 \\ y=0 \\ z=-2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查解三元一次方程组及二元一次方程组，熟练掌握解方程组的方法是解题的关键.

(1) 利用加减消元法解各方程组即可；

(2) 利用加减消元法解各方程组即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-y=5 \textcircled{1} \\ 3x-4y=30 \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2} \text{ 得: } 5x = -10,$$

$$\text{解得: } x = -2,$$

$$\text{将 } x = -2 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得: } -4 - y = 5,$$

$$\text{解得: } y = -9,$$

$$\text{故原方程组的解为 } \begin{cases} x = -2 \\ y = -9 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} x - 3y + 2z = -1 \textcircled{1} \\ 3x + y - 2z = 13 \textcircled{2} \\ 2x + 3y + 2z = 2 \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得: } 4x - 2y = 12 \textcircled{4},$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{3} \text{ 得: } 5x + 4y = 15 \textcircled{5},$$

$$\textcircled{4} \times 2 + \textcircled{5} \text{ 得: } 13x = 39,$$

$$\text{解得: } x = 3,$$

$$\text{将 } x = 3 \text{ 代入 } \textcircled{5} \text{ 得: } 15 + 4y = 15,$$

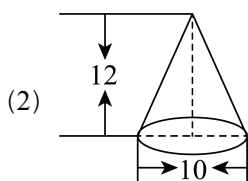
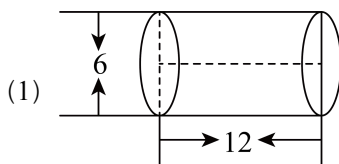
$$\text{解得: } y = 0,$$

$$\text{将 } x = 3, y = 0 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得: } 3 - 0 + 2z = -1,$$

$$\text{解得: } z = -2,$$

$$\text{故原方程组的解为 } \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases}.$$

23. 计算图中圆柱的表面积以及圆锥的体积. (π 取 3.14)



【答案】(1) 282.6cm^2

(2) 314cm^3

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱的表面积，圆锥的体积计算：

(1) 分别求出圆柱的侧面积和底面积，然后求和即可得到答案；

(2) 根据圆锥体积计算公式求解即可.

【小问 1 详解】

解：圆柱的表面积为 $6 \times 3.14 \times 12 + 2 \times 3.14 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2$

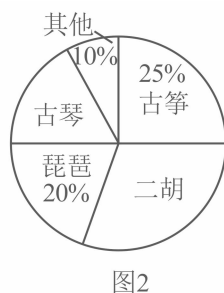
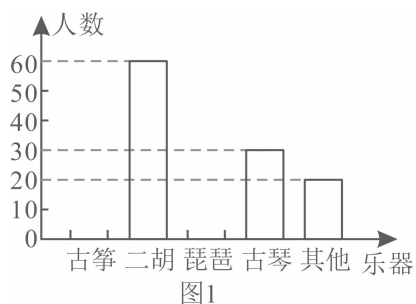
$$= 282.6\text{cm}^2$$

【小问 2 详解】

解：圆锥的体积为 $\frac{1}{3} \times 3.14 \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times 12 = 314\text{cm}^3$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 24 题 7 分, 第 25、26 题各 6 分, 第 27 题 10 分, 满分 29 分)

24. 为弘扬中华优秀传统文化, 某校计划开设民族器乐选修课. 为了更贴合学生的兴趣, 对学生最喜爱的一种民族乐器进行抽查, 收集整理数据后, 绘制出以下两幅未完成的统计图;



请根据图 1、图 2 提供的信息, 回答下列问题:

- (1) 在这次抽查中, 共调查_____名学生;
- (2) 选择“古琴”的学生人数占抽查总人数的_____%;
- (3) 在图 2 的扇形统计图中, “二胡”部分所对应的扇形的圆心角为_____度;
- (4) 选择“古筝”的学生比选择“琵琶”的学生多_____ (填几分之几)

【答案】(1) 200 (2) 15

(3) 108 (4) $\frac{1}{20}$

【解析】

【分析】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据, 扇形统计图能清楚地表示出每个项目所占的比例.

- (1) 用其他乐器的人数除以所占的百分比即可;
- (2) 用古琴的人数除以总人数即可;
- (3) 用 360° 乘以二胡的百分比即可;
- (4) 用“古筝”的学生的百分比减去选择“琵琶”的学生的百分比即可.

【小问 1 详解】

解: $20 \div 10\% = 200$ 名,

故答案为: 200 .

【小问 2 详解】

解: $30 \div 200 \times 100\% = 15\%$,

故答案为: 15.

【小问 3 详解】

解: $360^\circ \times \frac{60}{200} = 108^\circ$,

故答案为: 108 .

【小问 4 详解】

解: $25\% - 20\% = 5\% = \frac{1}{20}$,

故答案为: $\frac{1}{20}$.

