

2024 学年第二学期期末考试六年级数学试卷

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.
4. 若无特殊说明 π 取 3.14.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 如果 x, y 都不为零, 且 $3x = 5y$, 那么下列比例中, 正确的是 ()

- A. $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ B. $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ C. $\frac{x}{3} = \frac{5}{y}$ D. $\frac{x}{5} = \frac{3}{y}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查比例的性质, 比例的内项之积等于外项之积, 熟练掌握比例的性质是解题的关键; 根据比例的性质进行判断即可.

【详解】解: $\because x, y$ 都不为零, 且 $3x = 5y$,

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{5}{3},$$

故选: B.

2. 一个圆形铁片, 直径是 6cm, 它的面积是 () cm^2 .

- A. 18.84 B. 28.26 C. 37.68 D. 113.04

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了圆面积的计算; 根据圆的面积公式 $S = \pi r^2$, 先求出半径, 将已知值代入计算即可.

【详解】解: 已知圆形铁片的直径为 6cm, 则半径 $r = 6 \div 2 = 3(\text{cm})$;

圆的面积公式为: $S = \pi r^2 = 3.14 \times 3^2 = 28.26(\text{cm}^2)$;

故选: B.

3. 如图：正确的是（ ）



师傅，徒儿这里有个袋子，袋子里有1个红球，2个蓝球和3个黄球，这些球除颜色外其他都相同，咱们来玩摸球游戏呗！



要我陪你玩可以，不过你的先回答我，若我从袋子里随机摸出一个球，发生可能性最大的事件是（ ）

- A. 摸出的是红球
B. 摸出的是蓝球
C. 摸出的是黄球
D. 摸出的是绿球

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了简单事件的可能性大小；由题意知，黄球的数量最多，摸出的是黄球的可能性最大，由此即可求解。

【详解】解：由题意知，袋中黄球的数量最多，则摸出的是黄球的可能性最大，所以摸出的是黄球这一事件发生的可能性最大；

故选：C.

4. 下列方程组中，① $\begin{cases} 3x-5y=1 \\ y=z+1 \end{cases}$ ，② $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$ ，③ $\begin{cases} x-y=10 \\ 2x+3y=5 \end{cases}$ ，④ $\begin{cases} x^2+y=1 \\ x+2y=-1 \end{cases}$ 属于二元一次方程组的有（ ）

- A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 4 个

【答案】B

【解析】

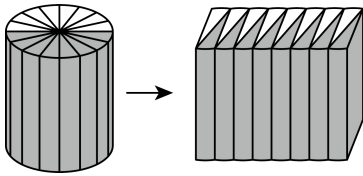
【分析】本题考查二元一次方程组的定义，根据二元一次方程组的定义，需满足：①含两个未知数；②每个方程均为一次整式方程；据此逐一分析各方程组即可；

【详解】解：方程组①含三个未知数 x 、 y 、 z ，不符合“二元”条件，故不属于二元一次方程组；
方程组②含两个未知数 x 、 y ，且均为一次方程，属于二元一次方程组；
方程组③含两个未知数 x 、 y ，且均为一次方程，属于二元一次方程组；
方程组④中第一个方程含二次项 x^2 ，不符合“一次”条件，故不属于二元一次方程组；

综上，符合条件的为②和③，共 2 个；

故选：B.

5. 如图，把一个圆柱切拼成一个近似的长方体，切拼后（ ）



- A. 表面积变小，体积不变
B. 表面积变大，体积不变
C. 表面积和体积都没变
D. 表面积和体积都变大

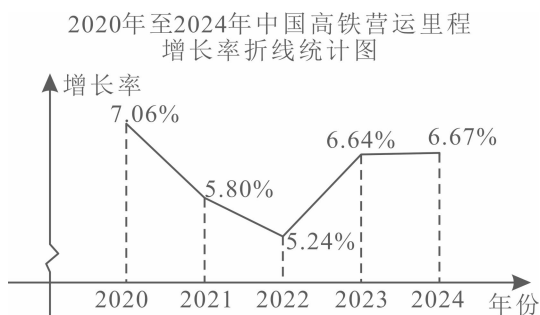
【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查圆柱与正方体的表面积及体积计算公式，解题的关键是正确表示出长方体的长宽及高. 设圆柱的底面半径是 r ，圆柱的高为 h ，根据拼成的长方体的高等于圆柱的高是 h ，再根据长方体的表面积和体积公式与圆柱的表面积和体积公式列式表示出长方体的表面积和体积与原来圆柱的表面积和体积，由此即可得出结论.

