

交中（初中）教育集团
2024 学年第二学期期末联合质量评估
六年级数学试卷

(考试时间：90 分钟 满分 100 分)

考生注意：请将所有答案写在答题卡上，写在试卷上不计分

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，共 18 分）

1. 已知 $a:b=4:5$ ，若 a 加 12，要使比值不变， b 应（ ）

- A. 加 10 B. 加 15 C. 加 12 D. 加 20

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了化简比以及求比值知识的掌握情况，解答本题的关键是根据比的基本性质进行解答

$a:b=4:5$ 中 a 加 12，由 4 变为 16，相当于乘 4，要使比值不变，根据比的基本性质， b 也应乘 4； $5 \times 4 = 20$ ， b 由 5 变为 20， $20 - 5 = 15$ ，也就是加 15。

【详解】解：∵ $a:b=4:5$ ， a 加 12，

$$\therefore (4+12) \div 4,$$

$$= 16 \div 4,$$

$$= 4,$$

$$\therefore 5 \times 4 = 20,$$

$$= 20 - 5,$$

$$= 15,$$

则要使比值不变， b 应加 15。

故选：B。

2. 下列调查中，适宜全面调查的是（ ）

- A. 检测一批 LED 灯的使用寿命
B. 了解全国中学生心理情况
C. 调查某品牌汽车的抗撞击能力
D. 检查神舟十八号载人飞船的零部件情况

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查全面调查的适用情况. 全面调查适用于需要精确结果、调查对象数量较少或对每个个体都至关重要的情形. 需逐一分析各选项是否满足这些条件.

【详解】A. 检测 LED 灯的使用寿命需进行破坏性测试, 全面调查会导致所有灯损坏, 不实际, 适合抽样调查.

B. 全国中学生数量庞大, 全面调查耗费过大, 适合抽样调查.

C. 汽车抗撞击测试具有破坏性, 无法对所有车辆测试, 需抽样调查.

D. 载人飞船零部件必须确保绝对安全, 每个零件均需检查, 必须全面调查.

故选 D.

3. 如果将一个圆柱的底面半径和母线长都扩大到原来的 3 倍, 那么它的侧面积扩大到原来的 ()

A. 3 倍

B. 6 倍

C. 9 倍

D. 27 倍

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了求圆柱的侧面积, 熟练掌握圆柱侧面积公式是解题的关键; 侧面积公式为底面周长乘以母线长. 当底面半径和母线长同时扩大 3 倍时, 侧面积的变化由两者的乘积倍数决定, 据此进行求解即可.

【详解】解: 原圆柱的侧面积公式为 $S_{\text{原}} = 2\pi r \cdot h$, 其中 r 为底面半径, h 为母线长.

当半径和母线长均扩大到原来的 3 倍时, 新侧面积为:

$$S_{\text{新}} = 2\pi(3r) \cdot (3h) = 2\pi rh \cdot 9 = 9S_{\text{原}}$$

因此, 侧面积扩大到原来的 9 倍,

故选: C.

4. 如果 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是方程 $x - 3y = 3$ 的一组解, 那么代数式 $2a - 6b + 5$ 的值是 ()

A. 8

B. 5

C. 11

D. -1

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程的解, 将 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 代入方程 $x - 3y = 3$, 可得 $a - 3b = 3$, 再将所求代数式变

形，整体代入求值即可.

【详解】解： $\because \begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 是方程 $x-3y=3$ 的一组解，

$$\therefore a-3b=3,$$

$$\therefore 2a-6b+5$$

$$=2(a-3b)+5$$

$$=2\times 3+5$$

$$=6+5$$

$$=11,$$

故选：C.

5. 《孙子算经》中有一道题，原文是：“今有木，不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺，木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺，将绳子对折再量木长，长木还剩余 1 尺，问木长多少尺？若设木长 x 尺，绳子长 y 尺，则下列方程组正确的是（ ）

A. $\begin{cases} x-y=4.5 \\ \frac{1}{2}x=y-1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y-x=4.5 \\ \frac{1}{2}y=x-1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x-y=4.5 \\ \frac{1}{2}y=x-1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y-x=4.5 \\ \frac{1}{2}x=y-1 \end{cases}$

【答案】B

【解析】

【分析】设木长 x 尺，绳子长 y 尺，根据用一根绳子去量一根长木，绳子还剩余 4.5 尺可得方程 $y-x=4.5$ ，根据将绳子对折再量木长，长木还剩余 1 尺，可得方程 $\frac{1}{2}y=x-1$ ，由此即可得到答案.