25. 一款跑步机的成本是 4000 元, 厂家以 20% 的盈利率作为出厂价卖给商家.

- (1) 跑步机的出厂价是多少元?
- (2) 现经技术改进, 此跑步机的成本比原来降低了 10%. 如果厂家仍以原出厂价卖给商家, 那么厂家技术改进后的盈利率是多少? (结果精确到 0.1%)

【答案】 (1) 跑步机的出厂价是 4800 元

(2) 厂家新的盈利率是 33.3%

【解析】

【分析】 该题考查了百分数的应用, 解决本题关键是找清楚单位“1”, 根据分数乘法的意义, 以及盈利率的含义进行求解.

(1) 把成本价看成单位“1”，厂家以20%的盈利率卖给商家，那么出厂价就是成本价的 $(1+20\%)$ ，用成本价乘 $(1+20\%)$ 即可求出出厂价；

(2) 把原来的成本价看成单位“1”，成本价降低了10%，那么现在的成本价就是原来的 $(1-10\%)$ ，用原来的成本价乘这个分率，即可求出现在的成本价；再用出厂价减去现在成本价，求出每台的利润，再除以现在的成本价乘100%即可求出盈利率.

【小问1详解】

解: $4000 \times (1+20\%)$

$$= 4000 \times 120\%$$

$$= 4800 \text{ (元)},$$

答: 跑步机的出厂价是 4800 元.

【小问2详解】

解: $4000 \times (1-10\%)$

$$= 4000 \times 90\%$$

$$= 3600 \text{ (元)},$$

$$(4800 - 3600) \div 3600 \times 100\%$$

$$= 1200 \div 3600 \times 100\%$$

$$\approx 33.3\%,$$

答: 厂家新的盈利率是 33.3%.

26. 解方程组 $\begin{cases} 14x + 15y = 16 \text{ ①} \\ 17x + 18y = 19 \text{ ②} \end{cases}$ 由于 x, y 的系数及常数项的数值较大, 如果用常规的代入消元法、加减

消元法来解, 那么计算量很大, 且易出现运算错误, 而采用下面的解法会比较简单. ②-①, 得 $3x + 3y = 3$,

所以 $x + y = 1$ ③, ③ $\times 14$, 得 $14x + 14y = 14$ ④, ①-④, 得 $y = 2$, 从而得 $x = -1$, 所以原方程组的

解为 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$.

(1) 请运用上述方法解方程组: $\begin{cases} 28x + 33y = 18 \\ 32x + 37y = 22 \end{cases}$;

(2) 请直接写出关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + (a+d)y = a+2d \text{ ①} \\ (a+3d)x + (a+4d)y = a+5d \text{ ②} \end{cases}$ (a, d 是常数, $d \neq 0$) 的解:

_____.

【答案】 (1) $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了加减法解一些系数较大的二元一次方程组，熟练掌握加减法是解题的关键；

(1) ②-①，所得方程两边都除以 4，得： $x+y=1$ ，再与方程①利用加减法求解即可；(2) 所得方程两边都除以 $3d$ ，得： $x+y=1$ ，再与方程①利用加减法求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\begin{cases} 28x+33y=18 \textcircled{1} \\ 32x+37y=22 \textcircled{2} \end{cases},$

②-① 得: $4x+4y=4,$

两边除以 4，得: $x+y=1 \textcircled{3},$

③ $\times 28$ -① 得: $-5y=10,$

解得: $y=-2;$

把 $y=-2$ 代入③, 解得: $x=3;$

故原方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}.$

【小问 2 详解】

解: $\begin{cases} ax+(a+d)y=a+2d \textcircled{1} \\ (a+3d)x+(a+4d)y=a+5d \textcircled{2} \end{cases},$

②-① 得: $(3d)x+(3d)y=3d,$

两边除以 $3d$ ，得: $x+y=1 \textcircled{3},$

③ $\times a$ -① 得: $y=2,$

把 $y=2$ 代入③, 解得: $x=-1;$

故原方程组的解为 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$.

故答案为: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$.

27. 阅读材料:

(I) 在学习扇形的面积公式时, 已知扇形圆心角 n 和所在圆的半径 R , 可以推得扇形面积公式:

$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$ ①, 并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \frac{n\pi R}{180}$ ②, 得出扇形面积的另一种计算方法

$S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ ③. 有位同学发现扇形面积公式③类似于三角形面积公式, 扇形有人也叫它“曲边三角形”.

(II) 两个数的平方的差可以表示为这两个数的和与这两个数的差的积. 即: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, 例如 $75^2 - 25^2 = (75+25)(75-25) = 100 \times 50 = 5000$.

