

存志学校 2024 学年第二学期预备数学期末检测试卷

(时间: 100 分钟, 满分 150)

一、选择题 (共 8 小题, 每题 3 分, 共 24 分)

1. 一件商品打七折出售, 下面关系式错误的是 ()

A. 现价=原价 $\times$ 70%

B. 降低的价格=原价 $\times(1-70\%)$

C. 现价 $\div$ 原价=70%

D. 原价=现价 $\div(1-70\%)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查百分数的应用, 掌握折扣的定义是解题的关键.

A. 根据折扣的定义判断即可, B、C、D 分别根据原价与现价之间的数量关系计算即可.

【详解】解: $\because$ 一件商品打七折出售,

$\therefore$ 现价=原价 $\times$ 70%,

$\therefore$ A 正确, 不符合题意;

$\therefore$ 现价=原价 $\times$ 70%,

$\therefore$ 降低的价格=原价-现价=原价-原价 $\times$ 70%=原价 $\times(1-70\%)$,

$\therefore$ B 正确, 不符合题意;

$\therefore$ 现价=原价 $\times$ 70%,

$\therefore$ 现价 $\div$ 原价=70%,

$\therefore$ C 正确, 不符合题意;

$\therefore$ 现价=原价 $\times$ 70%,

$\therefore$ 原价=现价 $\div$ 70%,

$\therefore$ D 不正确, 符合题意.

故选: D.

2. 一个圆的直径由 10 厘米增加到 20 厘米, 则圆的面积变为原来的 ()

A. 2 倍

B. 4 倍

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了圆的面积计算, 圆的面积等于半径的平方乘以圆周率, 据此分别计算出变化前后的圆的面积即可得到答案.

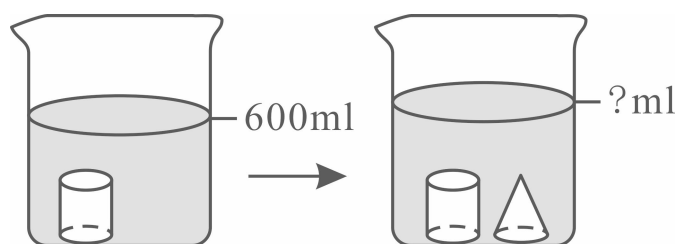
【详解】解：原面积 $S_1 = \pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$ 平方厘米，

新面积 $S_2 = \pi \times \left(\frac{20}{2}\right)^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi$ 平方厘米，

$\therefore$ 圆的面积变为原来的 $100\pi \div 25\pi = 4$ 倍，

故选：B.

3. 仔细观察图：在一个盛有 450 毫升水的量杯中放入一个圆柱体，水面对应的刻度为 600 毫升，若再放入一个与圆柱等底等高的圆锥，则此时的水面对应的刻度为 ()



A. 150 毫升

B. 650 毫升

C. 50 毫升

D. 无法确定

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了圆柱与圆锥的体积，关键是熟练掌握同底等高圆锥和圆柱的体积关系. 先根据两杯中测量到的体积增量求出圆柱的体积，再由同底等高圆锥和圆柱体积的关系求出圆锥的体积，进而求出最终水面对应的刻度.

【详解】解：在量杯中放入圆柱体后，体积增量为：

$$600 - 450 = 150 \text{ (毫升)}.$$

$\therefore$ 所以圆柱的体积为 150 毫升.

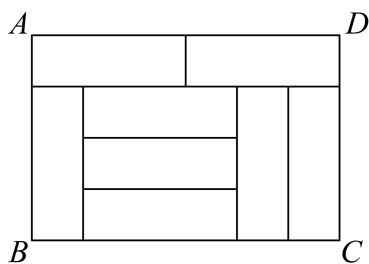
$$\therefore V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}V_{\text{圆柱}} = \frac{1}{3} \times 150 = 50 \text{ (毫升)}.$$

$\therefore$ 放入圆锥后水面对应的刻度为：

$$600 + 50 = 650 \text{ (毫升)}.$$

故答案为：B.

4. 如图，是由 8 个大小相同的小长方形无缝拼接而成的一个大长方形，已知大长方形的周长为 $2a$ ，则小长方形的周长为 ()



A. $\frac{1}{10}a$

B. $\frac{3}{10}a$

C. $\frac{2}{5}a$

D. $\frac{4}{5}a$

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了二元一次方程组的应用和一元一次方程的应用，解题的关键是根据图找出小长方形长和宽之间的关系，以及大长方形的长和宽与小长方形长和宽的关系，利用大长方形的周长列出方程，求出小长方形的长与宽，进而求解.

设小长方形的长为 x ，宽为 y ，结合图形得到等式：(1) $2x = x + 3y$ ；(2) $2x + x + y = \frac{2a}{2}$ ，联立方程组并解答.

【详解】解：设小长方形的长为 x ，宽为 y ，

由题意知，
$$\begin{cases} 2x = x + 3y \text{ ①} \\ 2x + x + y = \frac{2a}{2} \text{ ②} \end{cases}$$

解①，得 $x = 3y$ ，

将 $x = 3y$ 代入②中，

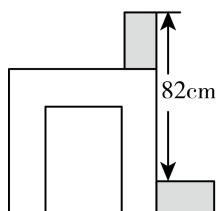
解得 $y = \frac{a}{10}$ ，

即
$$\begin{cases} x = \frac{3a}{10} \\ y = \frac{a}{10} \end{cases}$$

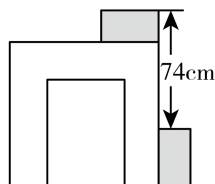
所以小长方形的周长为：
$$2\left(\frac{3a}{10} + \frac{a}{10}\right) = \frac{4a}{5}.$$

故答案为：D.