【详解】 解：设圆柱的底面半径为 r ，圆柱的高为 h ，
则长方体的高等于圆柱的高是 h ，长方体的长为 πr ，宽为 r ，
圆柱的表面积为： $2 \times (\pi r^2) + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ ；
圆柱的体积为： $\pi r^2 h$ ；
长方体的表面积为： $(\pi r \times r + \pi r \times h + rh) \times 2 = 2\pi r^2 + 2\pi rh + 2rh$ ；
长方体的体积为： $\pi r \times r \times h = \pi r^2 h$ ；
所以，这个长方体和原来的圆柱体比较表面积变大了，体积没变，
故选：B.

6. 近年来中国高铁发展迅速， 下图是中国高铁营运里 增长率折线统计图程增长率折线统计图. 依据图中信息， 下列说法错误的是 ()



- A. 2020 年中国高铁营运里程增长率最大
B. 2023 年中国高铁营运里程增长率比 2022 年高 1.4%

C. 2020 年至 2024 年，中国高铁营运里程逐年增长

D. 2021 年到 2022 年中国高铁营运里程下降

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查折线统计图，根据折线统计图表示各年的增长率可判断，正确提炼出有效信息是解题的关键.

【详解】 解： A、2020 年中国高铁营运里程增长率最大，故 A 选项正确；

B、2023 年中国高铁营运里程增长率比 2022 年高 $6.64\% - 5.24\% = 1.4\%$ ，故 B 选项正确；

C、2020 年至 2024 年，中国高铁营运里程增长率都为正数，故营运里程逐年增长，故 C 选项正确；

D、2021 年到 2022 年中国高铁营运里程增长，故 D 错误，

故选： D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 求比值： 0.25 小时： 25 分钟 = _____.

【答案】 3:5

【解析】

【分析】 此题主要考查了化简比和求比值的方法. 根据比的基本性质作答，即比的前项和后项同时乘一个数或除以一个数(0 除外) 比值不变；用比的前项除以后项即可.

【详解】 解： 0.25 小时： 25 分钟

= 15 分钟： 25 分钟

= 15:25；

15:25

= $15 \div 25$

= $\frac{3}{5}$.

故答案为： 3:5.

8. 将连比 $1\frac{1}{4}:3:0.2$ 化成最简整数比是_____.

【答案】 25:60:4

【解析】

【分析】 本题考查了比的基本性质，最简整数比，熟练掌握该知识点是解题点的关键. 根据比的基本性质

化简即可得到答案.

【详解】解: $1\frac{1}{4}:3:0.2$

$$= (\frac{5}{4} \times 20) : (3 \times 20) : (0.2 \times 20)$$
$$= 25:60:4$$

故答案为: $25:60:4$.

9. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 方程组 $\begin{cases} x-y=3 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$ 的解 (填“是”或“不是”).

【答案】不是

【解析】

【分析】本题考查的是方程组的解的含义, 掌握方程组的解满足方程组的每一个方程是解题的关键. 把

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 代入原方程组的两个方程即可得到答案.

【详解】解: 把 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 代入原方程组 $\begin{cases} x-y=3 \text{ ①} \\ 3x+2y=1 \text{ ②} \end{cases}$

①方程左边 $= 1 - (-2) = 3 =$ 右边,

②方程左边 $= 3 \times 1 + 2 \times (-2) = -1 \neq$ 右边,

所以 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 不是原方程组的解.

故答案为: 不是.