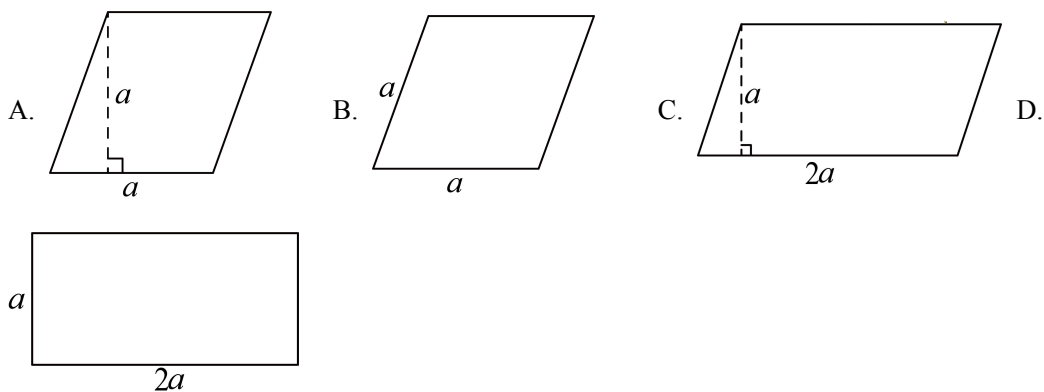
【详解】解：设木长 x 尺，绳子长 y 尺，

由题意得， $\begin{cases} y-x=4.5 \\ \frac{1}{2}y=x-1 \end{cases}$ ，

故选 B.

【点睛】本题主要考查了从实际问题中抽象出二元一次方程组，解题关键是弄清题意，找准等量关系，列出方程组.

6. 一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$ ，将这个圆柱沿着侧面的一条直线剪开，下面哪个图形可能是这个圆柱侧面的展开图（ ）



【答案】A

【解析】

【分析】此题考查圆柱的侧面展开图. 根据题意: 一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$, 若半径为 1 份, 那么这个圆柱的底面周长为: $2\pi \times 1 = 2\pi$, 高也是 2π , 说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等, 即侧面的展开图的长和高相等, 因此答案 A 正确.

【详解】解: 圆柱的底面周长为: $2\pi \times 1 = 2\pi$, 圆柱的高也是 2π , 说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等, 即侧面的展开图的长和高相等. 故选: A.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 写出比值: $1:\frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{3}{2}$ ## 1.5

【解析】

【分析】本题考查求比值; 根据比的前项除以后项的商是比值即可求解.

【详解】解: $1:\frac{2}{3} = 1 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$;

故答案为: $\frac{3}{2}$.

8. 已知方程 $3x - 4y = 7$, 用含 x 的代数式表示 y 为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $y = \frac{3x-7}{4}$

【解析】

【分析】将 x 看成已知数, 按解一元一次方程的步骤变形即可.

【详解】解: 移项, 得: $4y = 3x - 7$

系数化为 1, 得: $y = \frac{3x-7}{4}$

故答案为: $y = \frac{3x-7}{4}$.

【点睛】 本题考查代入消元法中的用其中一个未知数表示另一个未知数, 掌握代入消元法的变形技巧是解题的关键.

9. 盒子里有 10 个红球, 12 个白球, 15 个黑球 (它们除颜色外均相同), 每次从中任意摸出一个球, 第一次摸出一个黑球后不放回, 那么第二次摸出_____球的可能性更大. (填“红”或“白”或“黑”)

【答案】 黑

【解析】

【分析】 本题考查了可能性大小的判断, 解题的关键是掌握可能性大小的判断方法. 根据黑球、红球和白球的个数判断可能性大小, 求解即可.

【详解】 解: $\because$ 盒子里有 10 个红球, 12 个白球, 15 个黑球, 第一次摸出一个黑球后, 还剩 14 个黑球, 红球和白球的个数不变,

$\therefore$ 剩余的球中黑球个数最多,

$\therefore$ 第二次摸出黑球的可能性更大.

故答案为: 黑.

10. 写出二元一次方程 $x+3y=7$ 的正整数解_____.

【答案】 $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

【解析】

【分析】 此题主要考查了解二元一次方程, 解题的关键是将 y 看做已知数求出 x . 把 y 看做已知数求出 x , 即可确定出正整数解.