5. 老师利用两块大小一样的长方体木块测量一张桌子的高度，首先按照图①方式放置，再交换两木块儿的位置，按照图②方式放置，测量的数据如图，则桌子的高度是（ ）



图①



图②

A. 77cm

B. 78cm

C. 79cm

D. 80cm

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键．设桌子的高度是 $x\text{cm}$ ，长方体木块截面的长比宽多 $y\text{cm}$ ，观察图形，根据各边之间的关系，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，解之即可得出结论．

【详解】解：设桌子的高度是 $x\text{cm}$ ，长方体木块截面的长比宽多 $y\text{cm}$ ，

依题意，得
$$\begin{cases} x + y = 82 \\ x - y = 74 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 78 \\ y = 4 \end{cases}$$

故桌子的高度是 78cm．

故选：B．

6. 若关于 x 的一元一次不等式 $(a-3)x < a-3$ 的解集为 $x > 1$ ，则 a 的值可以是（ ）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次不等式，属于基础题，关键是掌握不等式的基本性质．根据不等式的性质，可得出 $a-3 < 0$ ，求解即可．

【详解】解： $\because (a-3)x < a-3$ 的解集为 $x > 1$ ，

$\therefore a-3 < 0$ ，

解得 $a < 3$ ，

$\therefore a$ 的值可以为 2，

故选：A．

7. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < 21 \\ \frac{2x+2}{3} < x+a \end{cases}$ 只有 4 个整数解，则 a 的取值范围是 ()

- A. $-5 \leq a \leq -\frac{14}{3}$ B. $-5 \leq a < -\frac{14}{3}$ C. $-5 < a \leq -\frac{14}{3}$ D. $-5 < a < -\frac{14}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】先求出解不等式的组的解集，根据不等式组只有 4 个整数解，求出 a 的取值范围即可.

【详解】解：由 $\begin{cases} x < 21 \\ \frac{2x+2}{3} < x+a \end{cases}$ ，得： $\begin{cases} x < 21 \\ x > 2-3a \end{cases}$ ，

$\therefore$ 不等式组只有 4 个整数解，

$\therefore$ 不等式组的解集为： $2-3a < x < 21$ ，

$\therefore$ 不等式组的整数解为： 17, 18, 19, 20,

$\therefore 16 \leq 2-3a < 17$ ，

$\therefore -5 < a \leq -\frac{14}{3}$ ，

故选 C.

【点睛】本题考查根据一元一次不等式组的解集的情况，求参数的取值范围. 正确的求出一元一次不等式组的解集，是解题的关键.

8. 某森林公园门票每张 10 元，只能一次性使用，在保留此种方法的基础上，公园推出 A、B、C 三种年票（每张仅一人使用，自购买日起，可使用一年），三类年票的具体情况如下：

A 类年票：每张 120 元，持票入园无需再购票；

B 类年票：每张 60 元，持票入园时须再购票，但每张 2 元；

C 类年票：每张 40 元，持票入园时须再购票，但每张 3 元.

小军和小华根据自己的年入园次数需求，选择了最适合自己的年票. 小军选择了 C 类年票，小华选择了 A 类年票，以下说法不正确的个数是 ()

- ①小军的年入园需求可能是 25 次； ②小华的年入园次数需求多于小军；
③小华的年入园需求可能是 25 次； ④小华的年入园次数需求少于小军.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的实际应用，解题关键是列出不等式求解．分类讨论，设入园次数为 x 次，则购 A 类票所需费用为 120 元；购 B 类票所需费用为 $(60+2x)$ 元；购 C 类票所需费用为 $(40+3x)$ 元，通过计算分别算出当 x 为多少时哪种购票方式更合算，再对选项逐一判断即可．

【详解】解：设入园次数为 x 次，

则购 A 类票所需费用为 120 元；

购 B 类票所需费用为 $(60+2x)$ 元；

购 C 类票所需费用为 $(40+3x)$ 元，

则依题意得：

当 $60+2x>120$ 时，即 $x>30$ 时，选 A 种购票方式更合算；

当 $x=30$ 时， A ， B 两种购票方式一样；

当 $40+3x>60+2x$ 且 $60+2x>120$ 时，即 $30>x>20$ 时，选 B 种购票方式更合算；

当 $x=20$ 时， B ， C 两种购票方式一样；

当 $40+3x<60+2x$ 时，即 $x<20$ 时，选 C 种购票方式更合算，

$\therefore$ 小军选择了 C 类年票，

$\therefore$ 小军的入园次一定小于等于 20 次，故①错误；

$\therefore$ 小华选择了 A 类年票，

$\therefore$ 小华的入园次数一定大于或等于 30 次，故③错误；

$\therefore$ 小华的入园次数一定大于小军的入园次数，故②正确，④错误；

$\therefore$ 说法不正确的个数是 3 个，

故选：C．

二、填空题（共 17 小题，每题 2 分，共 34 分）

9. 化简比：1.6 小时:45 分钟=_____．

【答案】32:15

【解析】

【分析】本题考查了化简比，把单位换算为同单位是解本题的关键．先把小时化为分钟，然后用进行约分运算．

【详解】解：1.6 小时 $=1.6 \times 60 = 96$ 分钟

1.6 小时:45 分钟 $=96$ 分钟:45 分钟 $=32:15$ ．

故答案为：32:15．

10. 求比值： $0.7:1\frac{2}{5}$ =_____．

【答案】 $0.5 \div \frac{1}{2}$

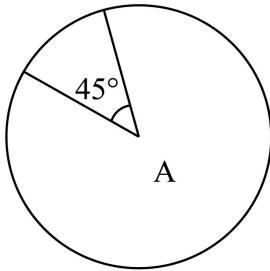
【解析】

【分析】 本题考查了求比值，解题的关键是熟练掌握求比值的方法进行解题。将比转化成乘法求解即可。

【详解】 解： $0.7 : 1\frac{2}{5} = \frac{7}{10} \div \frac{7}{5} = \frac{7}{10} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