10. 为了解学校 800 名学生对中国五大戏曲 (京剧、黄梅戏、豫剧、越剧、评剧) 的喜爱情况, 乐乐开展调查, 分别从六、七、八、九各年级中随机选择男、女生各 20 人, 共 160 人, 进行问卷调查. 这种调查方式为_____ (填“全面调查”或“抽查”).

【答案】抽查

【解析】

【分析】本题考查了判断全面调查与抽样调查, 根据题意描述, 即可求解.

【详解】分别从六、七、八、九各年级中随机选择男、女生各 20 人, 共 160 人, 进行问卷调查. 这种调查方式为抽查.

故答案为: 抽查.

11. 六（2）班有 40 人参加数学测验，不及格 2 人，这个班学生本次测验的及格率是_____.

【答案】 95%

【解析】

【分析】 本题主要考查了百分率的问题，熟练掌握及格率的计算方法是解本题的关键. 首先算出这个班学生本次数学测验及格的人数，再用及格人数除以全部数量乘百分之百，由此可解.

【详解】 解： $\frac{40-2}{40} \times 100\% = 95\%$

故答案为： 95%.

12. 一个圆柱的母线长为 4cm，底面半径为 5cm，则它的体积是_____ cm^3 . (π 取 3.14)

【答案】 314

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱的体积公式，根据圆柱的体积计算公式求解即可.

【详解】 解： $3.14 \times 5^2 \times 4 = 314\text{cm}^3$

故答案为： 314.

13. 某银行三年定期储蓄的年利率是 1.95%，小杰的父亲取出三年到期的本利和一共 31755 元，那么小杰的父亲存入的本金是_____元.

【答案】 30000

【解析】

【分析】 本题考查百分数的运算，掌握计算公式是解题的关键. 利用“本利和 = 本金 $\times$ (1 + 利率 $\times$ 期数)” 解题即可.

【详解】 解： $31755 \div (1 + 3 \times 1.95\%) = 30000$ 元,

故答案为： 30000.

14. 甲有图书 120 本，乙有图书 60 本，甲给乙_____本后，甲与乙的本数比是 2:3.

【答案】 48

【解析】

【分析】 本题主要考查了比的应用，理解比的性质是解题关键. 设甲给乙 x 本图书，根据题意列比例式并求解即可.

【详解】 解： 设甲给乙 x 本图书，

根据题意，可得 $(120 - x) : (60 + x) = 2 : 3$,

解得： $x = 48$

即甲给乙 48 本后，甲与乙的本数比是 2:3.

故答案为： 48.

15. 某商场 150 元的进价购得一批衬衫，以每件 180 元的售价卖出，这批衬衫的盈利率是_____.

【答案】 20%

【解析】

【分析】 本题考查了百分数的应用，根据盈利率=(售价-进价)÷进价，即可求解.

【详解】 解： $\frac{180-150}{150} \times 100\% = 20\%$

故答案为： 20%.

16. 一个直角三角形两条直角边分别为 4cm 和 5cm，以这个三角形的一条直角边为轴旋转一周，得到几何体的体积是_____ cm^3 . (结果保留 π)

【答案】 $\frac{100}{3}\pi$ 或 $\frac{80}{3}\pi$

【解析】

【分析】 本题考查了求旋转体的体积，根据圆锥的体积公式，分两种情况，计算即可得解，采用分类讨论的思想是解此题的关键.

【详解】 解： 当以 4cm 边为轴旋转时，体积为 $\frac{1}{3} \times 5^2 \times 4\pi = \frac{100}{3}\pi \text{cm}^3$,

当以 5cm 边为轴旋转时，体积为 $\frac{1}{3} \times 4^2 \times 5\pi = \frac{80}{3}\pi \text{cm}^3$,

综上所述，得到几何体的体积是 $\frac{100}{3}\pi$ 或 $\frac{80}{3}\pi \text{cm}^3$,

故答案为： $\frac{100}{3}\pi$ 或 $\frac{80}{3}\pi$.

17. 如果一个扇形的弧长等于它所在圆的半径，那么此扇形叫做“完美扇形”. 已知某个“完美扇形”的周长等于 12，那么这个扇形的面积等于_____.