【详解】 解: 方程 $x+3y=7$,

变形得: $x=7-3y$,

当 $y=1$ 时, $x=4$;

当 $y=2$ 时, $x=1$;

则方程的正整数解为 $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

故答案为: $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

11. 如果一个圆锥的高是 7.5dm ，底面积是 3dm^2 ，那么它的体积是_____ dm^3 。

【答案】 7.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥的体积计算，圆锥的体积等于底面积乘以高再乘以三分之一，据此求解即可。

【详解】 解： $\frac{1}{3} \times 3 \times 7.5 = 7.5\text{dm}^3$ ，

$\therefore$ 这个圆锥的体积为 7.5dm^3 ，

故答案为： 7.5。

12. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 - 3k \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ 的解 $\begin{cases} x = \bullet \\ y = -1 \end{cases}$ 被墨水遮挡住了一部分，请你根据已有信息求出 k 的值是_____。

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程组的解、解一元一次方程，由题意可得 $x + 2 \times (-1) = 2$ ，从而得出 $x = 4$ ，将 $x = 4, y = -1$ 代入 $2x + y = 1 - 3k$ 可得 $2 \times 4 - 1 = 1 - 3k$ ，解关于 k 的一元一次方程即可得解。

【详解】 解： $\because$ 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 - 3k \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ 的一个解为 $\begin{cases} x = \bullet \\ y = -1 \end{cases}$ ，

$\therefore x + 2 \times (-1) = 2$ ，

$\therefore x = 4$ ，

将 $x = 4, y = -1$ 代入 $2x + y = 1 - 3k$ 可得 $2 \times 4 - 1 = 1 - 3k$ ，

解得： $k = -2$ ，

故答案为： -2。

13. 原购买 3 件甲商品和 2 件乙商品共需 100 元，因市场变化，甲商品降价 20%，乙商品提价 70%，调整后两种商品的单价和比原来的单价和提高了 50%，则原购买 1 件甲商品和 1 件乙商品共需_____元。

【答案】 45

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确建立方程组是解题关键。设原购买 1 件甲商品需 x 元，原购买 1 件乙商品需 y 元，根据题意建立方程组，解方程组可得 x, y 的值，由此即可得。

【详解】 解： 设原购买 1 件甲商品需 x 元，原购买 1 件乙商品需 y 元，

由题意得:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 100 \\ (1 - 20\%)x + (1 + 70\%)y = (1 + 50\%)(x + y) \end{cases}$$

整理得:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 100 \\ 2y = 7x \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 35 \end{cases},$$

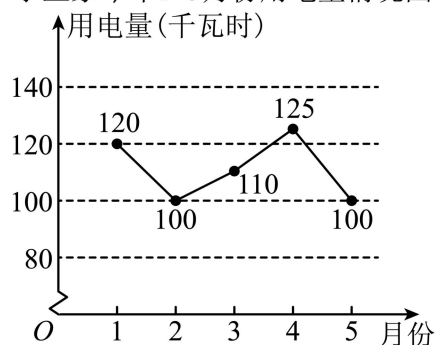
则 $x + y = 10 + 35 = 45$,

即原购买 1 件甲商品和 1 件乙商品共需 45 元,

故答案为: 45.

14. 小王家今年 1~5 月份的用电量情况如图所示, 3 月和 2 月相比, 月用电量的增长率为_____. (用百分数表示)

小王家今年 1~5 月份用电量情况图



【答案】 10%

【解析】

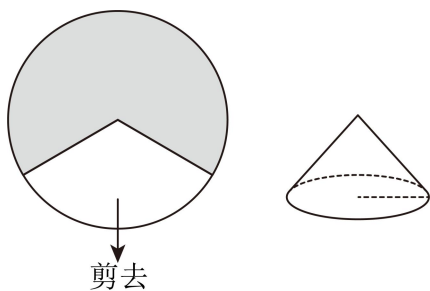
【分析】 本题主要考查了百分数的应用, 根据 3 月和 2 月的用电量, 求出月用电量的增长率即可.

【详解】 解: 根据图可知: 3 月用电量为 110 度, 2 月用电量为 100 度, 则月用电量的增长率为:

$$\frac{110 - 100}{100} \times 100\% = 10\%.$$

故答案为: 10%.

15. 如图, 如果从半径为 6cm 的圆形纸片剪去圆心角为 108° 的一个扇形, 将留下的扇形 (阴影部分) 围成一个圆锥 (接缝处不重叠), 那么这个圆锥的底面半径为_____ cm.