11. 如图所示的扇形统计图中，A 所代表的部分占总体的百分数为_____。



【答案】 87.5%

【解析】

【分析】 本题考查了扇形统计图的定义，熟记在扇形统计图中，各部分占总体的百分比之和为 1，各部分所对应的百分比等于该部分所对应的扇形圆心角的度数与 360° 的比。根据扇形统计图的定义，A 所占的百分比等于扇形 A 所对的圆心角与 360° 之比。

【详解】 解： A 所代表的部分占总体的百分数为：

$$\frac{360^\circ - 45^\circ}{360^\circ} \times 100\% = 87.5\%。$$

故答案为： 87.5%。

12. 小军用一根 30 米长的绳子测一棵树的直径，在树干上绕了 10 圈多了 1.74 米。这棵树的直径大约_____米。

【答案】 $0.9 \div \frac{9}{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长公式，熟练掌握圆的周长公式是解此题的关键。根据圆的周长公式计算即可得解。

【详解】 解： $(30 - 1.74) \div 10 \div 3.14 = 28.26 \div 10 \div 3.14 = 2.826 \div 3.14 = 0.9$ （米），

故答案为： 0.9。

13. 把一根总长 6m 的圆柱形木料截成 3 段小圆柱，表面积比原木料增加 12.4m^2 ，这根圆柱形木料的体积

是_____ m^3 .

【答案】 18.6

【解析】

【分析】 本题主要考查了求圆柱的体积，将圆柱截成三段增加的表面积为 4 个底面面积，可求出圆柱的底面面积为 3.1cm^2 ，然后根据体积公式得出答案.

【详解】 解：将圆柱截成三段表面积增加了 12.4m^2 ，

所以圆柱的底面面积等于 $12.4 \div 4 = 3.1\text{cm}^2$ ，

所以圆柱的体积为 $3.1 \times 6 = 18.6\text{cm}^3$.

故答案为： 18.6 .

14. 已知方程组 $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ ，则 $2025x - 2025y$ 的值是_____.

【答案】 4050

【解析】

【分析】 本题考查的是解二元一次方程组，代数式求值，能选择适当的方法求出结果是解题关键. 将方程组的两个方程相加，求出 $x - y = 2$ ，再整体代入计算求值即可.

【详解】 解： $\begin{cases} 2x - y = 4 \text{①} \\ x - 2y = 2 \text{②} \end{cases}$ ，

由 ① + ② 得： $3x - 3y = 6$ ，

解得： $x - y = 2$ ，

$\therefore 2025x - 2025y = 2025(x - y) = 2025 \times 2 = 4050$ ，

故答案为： 4050 .

15. 某年全国足球甲级 A 组的前 11 场比赛中，某队保持连续不败，共积 23 分，按比赛规则，胜一场得 3 分，平一场得 1 分，那么该队共胜了_____场.

【答案】 6

【解析】

【分析】 可设该队共胜了 x 场，根据“11 场比赛保持连续不败”，那么该队平场的场数为 $11 - x$ ，由题意可得出： $3x + (11 - x) = 23$ ，解方程求解.

【详解】解：设该队共胜了 x 场，

根据题意得： $3x + (11 - x) = 23$ ，

解得 $x = 6$ 。

故该队共胜了 6 场。

故答案为：6。

【点睛】此题考查了一元一次方程的应用，列一元一次方程解足球赛问题的关键是抓住胜的场数与平的场数的关系，根据积分总数列出方程。

16. 为了解我市初中生每天完成家庭作业所花时间及质量情况，根据以下四个步骤完成调查：①收集数据；②分析数据；③制作并发放调查问卷；④得出结论，提出建议。你认为这四个步骤合理的先后排序为_____。

【答案】③①②④

【解析】

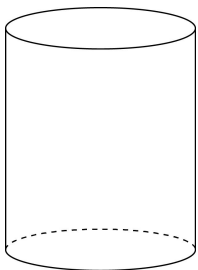
【分析】本题考查了数据的收集与整理，掌握统计调查的一般步骤是解题关键。根据题目提供的问题情境，采取抽样调查的方式进行，于是先确定抽查样本，制作并发放调查问卷，紧接着统计收集来的数据，对数据进行分析，最后得出结论，提出建议。

【详解】解：在统计调查中，我们利用调查问卷收集数据，利用表格整理分析数据，利用统计图描述数据，通过分析表和图来了解情况，最后得出结论，提出建议和整改意见，

即这四个步骤合理的先后排序为：③制作并发放调查问卷；①收集数据；②分析数据；④得出结论，提出建议。

故答案为：③①②④。

17. 如图是一个高为 3cm 的圆柱，其底面周长为 $2\pi\text{cm}$ ，则该圆柱的表面积为_____ cm^2 。



【答案】 8π

【解析】

【分析】先求出该圆柱的底面半径，然后根据圆柱的表面积等于圆柱的侧面积加上两个底面的面积，即可求解。

【详解】解：根据题意得：该圆柱的底面半径为 $2\pi \div 2\pi = 1\text{cm}$ ，
该圆柱的表面积为

$$2\pi \times 3 + 2\pi \times 1^2 = 8\pi \text{cm}^2.$$

故答案为： 8π

【点睛】本题主要考查了求圆柱的表面积，熟练掌握圆柱的表面积等于圆柱的侧面积加上两个底面的面积是解题的关键.