【答案】 8

【解析】

【分析】 本题考查了扇形的面积公式，扇形面积公式 $S = \frac{1}{2}lr$ ，根据扇形的面积公式 $S = \frac{1}{2}lr$ ，代入计算即可.

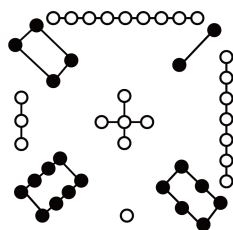
【详解】 解： $\because$ “完美扇形”的周长等于 12，

$\therefore$ 半径 r 为 $\frac{1}{3} \times 12 = 4$ ，弧长 l 为 4，

这个扇形的面积为： $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$.

答案为：8.

18. 我国古代夏禹时期的“洛书”（如图①所示），就是一个三阶“幻方”（如图②所示）. 观察图①、图②，我们可以寻找出“九宫图”中各数字之间的关系. 在显示部分数据的新“幻方”（如图③所示）中，根据寻找出的关系，可推算出 x 、 y 的值分别为_____.



图①



4	9	2
3	5	7
8	1	6

图②

2		6
	x	
	3	y

图③

【答案】5、8

【解析】

【分析】本题考查了本题主要考查了二元一次方程组的应用，首先根据图②可知：“幻方”中各行、各列、各对角线上三个数字之和相等，再根据图③可以得到关于 x 、 y 的二元一次方程组，解方程组即可求出 x 、 y 的值.

【详解】解：由图②可知：

$$4+9+2=15,$$

$$3+5+7=15,$$

$$8+1+6=15,$$

$$4+3+8=15,$$

$$9+1+5=15,$$

$$2+7+6=15,$$

$$4+5+6=15,$$

$$2+5+8=15,$$

∴“幻方”中各行、各列、各对角线上三个数字之和相等，

$$\text{由图③可知} \begin{cases} x+3=2+6 \\ x+6=3+y \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} x=5 \\ y=8 \end{cases},$$

$\therefore x$ 、 y 的值分别为 5、8.

故答案为: 5、8.

三、计算题, 要求写出计算的主要步骤: (本大题共 4 题, 每题 6 分, 共 24 分)

19. 解方程: $(x+3):x=13:7$

【答案】 $x = \frac{7}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解比例, 根据比的基本性质得出 $13x = 7(x+3)$, 然后再去括号, 移项合并同类项, 解方程即可.

【详解】 解: $(x+3):x=13:7$,

$$13x = 7(x+3),$$

$$13x = 7x + 21,$$

$$13x - 7x = 21,$$

$$6x = 21,$$

$$x = \frac{7}{2}.$$

20. 已知 $a:b=0.7:20\%$, $b:c=0.5:\frac{2}{3}$, 求 $a:b:c$.

【答案】 $a:b:c=21:6:8$

【解析】

【分析】 本题主要考查比的基本性质, 根据比的性质, 把两个比中都有的字母的份数化成相同, 即可求得 a 、 b 、 c 的连比.

【详解】 解: $\because a:b=0.7:20\%$, $b:c=0.5:\frac{2}{3}$,

$$\therefore a:b=21:6, \quad b:c=6:8,$$

$$\therefore a:b:c=21:6:8$$

21. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+2y=-5 \end{cases};$$

【答案】
$$\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，根据加减消元法解二元一次方程组，即可求解.

【详解】 解:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \text{①} \\ x + 2y = -5 \text{②} \end{cases}$$

① $\times$ 2+②得, $4x+x=10-5$

解得: $x=1$,

将 $x=1$ 代入①得, $2-y=5$

解得: $y=-3$,

$\therefore$ 方程组的解为:
$$\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x-2y+z=0 \\ 2x+y-z=1 \\ 3x+2y-z=4 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 第一个与第三个方程相加解出 x , 第一个与第二个方程相加列出关于 x, y 的方程组, 再将 x 代入求出 y , 进而求出 z 的值, 即可得到方程组的解.