(III) 用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥, 如图, 底面与截面之间的部分叫做圆台, 圆台可以看成是以直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为轴旋转一周而成的立体图形. 直角梯形上、下底旋转而成的圆面称为圆台的上、下底面, 另一腰旋转所成的曲面称为圆台的侧面, 侧面上各个位置的直角梯形的腰叫作圆台的母线. 解决问题:

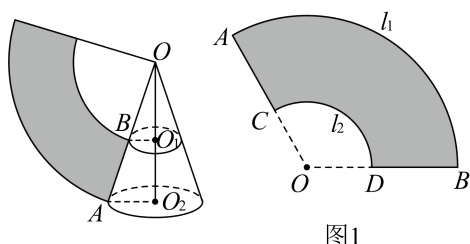


图1

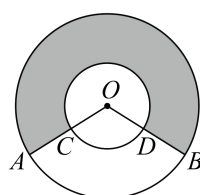
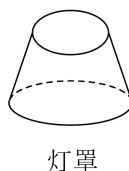
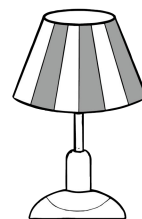


图2



灯罩



(1) 补全 (I) 的空白部分的公式.

(2) 甲同学受“曲边三角形”面积公式的启发, 猜测折扇扇面部分的面积应该类似梯形面积公式, 如图 1, 已知弧 AB 和弧 CD 所在圆的圆心都是点 O , 弧 AB 的长为 l_1 , 弧 CD 的长为 l_2 , $AC = BD = d$, 他猜想折扇扇面部分的面积 (如图 1 中的阴影部分) $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$. 他的猜想正确吗? 如果正确, 写出推导过程; 如果不正确, 请说明理由.

(3) 乙同学发现家中的台灯灯罩是一个有上底面无下底面的圆台, 如图 2 的阴影部分为灯罩的侧面展开图, 经测量, $OA = 24\text{cm}$, $OC = 12\text{cm}$, $\angle AOB = 135^\circ$, 若欲在灯罩的上下边缘镶上花边 (花边的宽度忽略不计), 至少需要多长的花边? 若欲为台灯更换一种环保材料的灯罩, 则新灯罩所需环保材料的面积为多少平方厘米? (结果保留 π)

【答案】(1) ① $\frac{n\pi R^2}{360^\circ}$; ② $\frac{n\pi R}{180^\circ}$; ③ $\frac{1}{2}lR$

(2) 推导正确, 见详解

(3) 花边长 45π 厘米, 所需环保材料的面积是 $414\pi (\text{cm}^2)$

【解析】

【分析】该题考查了扇形面积公式和弧长公式, 解题的关键是理解题意.

(1) 根据扇形面积公式和弧长公式求解即可;

(2) 根据 $l = \frac{n\pi R}{180^\circ}$ 和 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ 列出阴影部分面积即可证明;

(3) 根据 $l = \frac{n\pi R}{180^\circ}$ 求出阴影部分外圈和内圈的弧长之和即可得出花边长; 根据 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$ 求出阴影部分的面积与灯罩中上底面的面积即可解答.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360^\circ} \text{ ①,}$$

$$\text{弧长公式 } l = \frac{n\pi R}{180^\circ} \text{ ②,}$$

$$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R}{180^\circ} \cdot \frac{R}{2} = \frac{1}{2}lR \text{ ③.}$$

$$\text{故答案为: ① } \frac{n\pi R^2}{360^\circ}; \text{ ② } \frac{n\pi R}{180^\circ}; \text{ ③ } \frac{1}{2}lR.$$

【小问 2 详解】

解: 正确, 推导如下:

设弧 AB 所对的半径为 R , 弧 CD 所对的半径为 r , $\angle COD = \angle AOB = n$, 根据题意 $R - r = d$,

$$\text{故折扇扇面部分的面积} = \frac{1}{2}l_1R - \frac{1}{2}l_2r$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{n\pi R}{180^\circ} \cdot R - \frac{1}{2} \cdot \frac{n\pi r}{180^\circ} \cdot r$$

$$= \frac{n\pi}{360^\circ} (R^2 - r^2)$$

$$= \frac{n\pi}{360^\circ} (R + r)(R - r)$$

$$= \left(\frac{n\pi R}{360^\circ} + \frac{n\pi r}{360^\circ} \right) \cdot d$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{n\pi R}{180^\circ} + \frac{n\pi r}{180^\circ} \right) \cdot d$$

$$= \frac{1}{2} (l_1 + l_2) d.$$

【小问 3 详解】

解：根据题意灯罩的上边缘花边长 $= \frac{(360^\circ - 135^\circ) \pi \times 12}{180^\circ} = 15\pi$ (cm),

灯罩的下边缘花边长 $= \frac{(360^\circ - 135^\circ) \pi \times 24}{180^\circ} = 30\pi$ (cm),

故至少需要花边 $30\pi + 15\pi = 45\pi$ (cm);

新灯罩所需环保材料的面积 $= \frac{1}{2} \times 30\pi \times 24 - \frac{1}{2} \times 15\pi \times 12 + \pi \times 12^2 = 414\pi$ (cm²).