18. 实验中学组织七年级学生赴龙岗红色基地研学旅行，报名人数超过 630 人，在安排住宿时发现，若每间住 8 人，则有 120 人无法入住；若每间宿舍住 10 人，则只有一间宿舍不空也不满，则参加研学的学生人数为_____人.

【答案】 632

【解析】

【分析】本题考查一元一次不等式组的应用，设宿舍有 x 间，则学生数有 $(8x+120)$ 人，列出不等式组求解即可.

【详解】解：设宿舍有 x 间，则学生数有 $(8x+120)$ 人，则

$$\begin{cases} 10(x-1) < 8x+120 \\ 10x > 8x+120 \\ 8x+120 > 630 \end{cases},$$

解得 $63.75 < x < 65$,

$\because x$ 为整数,

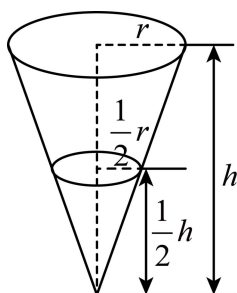
$\therefore x = 64$,

$\therefore 8x+120 = 8 \times 64 + 120 = 632$ (人)

则参加研学的学生人数 632 人.

故答案为： 632 .

19. 如图所示，圆锥形容器中装有 5 升水，水面高度正好是圆锥高度的一半，且水面半径也正好是圆锥底面半径的一半，则这个容器还能装水 _____ 升.



【答案】 35

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥的体积计算，根据圆锥体积计算公式计算出 $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 40$ ，即这个容器一共能装 40 升水，据此可得答案.

【详解】 解：由题意得， $\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}r\right)^2 \cdot \frac{1}{2}h = 5$,

所以 $\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{1}{4}r^2 \cdot \frac{1}{2}h = 5$,

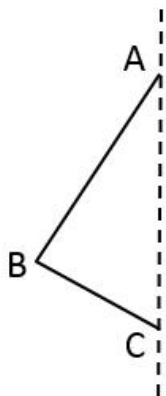
所以 $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 40$,

所以这个容器一共能装 40 升水，

所以还可以装 $40 - 5 = 35$ 升水，

故答案为：35.

20. 如图，三边长分别为 3cm, 4cm, 5cm 的直角三角形，绕其斜边所在直线旋转一周，所得几何体的体积为 _____ cm^3 . (结果保留 π)

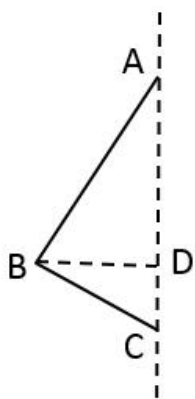


【答案】 $\frac{48}{5}\pi$

【解析】

【分析】 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D，由题意可得绕直角三角形斜边所在直线旋转一周是由两个共底面的圆锥体所形成的几何体，进而可得 $BD = \frac{12}{5}\text{cm}$ ，然后可得两个圆锥体的高分别为 AD、CD，底面圆的半径为 $BD = \frac{12}{5}\text{cm}$ ，最后根据圆锥体的体积计算公式求解即可.

【详解】 解：过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D，如图所示：



由题意得：AB=4cm，BC=3cm，AC=5cm， $\angle ABC=90^\circ$ ，

$\therefore$ 根据直角三角形 ABC 的面积可得： $BD = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{12}{5} \text{ cm}$ ，

$\therefore$ 绕直角三角形斜边所在直线旋转一周是由两个共底面的圆锥体所形成的几何体，

$\therefore$ 两个圆锥体的高分别为 AD、CD，底面圆的半径为 $BD = \frac{12}{5} \text{ cm}$ ，

$\therefore$ 该几何体的体积为 $V = \frac{1}{3} \pi r^2 (AD + CD) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{12}{5}\right)^2 \pi \times 5 = \frac{48}{5} \pi \text{ cm}^3$ ；

故答案为 $\frac{48}{5} \pi$ 。

【点睛】 本题主要考查几何图形，熟练掌握几种常见的几何体是解题的关键。

21. $x^{|m-2|} + (m-3)y = m-1$ 是关于 x ， y 的二元一次方程，则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程的定义，熟知概念是关键；

根据二元一次方程的定义：只含有两个未知数，且含有未知数的项的次数为 1 的整式方程叫做二元一次方程求解即可。

【详解】 解：因为 $x^{|m-2|} + (m-3)y = m-1$ 是关于 x ， y 的二元一次方程，

所以 $|m-2|=1, m-3 \neq 0$ ，

解得 $m=1$ ；

故答案为：1。

22. 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x+2y=5k-2 \\ x-y=-k+4 \end{cases}$ 的解是一对异号的数，则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $-2 < k < 1$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程的解，解二元一次方程组，解一元一次不等式组，掌握相关解法是解题关键。先利用加减消元法求出方程组的解，再根据解是一对异号的数得到关于 k 的不等式组，求解即可。

【详解】 解：
$$\begin{cases} x+2y=5k-2 \text{ ①} \\ x-y=-k+4 \text{ ②} \end{cases},$$

由 ① - ② 得： $3y=6k-6$,

解得： $y=2k-2$,

将 $y=2k-2$ 代入 ② 得： $x-(2k-2)=-k+4$,

解得： $x=k+2$,

$\therefore$ 方程组的解为
$$\begin{cases} x=k+2 \\ y=2k-2 \end{cases},$$

$\therefore$ 关于 x 、 y 的方程组
$$\begin{cases} x+2y=5k-2 \\ x-y=-k+4 \end{cases}$$
 的解是一对异号的数，

$\therefore \begin{cases} k+2>0 \\ 2k-2<0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k+2<0 \\ 2k-2>0 \end{cases},$

解得： $-2<k<1$,

$\therefore k$ 的取值范围是 $-2<k<1$,

故答案为： $-2<k<1$

23. 已知关于 x 的不等式组
$$\begin{cases} 2x-3a<3(x+1)+a \\ 4x<2(a-x) \end{cases}$$
 无解，则实数 a 的取值范围为_____.