【详解】 解: ①+③得: $x=1$

①+②得: $3x-y=1$ ④

把 $x=1$ 代入④得: $y=2$

把 $x=1, y=2$ 代入①得: $z=3$

所以原方程组的解是:
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

【点睛】 此题考查了解三元一次方程组, 利用了消元的思想, 消元的方法有: 加减消元法与代入消元法.

四、简答题 (本大题共 5 题, 共 34 分)

23. 乐乐五月份在一家超市买了 8 袋面包和 4 瓶牛奶, 共花了 104 元, 六月份超市打折促销, 面包打七折, 一瓶牛奶的价格比五月份降低了 40%, 如果乐乐六月份以 46.1 元的价格购买了 5 袋面包和 3 瓶牛奶, 求五月份一个面包和一瓶牛奶的价格.

【答案】五月份一个面包的价格为7元/袋，牛奶12元/瓶

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，根据题意列出方程组，解方程组，即可求解.

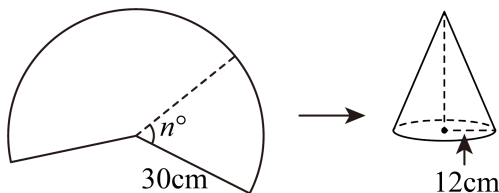
【详解】解：设五月份一个面包的价格为 x 元/袋，牛奶 y 元/瓶，根据题意得，

$$\begin{cases} 8x + 4y = 104 \\ 5 \times 0.7x + 3(1 - 40\%)y = 46.1 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 12 \end{cases};$$

答：五月份一个面包的价格为7元/袋，牛奶12元/瓶.

24. 如图，现有一张圆心角为 210° ，半径为30cm的扇形纸片. 乐乐剪去圆心角大小为 n° 的部分扇形纸片后，将剩下的纸片制作成一个底面半径为12cm的圆锥形纸帽（接缝处不重叠）. 求剪去的扇形纸片的圆心角.



【答案】剪去的扇形纸片的圆心角为 66°

【解析】

【分析】本题综合考查有关扇形和圆锥的相关计算. 已知圆锥底面半径是12cm，就可以知道展开图扇形的弧长是 $24\pi\text{cm}$ ，根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 即可求解.

【详解】解： $\because$ 圆锥底面半径是12cm，

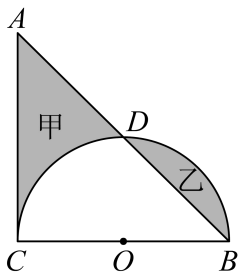
$$\therefore \text{圆锥底面周长为 } 2\pi \times 12 = 24\pi\text{cm}$$

$$\therefore 24\pi = \frac{(210 - n) \times \pi \times 30}{180}$$

解得： $n = 66$

答：剪去的扇形纸片的圆心角为 66° .

25. 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 20$ 厘米，以直角边 BC 为直径作半圆，与 A 交于点 D ，那么阴影甲的面积比阴影乙的面积大多少平方厘米？（ π 取3.14）



【答案】 43cm^2

【解析】

【分析】 本题考查了扇形的面积计算和三角形的面积，能根据题意得出 $S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{半圆}}$ ，是解题的关键；设空白部分的面积为 a ，则 $a + S_{\text{甲}} = S_{\triangle ABC}$ ， $a + S_{\text{乙}} = S_{\text{半圆}}$ ，则 $S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{半圆}}$ ，即可求解.

【详解】 解：设空白部分的面积为 a ，则 $a + S_{\text{甲}} = S_{\triangle ABC}$ ， $a + S_{\text{乙}} = S_{\text{半圆}}$ ，

$$\therefore S_{\text{甲}} - S_{\text{乙}} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{半圆}}$$