【答案】 4.2

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一个圆锥的底面半径，求弧长，先求出圆锥的底面周长为

$$\frac{(360-108)\pi \times 6}{180} = 8.4\pi (\text{cm}), \text{ 然后求出底面半径即可.}$$

【详解】 解：这个圆锥的底面周长为： $\frac{360-108}{360} \times 2\pi \times 6 = 8.4\pi (\text{cm})$,

则这个圆锥的底面半径为： $\frac{8.4\pi}{2\pi} = 4.2 (\text{cm})$.

故答案为： 4.2 .

16. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax+by=2024 \\ bx+ay=2025 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, 那么关于 m, n 的二元一次方程组

$\begin{cases} a(2m+n)+b(m-n)=2024 \\ b(2m+n)+a(m-n)=2025 \end{cases}$ 的解为_____.

【答案】 $\begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查二元一次方程组的解，熟练掌握二元一次方程组的解是解题的关键，观察两个二元一次

方程组可得 $\begin{cases} 2m+n=x \\ m-n=y \end{cases}$, 由于 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, 得到 $\begin{cases} 2m+n=1 \\ m-n=2 \end{cases}$, 解得即可得到答案.

【详解】 解： $\because \begin{cases} ax+by=2024 \\ bx+ay=2025 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} a(2m+n)+b(m-n)=2024 \\ b(2m+n)+a(m-n)=2025 \end{cases}$ 的形式相同;

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=x \\ m-n=y \end{cases},$$

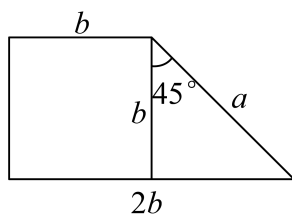
$\therefore$ 二元一次方程组 $\begin{cases} ax+by=2024 \\ bx+ay=2025 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$,

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=1 \\ m-n=2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases},$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}.$$

17. 如图, 分别绕这个直角梯形的上底和下底所在直线旋转一周, 所得立体图形的最大体积为_____ (用含有 a, b 的代数式表示, 结果保留 π).



【答案】 $\frac{5}{3}\pi b^3$

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱体和圆锥体体积的计算, 解答本题的关键是空间想象力及如何确定圆柱和圆锥的高. 由旋转后所得的立体图形的形状及进一步分别求出体积进行比较即可.

【详解】 解: 按上底 b 所在直线旋转的体积为: $\pi b^2 \cdot 2b - \frac{1}{3}\pi b^2 \cdot b = \frac{5}{3}\pi b^3$,

按下底 $2b$ 所在直线旋转的体积为: $\pi b^2 \cdot b + \frac{1}{3}\pi b^2 \cdot b = \frac{4}{3}\pi b^3$,

$$\therefore \frac{5}{3}\pi b^3 > \frac{4}{3}\pi b^3,$$

$$\therefore \text{所得立体图形的最大体积为: } \frac{5}{3}\pi b^3.$$

$$\text{故答案为: } \frac{5}{3}\pi b^3.$$

18. 甲、乙、丙三人各有糖若干粒, 要求互相赠送. 先由甲给乙、丙, 所给的糖数等于乙、丙原来各有的糖数, 依同法再由乙给甲、丙现有糖数, 后由丙给甲、乙现有糖数, 互送后每人恰好各有 24 粒, 原来甲、乙共有糖_____粒.

【答案】 60

【解析】

【分析】本题考查了列代数式、三元一次方程组的应用，设甲、乙、丙原来各有糖块 x 粒、 y 粒、 z 粒，根据互赠的规则可得：第三次赠送后甲有 $4(x-y-z)$ 粒，乙有 $2(-x+3y-z)$ 粒，丙有 $(x-y+7z)$ 粒，根据互赠后每人恰好各有 24 粒，可列三元一次方程组，解方程组求出原来甲、乙分别有 39 粒和 21 粒，相加即为原来甲、乙共有糖粒的数量。

【详解】解：设甲、乙、丙原来各有糖块 x 粒、 y 粒、 z 粒，

第一次赠送后甲有 $(x-y-z)$ 粒，乙有 $2y$ 粒，丙有 $2z$ 粒，

第二次赠送后甲有 $2(x-y-z)$ 粒，乙有 $2y-(x-y-z)-2z=(-x+3y-z)$ 粒，丙有 $4z$ 粒，

第三次赠送后甲有 $4(x-y-z)$ 粒，乙有 $2(-x+3y-z)$ 粒，丙有

$4z-2(x-y-z)-(-x+3y-z)=(-x-y+7z)$ 粒，

∵ 互送后每人恰好各有 24 粒，

$$\therefore \text{可得: } \begin{cases} 4(x-y-z) = 24 \\ 2(-x+3y-z) = 24, \\ -x-y+7z = 24 \end{cases}$$