【答案】 $a \leq -\frac{9}{13}$

【解析】

【分析】 本题考查了根据不等式组解集的情况求参数，正确理解不等式组无解的情况、得出关于 a 的不等式是解题的关键；

先求出不等式组中每个不等式的解集，再根据不等式组无解得出关于 a 的不等式，解不等式即可得到答案。

【详解】 解：
$$\begin{cases} 2x-3a<3(x+1)+a \text{ ①} \\ 4x<2(a-x) \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式 ①，得 $x>-4a-3$,

解不等式 ②，得 $x<\frac{a}{3}$,

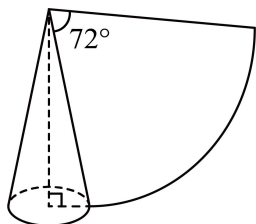
$\therefore$ 原不等式组无解,

$$\therefore \frac{a}{3} \leq -4a - 3,$$

$$\text{解得 } a \leq -\frac{9}{13};$$

$$\text{故答案为: } a \leq -\frac{9}{13}.$$

24. 如图, 圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 72° 的扇形, 若扇形的半径 l 是 5dm , 则该圆锥的底面圆的半径是_____ dm .



【答案】1

【解析】

【分析】 本题考查了弧长公式, 理解圆锥的底面周长与侧面展开图扇形的弧长相等是解题关键. 设圆锥的半径为 r , 则圆锥的底面周长为 $2\pi r$, 根据弧长公式得出侧面展开图的弧长, 进而得出结果.

【详解】 解: 设圆锥的底面圆半径为 r , 则圆锥的底面周长为 $2\pi r$, 则:

$$\text{扇形的弧长为 } \frac{72\pi \times 5}{180} = 2\pi,$$

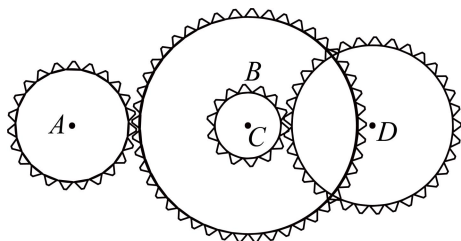
$\therefore$ 圆锥的底面周长与侧面展开图扇形的弧长相等,

$$\therefore 2\pi r = 2\pi,$$

$$\therefore r = 1,$$

故答案为: 1.

25. 某一齿轮组合需要由齿轮 A 齿数 $(NG_A) = 35$; 齿轮 D 齿数 $(NG_D) = 42$, 拟定齿轮 A 与齿轮 D 的转速比要达到 $24:5$, 先需要增加两个齿轮 (如图所示), 若设齿轮 B 齿数 $(NG_B) = a$; 齿轮 C 齿数 $(NG_C) = b$, 则 a 与 b 的比值为_____.



【答案】4

【解析】

【分析】本题主要考查了反比例的应用，解题关键是结合齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系解题。设齿轮A与齿轮D的转速分别为 $24m, 5m$ ，齿轮B和齿轮C的转速为 n ，根据“齿轮传动过程中齿数与转速成反比关系”求得 a, b 的值，即可获得答案。

【详解】解：根据题意，拟定齿轮A与齿轮D的转速比要达到 $24:5$ ，
可设齿轮A与齿轮D的转速分别为 $24m, 5m$ ，齿轮B和齿轮C的转速为 n ，
则有 $35 \times 24m = an$ ， $bn = 42 \times 5m$ ，
整理可得 $a = \frac{35 \times 24m}{n}$ ， $b = \frac{42 \times 5m}{n}$ ，
所以， $a:b = \frac{35 \times 24m}{n} : \frac{42 \times 5m}{n} = 4$ 。
故答案为：4。

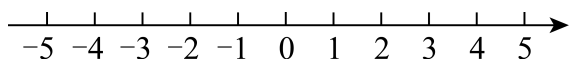
三、简答题 (26 题共 20 分，每题 5 分)

26. (1) 已知 $\frac{1}{4}a = \frac{1}{5}b = \frac{2}{7}c$ ，求 $a:b:c$ 。

(2) 解方程组：
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y+1}{2} = 1 \\ 4x - (2y-5) = 11 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} x+y-z=0 \\ 2x-y+3z=2 \\ x-4y-2z+6=0 \end{cases}$$

(4) 求满足不等式组 $\begin{cases} x-1 > 3(x+1) \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \end{cases}$ 的最大整数解，并把解集在数轴上表示出来。



【答案】(1) $8:10:7$ ；(2) $\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \end{cases}$ ；(3) $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$ ；(4) -3 ，数轴见解析。

【解析】

【分析】本题考查了比例的性质，解二元一次方程，解三元一次方程，解一元一次不等式等知识，掌握相关知识是解题关键。

(1) 利用比例的性质求解即可；

(2) 利用加减消元法解方程组即可；

(3) 先利用加减消元法消去 y ，再利用加减消元法解二元一次方程组，即可求解；

(4) 先求出每个不等式的解集，根据口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无解了确定不等式组的解集，写出最大整数解，再将解集在数轴上表示出来即可。

【详解】解：(1) $\because \frac{1}{4}a = \frac{1}{5}b = \frac{2}{7}c$,

$$\therefore a:b = \frac{1}{5} : \frac{1}{4} = 4:5 = 8:10, b:c = \frac{2}{7} : \frac{1}{5} = 10:7,$$

$$\therefore a:b:c = 8:10:7;$$

(2) 原方程组整理得
$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 \text{①} \\ 4x - 2y = 6 \text{②} \end{cases},$$