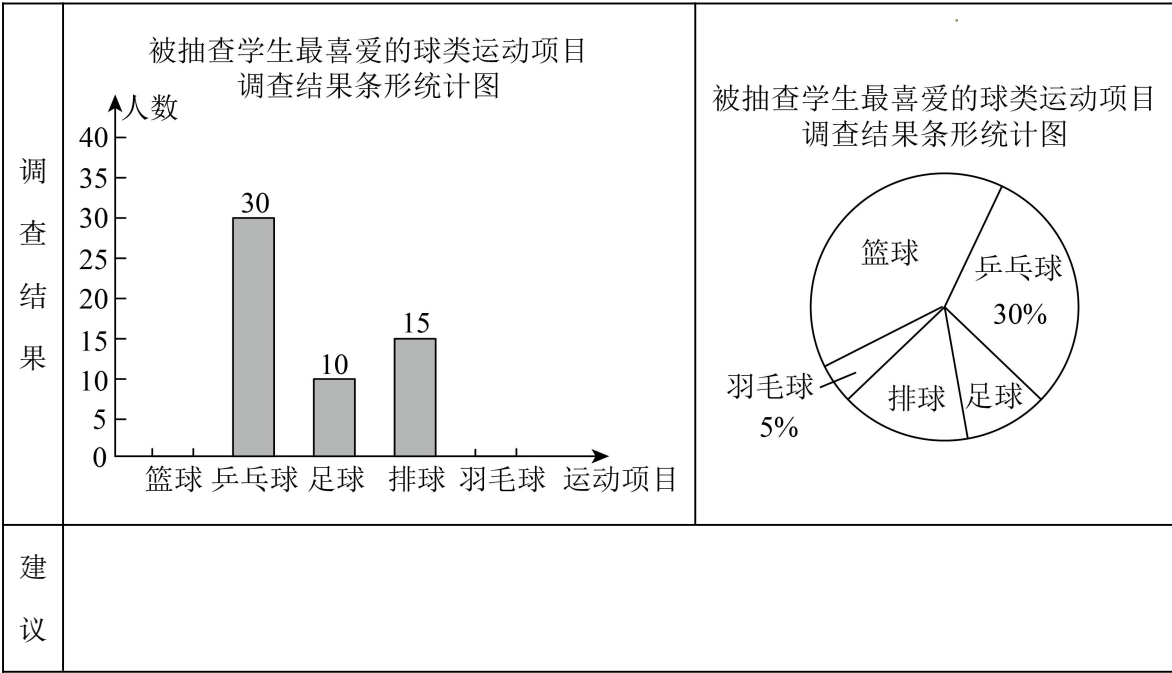
$$= \frac{1}{2} \times AC \times BC - \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{BC}{2} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 - \frac{1}{2} \times 3.14 \times 100$$

$$= 43\text{cm}^2.$$

26. 小刚想了解某中学学生喜欢运动的情况，于是他通过调查，形成了如下表的调查报告（不完整）.

目的	1. 了解某中学学生最喜爱的球类运动项目； 2. 给学校提出更合理地配置体育运动器材和场地的建议.		
方式	随机抽样调查	调查对象	该中学部分学生
内容	你最喜爱的一个球类运动项目（必选）： A. 篮球 B. 乒乓球 C. 足球 D. 排球 E. 羽毛球		



结合小刚调查信息，回答下列问题：

- (1) 本次调查共抽查了多少名学生；
- (2) 通过计算补全调查报告中的条形统计图；
- (3) 请你估计该校 1200 名学生中最喜爱篮球项目的人数是多少名；
- (4) 请帮助小刚对该校提出一条更合理地配置体育运动器材和场地的建议.

【答案】 (1) 100 人；

(2) 见解析； (3) 480 人；

(4) 答案不唯一，见解析.

【解析】

【分析】 本题考查从条形统计图和扇形统计图获取信息的能力，并用所获取的信息反映实际问题.

- (1) 根据乒乓球人数和所占比例，求出抽查的学生数；
- (2) 先求出喜爱篮球学生人数，再补全图形；
- (3) 用 1200 乘以喜爱的篮球人数比例即可求解；
- (4) 建议：因为最喜爱篮球项目的学生人数较多，建议学校适当增加篮球训练的器材和场地.