$$\text{整理可得: } \begin{cases} x-y-z = 6 \text{①} \\ -x+3y-z = 12 \text{②}, \\ -x-y+7z = 24 \text{③} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得: } 2y-2z = 18 \text{④},$$

$$\text{①} + \text{③} \text{ 得: } -2y+6z = 30 \text{⑤},$$

$$\text{④} + \text{⑤} \text{ 得: } 4z = 48,$$

解得: $z = 12$,

把 $z = 12$ 代入 ④,

$$\text{可得: } 2y-2 \times 12 = 18,$$

解得: $y = 21$,

把 $y = 21$, $z = 12$ 代入 ①,

$$\text{可得: } x-21-12 = 6,$$

解得: $x = 39$,

$$\therefore x+y = 39+21 = 60,$$

∴ 原来甲、乙共有糖 60 粒.

故答案为: 60.

三、简答题 (本大题共 4 题, 共 24 分)

19. 已知 $x:y=0.3:0.4$, $y:z=\frac{3}{5}:\frac{1}{4}$, 求 $x:y:z$ 的最简整数比.

【答案】 $x:y:z=9:12:5$

【解析】

【分析】 分别将 $x:y=0.3:0.4$, $y:z=\frac{3}{5}:\frac{1}{4}$ 中的 y 的比化成相同的值, 即可得到 $x:y:z$ 的最简整数比.

【详解】 解: ∵ $x:y=0.3:0.4=3:4=9:12$, $y:z=\frac{3}{5}:\frac{1}{4}=12:5$

∴ $x:y:z=9:12:5$

【点睛】 本题是考查了最简比的化简, 熟练掌握最简比的化简方法, 是求解该题的关键.

20. 解二元一次方程组.

$$(1) \begin{cases} 2x+4y=5 \\ x=1-y \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 8(2x+y)-3(x-2y)=4 \\ \frac{3(2x+y)}{2}+\frac{(x-2y)}{4}=\frac{1}{2} \end{cases}$$

【答案】 (1) $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} x=\frac{6}{65} \\ y=\frac{1}{5} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组, 熟练掌握消元法是解题关键.

(1) 将第二个方程代入第一个方程, 消去 x , 解方程可得 y 的值, 再将 y 的值代入第二个方程可得 x 的值, 由此即可得;

(2) 先将方程组整理为 $\begin{cases} 13x+14y=4 \text{ ①} \\ 13x+4y=2 \text{ ②} \end{cases}$, 再将方程①减去方程②可得 y 的值, 然后将 y 的值代入方程②

可得 x 的值, 由此即可得.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x + 4y = 5 \text{①} \\ x = 1 - y \text{②} \end{cases},$$

$$\text{将②代入①得: } 2(1 - y) + 4y = 5,$$

$$\text{解得 } y = \frac{3}{2},$$

$$\text{将 } y = \frac{3}{2} \text{ 代入②得: } x = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2},$$

$$\text{所以方程组的解为 } \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 8(2x + y) - 3(x - 2y) = 4 \\ \frac{3(2x + y)}{2} + \frac{(x - 2y)}{4} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ 整理为 } \begin{cases} 13x + 14y = 4 \text{①} \\ 13x + 4y = 2 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{由①} - \text{②得: } 14y - 4y = 4 - 2,$$

$$\text{解得 } y = \frac{1}{5},$$

$$\text{将 } y = \frac{1}{5} \text{ 代入②得: } 13x + 4 \times \frac{1}{5} = 2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{6}{65},$$

$$\text{所以方程组的解为 } \begin{cases} x = \frac{6}{65} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases}.$$

$$21. \text{ 解方程组: } \begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ 3x + 2y + 3z = 16 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】利用消元的方法将三元一次方程组化为二元一次方程组，再利用消元的方法将二元一次方程组化为一元一次方程组，再求出未知数的值，将求出的未知数的值代入方程中求出另外两个未知数的值.

【详解】解：
$$\begin{cases} 2x + y + z = 7 \text{①} \\ 3x + 2y + 3z = 16 \text{②} \\ x + 3y + 2z = 13 \text{③} \end{cases}$$

由①得： $z = 7 - 2x - y \text{④}$

将④代入②和③中整理得：

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \text{⑤} \\ 3x - y = 1 \text{⑥} \end{cases}$$

⑤ + ⑥ 得： $6x = 6$

$x = 1$

将 $x = 1$ 代入⑤中得： $y = 2$

将 $x = 1, y = 2$ 代入④中得： $z = 3$

$\therefore$ 该方程组的解为
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

【点睛】 本题主要考查了用消元法解方程组，熟练掌握消元法解方程组是解答此题的关键.