由 ② - ① $\times 2$ 得: $4y = -12$,

解得: $y = -3$,

将 $y = -3$ 代入 ① 得: $2x - 3 \times (-3) = 9$,

解得: $x = 0$,

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \end{cases};$$

(3)
$$\begin{cases} x + y - z = 0 \text{①} \\ 2x - y + 3z = 2 \text{②} \\ x - 4y - 2z + 6 = 0 \text{③} \end{cases}$$

由 ① + ② 得: $3x + 2z = 2 \text{④}$,

由 ① $\times 4$ + ③ 得: $5x - 6z = -6 \text{⑤}$,

由 ④ $\times 3$ + ⑤ 得: $14x = 0$,

解得: $x = 0$,

将 $x = 0$ 代入 ④ 得: $0 + 2z = 2$,

解得: $z = 1$,

将 $x = 0$, $z = 1$ 代入 ① 得: $x + y - z = 0$,

解得: $y = 1$,

$$\therefore \text{方程组的解集为} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x-1 > 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{1}{3}x-1 \leq 4-\frac{4}{3}x \text{ ②} \end{cases},$$

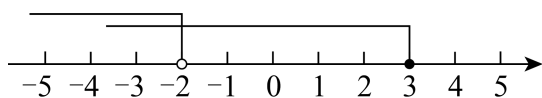
解不等式①得: $x < -2$

解不等式②得: $x \leq 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x < -2$,

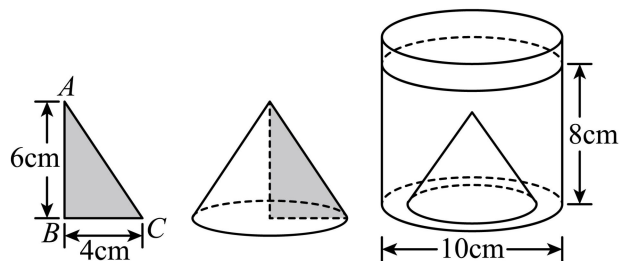
$\therefore$ 最大整数解为 -3 ,

解集在数轴上表示如下:



四、解答题 (共 9 小题, 共 52 分)

27. 点动成线, 线动成面, 面动成体, 立体之美, 无处不在, 需要我们会用数学的眼光观察现实世界. 如图, 直角三角形 ABC , 绕 AB 边旋转一周所得的圆锥放到一个盛有水的圆柱形容器中, 完全浸没, 水面上升至 8cm , 求未放入圆锥前圆柱形容器内的水面高度?



【答案】 6.72cm

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥的体积、圆锥的截面、圆柱的体积等知识点, 掌握圆锥、圆柱的体积公式成为解题的关键. 先确定圆锥的底面半径和高, 然后再用圆锥的体积公式求出圆锥的体积; 设未放入圆锥前圆柱形容器内的水面高度为 h , 根据“放入圆锥后的总体积=圆锥体积+未放入圆锥的水的体积”列方程求解即可.

【详解】 解: 设未放入圆锥前圆柱形容器内的水面高度为 h ,

圆锥的体积为: $\frac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 6 = 32\pi(\text{cm}^3)$.

由题意可得： $\pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times 8 = 32\pi + \pi \times \left(\frac{10}{2}\right)^2 \times h$,

解得： $h = 6.72$.

答：设未放入圆锥前圆柱容器内的水面高度为 6.72cm.

28. 某工厂今年第二季度的工业总产值是 1800 万元，比第一季度增长了 20%，预计第三季度的增长率在第二季度的基础上将提高 4 个百分点.

(1) 第一季度的工业总产值是多少万元？

(2) 第三季度的工业总产值是多少万元？

【答案】 (1) 第一季度的工业总产值是 1500 万元；

(2) 第三季度的工业总产值是 2232 万元.

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

(1) 设第一季度的工业总产值是 x 万元，根据第二季度的产值比第一季度增长了 20%，即可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出结论；

(2) 根据第三季度的增长率在第二季度的基础上将提高 4 个百分点，即可求出结论.

【小问 1 详解】

解：设第一季度的工业总产值是 x 万元，

依题意，得： $(1 + 20\%)x = 1800$,

解得： $x = 1500$.

答：第一季度的工业总产值是 1500 万元；

【小问 2 详解】

解： $1800 \times (1 + 20\% + 4\%) = 2232$ (万元).

答：第三季度的工业总产值是 2232 万元.

29. 有一个两位正整数，十位数字的 8 倍比原数小 9，将十位数字与个位数字对换位置后所形成的新两位数的 3 倍比原数大 1，求原来的两位数. (列方程组解答)

【答案】 原来两位数为 41.

【解析】

【分析】 此题主要考查二元一次方程组的应用，解题的关键是根据题意找到等量关系.

设个位数字是 x ，十位数字是 y ，根据题意即可列出二元一次方程组进行求解.

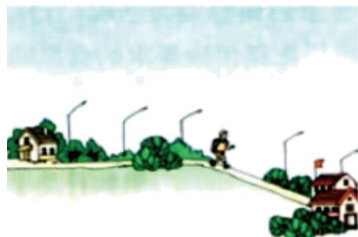
【详解】 解：设原数的个位数字是 x ，十位数字是 y .

根据题意，得
$$\begin{cases} 10y + x - 8y = 9 \\ 3(10x + y) - (10y + x) = 1 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

故原来两位数为 41.