【小问 1 详解】

解：本次调查共抽查的学生人数为：

$$30 \div 30\% = 100 \text{ (名)},$$

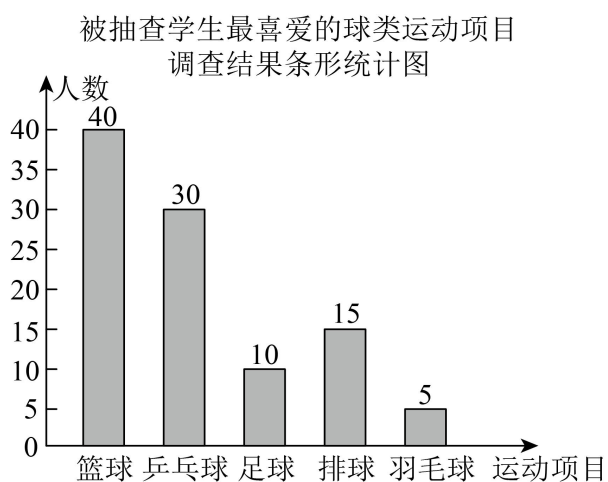
答：本次调查共抽查的学生人数是 100 名；

【小问 2 详解】

解：被抽查学生中最喜爱篮球运动项目的学生人数为：

$$100 - 30 - 10 - 15 - 100 \times 5\% = 40 \text{ (名)},$$

补全后的条形统计图如图所示，



【小问 3 详解】

解：估计该校 1200 名学生中最喜爱篮球项目的人数为：

$$1200 \times \frac{40}{100} = 480 \text{ (名)},$$

答：估计该校 1200 名学生中最喜爱篮球项目的人数是 480 名；

【小问 4 详解】

解：建议：因为最喜爱篮球项目的学生人数较多，建议学校适当增加篮球训练的器材和场地。

27. 在学习扇形的面积公式时，已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R ，可以推的公式： $S_{\text{扇形}} = \text{①}$ _____，

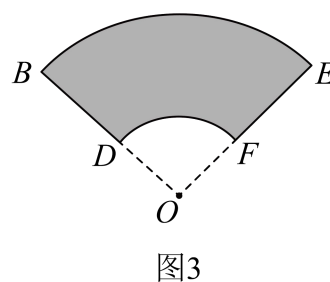
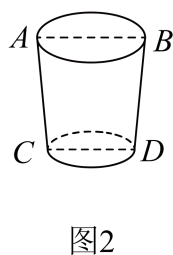
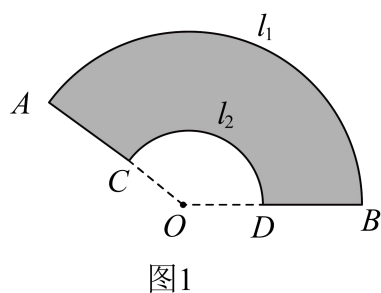
并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \text{②}$ _____，得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} = \text{③}$ _____。请

解决下列问题：

问题 I：求弧长为 4π ，圆心角为 144° 的扇形面积。

问题 II：某小区设计的花坛形状如图 1 中的阴影部分，已知 AB 和 CD 所在圆心都是点 O ，弧 AB 的长为 l_1 ，

弧 CD 的长为 l_2 ， $AC = BD = d$ ，求花坛的面积。



(1) 另一种扇形面积的计算方法 $S_{\text{扇形}} = \textcircled{3}$ _____. 请你解答问题 I;

(2) 在解决问题 II 的过程中, 有位同学发现扇形面积公式 $\textcircled{3}$ 类似于三角形面积公式: 类比梯形面积公式, 他猜想花坛的面积 $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$. 他的猜想正确吗? 如果正确, 写出推导过程; 如果不正确, 请说明理由. (参考公式: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$)

(3) 乙同学发现平时所用的一次性纸杯 (如图 2) 的侧面展开的大致图形 (如图 3) 所示, 经测量杯口直径 $AB = 10\text{cm}$, 杯底直径 $CD = 5\text{cm}$, 杯壁母线长 $AC = BD = 10\text{cm}$, 忽略纸杯的连接部分和纸杯的厚度, 请求出在图 3 中其侧面展开的图形 $BDFE$ 面积.