22. 若关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3m + n = 5 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 有相同的解，求 a, b 的值.

【答案】 $a = 3, b = 2$

【解析】

【分析】 本题考查了同解方程组，解答此题的关键是要弄清题意，准确求解方程组的解. 先根据关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3m + n = 5 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 有相同的解，得出关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 与

$\begin{cases} 3m + n = 5 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 有相同的解，然后解关于 m, n 的方程组，得出关于 a, b 的方程组 $\begin{cases} \frac{5b-2}{3b+2} = \frac{3}{a} \text{①} \\ \frac{16}{3b+2} = \frac{4}{b} \text{②} \end{cases}$ ，然后

解关于 a, b 的方程组即可.

【详解】解：∵关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3m + n = 5 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 有相同的解，

∴关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3m + n = 5 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 有相同的解，

解关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} m = \frac{3}{a} \\ n = \frac{4}{b} \end{cases}$ ，

解关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} 3m + n = 5 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} m = \frac{5b-2}{3b+2} \\ n = \frac{16}{3b+2} \end{cases}$ ，

∴关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} am + bn = 7 \\ am - bn = -1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} 3m + n = 5 \\ 2m - bn = -2 \end{cases}$ 有相同的解，

$$\therefore \begin{cases} \frac{5b-2}{3b+2} = \frac{3}{a} \text{ ①} \\ \frac{16}{3b+2} = \frac{4}{b} \text{ ②} \end{cases},$$

由②得： $b = 2$ ，

把 $b = 2$ 代入①得： $\frac{5 \times 2 - 2}{3 \times 2 + 2} = \frac{3}{a}$ ，

解得： $a = 3$ ，

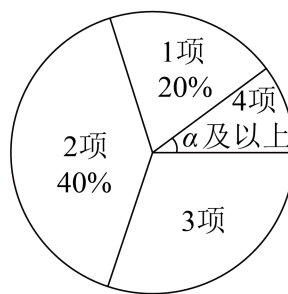
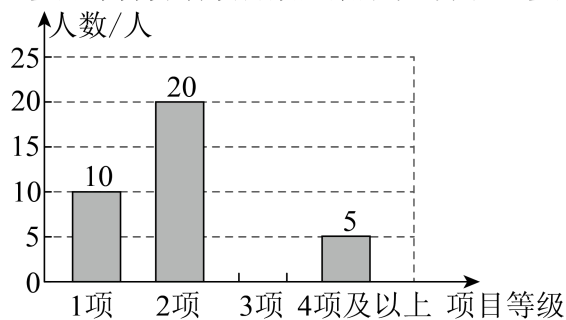
∴ $a = 3$ ， $b = 2$ 。

四、解答题（本大题共 4 题，23–25 每题 8 分，26 题 10 分，共 34 分）

23. 学校为培育学生的劳动意识和劳动精神，落实“五育并举”，在全校开展了“做好家务劳动”倡议活动，家务劳动包括：扫地、拖地、擦门窗、洗碗、洗衣、做饭、整理收纳、简单维修和其它家务共九项。为了解学生五月份做家务劳动的情况，随机抽取了若干名学生进行了调查，并根据调查结果绘制了如下统计图。

参加家务劳动项目数量条形统计图

参加家务劳动项目数量扇形统计图



- (1) 本次被抽取的学生人数为_____人；
- (2) 补全条形统计图，并计算扇形统计图中“4项及以上”部分所对应的扇形的圆心角 $\alpha =$ _____°；
- (3) 该校有学生 1200 人，请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量不少于 3 项的学生人数.

【答案】 (1) 50 (2) 条形统计图见解析； 36

(3) 480 人

【解析】

【分析】 本题考查了条形统计图和扇形统计图，样本估计总体，看懂统计图是解题的关键.