30. 小华从家里到学校的路是一段平路和一段下坡路. 假设他始终保持平路每分钟走 60 米, 下坡路每分钟走 80 米, 上坡路每分钟走 40 米, 则他从家里到学校需 10 分钟, 从学校到家里需 15 分钟.



- (1) 小华家离学校多远?
- (2) 小华从家里到学校到达中点的时间与小华从学校到家里到达中点的时间会一样吗? 如果不一样, 哪种情况所花的时间更多? 请通过计算说明理由.

【答案】 (1) 小华家离学校 700 米

(2) 小华从学校到家里到达中点的时间比小华从家里到学校到达中点的时间要多一些

【解析】

【分析】 (1) 设小华从家里到学校的路是一段平路长为 x 米, 小华从家里到学校的下坡路长为 y 米, 根据小华从家里到学校和从学校到家里的时间列二元一次方程组, 求出 x 与 y , 并求和即可;

(2) 先求出中点位置与学校和家里的距离, 再分别求出所需时间, 比较即可得解.

【小问 1 详解】

解: 设小华从家里到学校的路是一段平路长为 x 米, 小华从家里到学校的下坡路长为 y 米.

由题意得:

$$\begin{cases} \frac{x}{60} + \frac{y}{80} = 10 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{40} = 15 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$

$\therefore x + y = 700$.

答：小华家离学校 700 米；

【小问 2 详解】

中点距离小华家和学校的距离为： $700 \div 2 = 350$ (米).

小华从家里到学校到达中点所需的时间为： $300 \div 60 + (350 - 300) \div 80 = 5.625$ (分钟)；

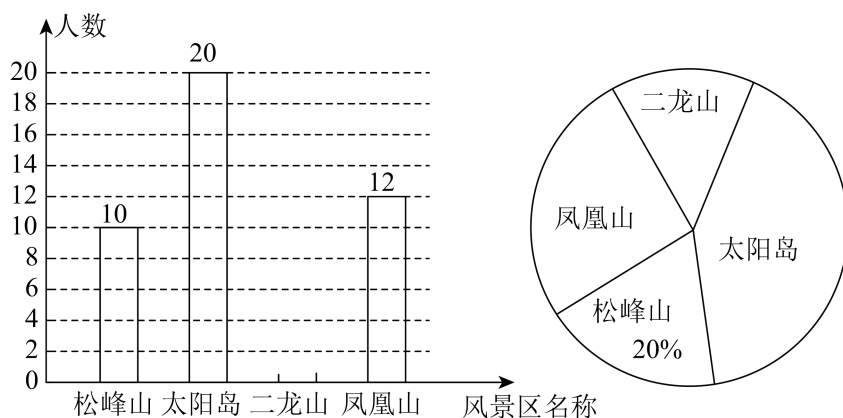
小华从学校到家里到达中点所需的时间为： $350 \div 40 = 8.75$ (分钟)；

$$8.75 > 5.625$$

$\therefore$ 小华从学校到家里到达中点的时间比小华从家里到学校到达中点的时间要多一些.

【点睛】 本题考查二元一次方程组的应用，有理数的混合运算的应用，根据题意列方程组和列算式是解题的关键.

31. 随着社会经济的发展和城市周边交通状况的改善，旅游已成为人们的一种生活时尚. 洪祥中学开展以“我最喜欢的风景区”为主题的调查活动，围绕“在松峰山、太阳岛、二龙山和凤凰山四个风景区中，你最喜欢哪一个？（必选且只选一个）”的问题，在全校范围内随机抽取了部分学生进行问卷调查，将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的统计图，请你根据图中提供的信息回答下列问题：



- (1) 本次调查共抽取了_____名学生.
- (2) 扇形统计图，表示太阳岛的扇形的圆心角是_____度.
- (3) 若洪祥中学共有 1350 名学生，请你估计最喜欢二龙山风景区的学生有_____名.
- (4) 喜欢凤凰山的同学比喜欢二龙山景区的同学多_____. (填百分数)

【答案】 (1) 50

(2) 144

(3) 216

(4) 50%

【解析】

【分析】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的

信息是解决问题的关键.

- (1) 用喜欢松峰山的人数除以喜欢松峰山人数的百分比即可求解;
- (2) 利用 360° 乘以选择太阳岛的学生人数占被调查总人数的比例即可求解;
- (3) 求出喜欢二龙山的人数, 再用 1350 乘以喜欢二龙山的人数占被调查总人数的比例即可求解;
- (4) 根据题意列式 $\frac{12-8}{8} \times 100\%$ 求解即可.

【小问 1 详解】

解: $10 \div 20\% = 50$ (名),

则本次调查共抽取了 50 名学生,

故答案为: 50;

【小问 2 详解】

解: $360^\circ \times \frac{20}{50} = 144^\circ$,

故答案为: 144;

【小问 3 详解】

解: 喜欢二龙山的人数为: $50 - 10 - 20 - 12 = 8$ (名),

$$1350 \times \frac{8}{50} = 216,$$

则估计最喜欢二龙山风景区的学生有 216 名,

故答案为: 216;

【小问 4 详解】

解: $\frac{12-8}{8} \times 100\% = 50\%$,

则喜欢凤凰山的同学比喜欢二龙山景区的同学多 50%,

故答案为: 50%.

32. 定义: 使方程 (组) 与不等式 (组) 同时成立的未知数的值称为此方程 (组) 和不等式 (组) 的 “梦想解”. 例: 已知方程 $2x - 3 = 1$ 与不等式 $x + 2 > 0$, 方程的解为 $x = 2$ 使得不等式也成立, 则称 “ $x = 2$ ” 为方程 $2x - 3 = 1$ 和不等式 $x + 2 > 0$ 的 “梦想解”.