(4) 丙同学认为, 要想准确画出纸杯的侧面展开图, 需要确定图 3 中 $\widehat{BE}$ 和 $\widehat{DF}$ 所在的半径 OE , OF 的长以及圆心角 $\angle BOE$ 的度数, 那么根据 (3) 中的尺寸, $\widehat{DF}$ 所在圆的半径 $OF =$ _____; 它所对的圆心角 $\angle BOE$ 的度数为 _____.

【答案】 (1) $\frac{1}{2}lr$; 10π ; (2) 正确, 理由见解析; (3) $75\pi\text{cm}^2$; (4) 10cm , 90°

【解析】

【分析】 本题主要考查了扇形面积公式的应用.

(1) 根据扇形公式之间的关系, 结合已知条件推出结果.

(2) 根据 (1) 的公式进行计算即可求解;

(3) 根据 (2) 的结论进行计算即可求解;

(4) 根据弧长公式得出 $r = \frac{900}{n}$, $R = \frac{1800}{n}$, 进而根据 $AC = BD = 10\text{cm}$ 得出圆心角 $\angle BOE$ 的度数, 进而求得 $OF = 10\text{cm}$, 即可求解.

【详解】 解: 已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R , 可以推的公式: $S_{\text{扇形}} = \frac{n \times \pi R^2}{360}$ ①, 并通过比较扇形

面积公式与弧长公式 $l = \frac{n\pi R}{180}$, 得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$.

故答案为: $\frac{1}{2}lr$.

问题 I: $l = \frac{n\pi R}{180} = 4\pi$, 圆心角为 144° ,

即 $\frac{144}{180}\pi R = 4\pi$,

$\therefore R = 5$,

$$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 5 = 10\pi;$$

(2) 他的猜想正确. 理由如下:

设大扇形半径为 R , 小扇形半径为 r , 圆心角度数为 n , 则由 $l = \frac{n\pi R}{180}$ 得 $R = \frac{180}{n\pi} l_1, r = \frac{180}{n\pi} l_2$

$$\therefore \text{花坛的面积 } S = \frac{1}{2} l_1 R - \frac{1}{2} l_2 r = \frac{1}{2} l_1 \times \frac{180}{n\pi} l_1 - \frac{1}{2} l_2 \times \frac{180}{n\pi} l_2$$

$$= \frac{90}{n\pi} (l_1^2 - l_2^2)$$

$$= \frac{90}{n\pi} (l_1 + l_2)(l_1 - l_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{180}{n\pi} \left(\frac{n\pi}{180} R - \frac{n\pi}{180} r \right) (l_1 + l_2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2)(R - r)$$

$$= \frac{1}{2} (l_1 + l_2) d;$$

$$(3) \because AB = 10\text{cm}, CD = 5\text{cm}$$

$$\therefore l_1 = l_{\widehat{BE}} = \pi \times AB = 10\pi\text{cm}, l_2 = l_{\widehat{DF}} = \pi \times CD = 5\pi\text{cm}, d = AC = BD = 10\text{cm},$$

由(2)可得, 侧面展开的图形 $BDFE$ 面积为 $S_{\text{扇形}OBE} - S_{\text{扇形}ODE} = \frac{1}{2} (l_1 + l_2) d = \frac{1}{2} (10\pi + 5\pi) \times 10 = 75\pi\text{cm}^2$;

$$(4) \because l_{\widehat{DF}} = \frac{n\pi r}{180} = 5\pi, l_{\widehat{BE}} = \frac{n\pi R}{180} = 10\pi,$$

$$\therefore r = \frac{900}{n}, R = \frac{1800}{n},$$

$$\text{由 } \because AC = BD = 10\text{cm}, \text{ 即 } \frac{1800}{n} - \frac{900}{n} = 10,$$

解得: $n = 90$

$$\therefore r = \frac{900}{90} = 10\text{cm} \text{ 即 } OF = 10\text{cm}$$

故答案为: $10\text{cm}, 90^\circ$.