- (1) 用“1项”的学生人数除以其百分比即可求解；
- (2) 求出“3项”的学生人数，即可补全条形统计图，用 360° 乘以“4项及以上”的学生人数占比可求出所对应的扇形的圆心角度数；
- (3) 用 1200 乘以家务劳动的项目数量不少于 3 项的学生人数占比即可求解；

【小问 1 详解】

解： $10 \div 20\% = 50$ (人)，

$\therefore$ 本次被抽取的学生人数为 50 人，

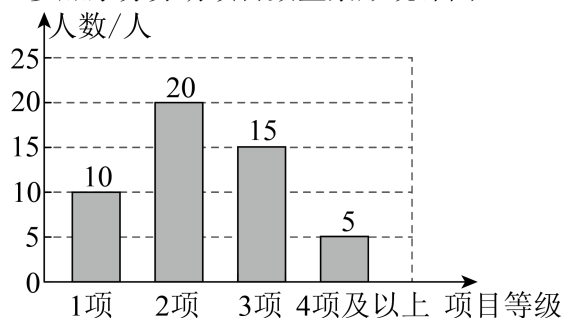
故答案为： 50；

【小问 2 详解】

解：“3项”的学生人数为 $50 - 10 - 20 - 5 = 15$ (人)，

$\therefore$ 补全条形图如下：

参加家务劳动项目数量条形统计图



“4项及以上”部分所对应的扇形的圆心角 $\alpha = 360^\circ \times \frac{5}{50} = 36^\circ$,

故答案为: 36;

【小问3详解】

解: $\frac{15+5}{50} \times 1200 = 480$ (人),

故: 估计该校五月份参与家务劳动的项目数量不少于3项的学生人数为480人.

24. 如图1, 有一圆柱形容器, 该容器的底面半径为10cm, 高为15cm. 如图2, 有一实心铁圆柱, 实心铁圆柱的高为圆柱形容器高的 $\frac{2}{3}$, 实心铁圆柱的底面半径与圆柱形容器的底面半径比是2:5.

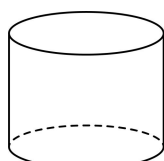


图1

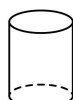


图2

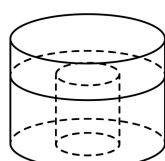


图3

(1) 求该实心铁圆柱的体积. (结果保留 π)

(2) 现有一底面半径为15cm的注满水的圆锥容器, 如图3, 现将实心铁圆柱体放入圆柱形容器, 将圆锥容器中的水全部注入圆柱形容器, 注入的水刚好将实心铁圆柱体全部浸没, 求该圆锥容器的高.

【答案】(1) $160\pi\text{cm}^3$

(2) 11.2cm

【解析】

【分析】本题主要考查了圆柱与圆锥的体积计算, 熟知圆柱与圆锥的体积计算公式是解题的关键.

(1) 根据题意可求出实心铁圆柱的底面半径和高, 再根据圆柱体积计算公式求解即可;

(2) 圆柱中水的体积等于圆柱的底面积乘以水高减去实心铁圆柱的体积, 据此列式求解即可.

【小问1详解】

解: $15 \times \frac{2}{3} = 10\text{cm}$, $10 \times \frac{2}{5} = 4\text{cm}$,

$4 \times 4 \times \pi \times 10 = 160\pi\text{cm}^3$,

答: 该实心铁圆柱的体积为 $160\pi\text{cm}^3$;

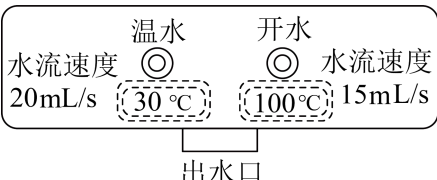
【小问2详解】

解: $\pi \times 10 \times 10 \times 10 - \pi \times 4 \times 4 \times 10 = 840\pi\text{cm}^3$,

$840\pi \div \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 15 \times 15 \right) = 11.2\text{cm}$,

答：该圆锥容器的高为11.2cm.

25. 如图，某校的饮水机有温水、开水两个按钮，温水和开水共用一个出水口. 利用图中信息解决下列问题：
(整个接水过程不计热量损失)

物理常识 开水和温水混合时会发生热传递，开水放出的热量等于温水吸收的热量，可以转化为“开水的体积×开水降低的温度 = 温水的体积×温水升高的温度”. 例：10ml 的开水与 25ml 温水混合至 50 度，热传递关系为： $10 \times (100 - 50) = 25 \times (50 - 30)$	
---	--

(1) 王老师拿空水杯先接了14s的温水，又接了8s的开水，刚好接满，且水杯中的水温为 $t^{\circ}\text{C}$. ①王老师的水杯容量为_____ ml；②开水放出的热量为_____ (结果用含 t 的代数式表示)

(2) 小李同学拿空水杯先接了一会儿温水，又接了一会儿开水，得到一杯体积为420ml，温度为 40°C 的水，求小李同学接温水和开水的时间分别为多少秒？

【答案】(1) ① 400 ② $14000 - 140t$

(2) 小李同学接温水和开水的时间分别为18秒和4秒

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式，一元一次方程的应用，由热传递关系进行求解即可.

(1) ①王老师的水杯容量为 $14 \times 20 + 15 \times 8$ ，即可求解；②由热传递关系得 $15 \times 8(100 - t)$ ，即可求解；

(2) 设小李同学接开水的时间分别为 x 秒，由热传递关系得 $15x(100 - 40) = (420 - 15x)(40 - 30)$ ，即可求解.

【小问1详解】

解：①王老师的水杯容量为

$$14 \times 20 + 15 \times 8$$

$$= 400 \text{ (ml)},$$

故答案为：400；

②由题意得

$$15 \times 8(100 - t)$$

$$= 12000 - 120t,$$

故答案为: $12000 - 120t$;

【小问 2 详解】

解: 设小李同学接开水的时间分别为 x 秒,

$$15x(100 - 40) = (420 - 15x)(40 - 30),$$

解得: $x = 4$,

$$(420 - 15 \times 4) \div 20 = 18 \text{ (秒)},$$

答: 小李同学接温水和开水的时间分别为 18 秒和 4 秒.

26. 现有有序数对 (a, b, c) 和 (x, y) , 如果 $ax + by = c$, 则称 (a, b, c) “关联”了 (x, y) , 或 (x, y) 被 (a, b, c) “关联”.

例如, $5 \times 3 + 7 \times (-2) = 1$, 则称 $(5, 7, 1)$ “关联”了 $(3, -2)$

(1) 下列数对中被 $(2, 1, 3)$ “关联”的有_____;

① $(1, 1)$, ② $(-4, 6)$, ③ $(-1, 3)$, ④ $(5, -7)$

(2) 若 (p, q) 同时被 $(5, -9, 1)$ 和 $(-3, 7, 1)$ “关联”, 请求出 p, q ;

(3) 对于均不为 0 的 a, b, c , 数对 (a, b, c) “关联”了 (m, n) 、 $(1, 2)$ 和 $(2, 3)$, 且 (m, n) 被 $(2027, -2026, -1)$ “关联”, 试求数对 (m, n) .

【答案】(1) ①④ (2) $\begin{cases} p = 2 \\ q = 1 \end{cases}$

(3) $(2025, 2026)$

【解析】

【分析】本题主要考查了新定义下的实数的运算, 二元一次方程组, 三元一次方程组等知识点, 解题的关键是根据题意正确理解被“关联”关系, 并根据关系列出代数式.

(1) 根据“关联”定义逐项进行判断即可;

(2) 根据“关联”定义列出二元一次方程组并求解即可;

(3) 根据“关联”定义列出三元一次方程组, 找出 a, b, c 的关系, 进而可求出 m, n 的值.

【小问 1 详解】

解：① $2 \times 1 + 1 \times 1 = 3$ ，

$\therefore (1, 1)$ 被 $(2, 1, 3)$ “关联”；

$$\textcircled{2} 2 \times (-4) + 1 \times 6 = -2 \neq 3$$

$\therefore (-4, 6)$ 未被 $(2, 1, 3)$ “关联”；

$$\textcircled{3} 2 \times (-1) + 1 \times 3 = 1 \neq 3$$

$\therefore (-1, 3)$ 未被 $(2, 1, 3)$ “关联”；

$$\textcircled{4} 2 \times 5 + 1 \times (-7) = 3$$

$\therefore (5, -7)$ 被 $(2, 1, 3)$ “关联”；

故答案为：①④；

【小问 2 详解】

解：根据题意得，

$$\begin{cases} 5p - 9q = 1 \\ -3p + 7q = 1 \end{cases}$$

解方程组得 $\begin{cases} p = 2 \\ q = 1 \end{cases}$ ；

【小问 3 详解】

解：根据题意得，

$$\begin{cases} a + 2b = c \textcircled{1} \\ 2a + 3b = c \textcircled{2} \\ am + bn = c \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } a + b = 0, \text{ 即 } b = -a,$$

将 $b = -a$ 代入 $\textcircled{1}$ 得 $c = -a$,

将 $b = -a$ 和 $c = -a$ 代入 $\textcircled{3}$ 得，

$$m - n = -1,$$

根据题意可得，

$$2027m - 2026n = -1,$$

$$\text{整理得 } 2027(m - n) + n = -1,$$

将 $m - n = -1$ 代入得, $n = 2026$,

$$\therefore m - 2026 = -1,$$

解得 $m = 2025$,

所以, 数对 (m, n) 为 $(2025, 2026)$.