(1) 已知① $x + \frac{1}{2} > \frac{3}{2}$; ② $\frac{x-1}{2} < 3$; ③ $2(x+3) < 4$, 则方程 $3x + 2 = 5$ 的解是它与①②③中的不等式 _____ 的 “梦想解”;

(2) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 3x - 2y = m + 2 \\ 2x - y = m - 5 \end{cases}$ 的解是该方程组与不等式组 $-1 < x + y < 4$ 的 “梦想

解”，求 m 的整数解.

【答案】(1) ② (2) 16,17

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次不等式(组)、解一元一次方程等知识点，掌握相关解法是解题的关键.

(1) 先求出方程的解和不等式的解集，然后进行判断；

(2) 先求出方程组的解和不等式组的解集，根据题意得出关于 m 的不等式组，最后解不等式组即可.

【小问1 详解】

解：解不等式 $x + \frac{1}{2} > \frac{3}{2}$ 得 $x > 1$,

解不等式 $\frac{x-1}{2} < 3$ 得 $x < 7$,

解不等式 $2(x+3) < 4$ 得 $x < -1$,

解方程 $3x+2=5$ 得 $x=1$,

$\therefore$ 方程 $3x+2=5$ 的解时它与不等式②的“梦想解”；

【小问2 详解】

解：解方程组 $\begin{cases} 3x-2y=m+2 \\ 2x-y=m-5 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} x=m-12 \\ y=m-19 \end{cases}$,

$\therefore x+y=2m-31$,

$\therefore$ 方程组的解是不等式组 $-1 < x+y < 4$ 的梦想解，

$\therefore -1 < 2m-31 < 4$,

$\therefore 15 < m < 17.5$,

$\therefore m$ 的整数解为16,17.

33. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x+y-6=0 \\ 2x-y+my-5=0 \end{cases}$

(1) 请直接写出方程 $2x+y-6=0$ 的所有正整数解；

(2) 无论数 m 取何值，方程 $2x-y+my-5=0$ 总有一个固定的解，请直接写出这个解；

(3) 若方程组的解满足 $x+y=0$ ，求 m 的值；

(4) 若方程组的解中 y 恰为整数， m 也为整数，求 m 的值.

【答案】 (1) $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=0 \end{cases}$

(3) $m=\frac{13}{6}$

(4) $m=3$ 或 $m=1$

【解析】

【分析】 本题考查求二元一次方程的整数解，已知二元一次方程组的解的情况，求参数的值：

(1) 根据二元一次方程的解的定义，求解即可；

(2) 将方程转化为 $2x-5+(m-1)y=0$ ，得到当 $2x-5=0, y=0$ 时，方程成立，即可得出结果；

(3) 将 $x+y=0$ 和方程组中不含参数的方程组成新的方程组，求解后，代入含参方程，求解即可；

(4) 方程组消去 x 后，得到关于 y, m 的二元一次方程，求整数解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because 2x+y-6=0$, 且 x, y 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

$$\because 2x-y+my-5=0,$$

$$\therefore 2x-5+(m-1)y=0,$$

$$\therefore \text{当 } \begin{cases} 2x-5=0 \\ y=0 \end{cases} \text{ 时, 方程成立,}$$

$$\therefore \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=0 \end{cases},$$

$$\text{即: 不论 } m \text{ 为何值, 方程总有一组解为 } \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=0 \end{cases}.$$

【小问 3 详解】

联立 $\begin{cases} x+y=0 \\ 2x+y-6=0 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} x=6 \\ y=-6 \end{cases}$;

把 $\begin{cases} x=6 \\ y=-6 \end{cases}$ 代入 $2x-y+my-5=0$, 得: $2\times 6+6-6m-5=0$,

解得: $m=\frac{13}{6}$;

【小问 4 详解】

$$\begin{cases} 2x+y-6=0 \textcircled{1} \\ 2x-y+my-5=0 \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}-\textcircled{1}$, 得: $my-2y=-1$,

$\therefore y=\frac{-1}{m-2}$,

$\therefore m,y$ 均为整数,

$\therefore m-2=1$ 或 $m-2=-1$,

$\therefore m=3$ 或 $m=1$.

34. 根据以下素材, 探索完成任务.

背景	某学校拟向公交公司租借 A,B 两种车共 8 辆, 用于接送八年级师生去实践基地参加社会实践活动.	
素材 1	A 型车最大载客量是 50 人, B 型车的最大载客量是 35 人, 已知 A 型车每辆的租金是 450 元, B 型车每辆的租金是 300 元.	A型车 
素材 2	八年级的师生共有 305 人, 根据学校预算, 租车的费用需要控制在 2900 元 (包含 2900 元) 以内.	B型车 
问题解决		
任务	根据素材 2 中该校八年级师生的实际情况, 该如何租车? 请给出所有满足条件的租	

任务 1	车方案.
任务 2	在所有满足条件的租车方案中，花费最少的方案比预算 2900 元省多少钱？

【答案】任务 1：共有 2 种租车方案，如下：

方案 1：租用 A 型车 2 辆，B 型车 6 辆；方案 2：租用 A 型车 3 辆，B 型车 5 辆

任务 2：花费最少的是方案 1，比预算节省了 200 元

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次不等式组的实际应用——方案问题，熟练掌握并利用一元一次不等式解决实际问题是解题的关键；

任务 1：设租用 A 型车 a 辆，则租用 B 型车 $(8-a)$ 辆，根据总载客量不少于 305 人且总租金不超过 2900 元，可列出关于 a 的一元一次不等式组，解之可得出 a 的取值范围，再结合 a 为正整数，即可得出租车方案；

任务 2：求出选择每种租车方案所需总租金，比较后，用 2900 元减去花费最少的总租金，即可得出结论．

【详解】解：任务 1：设租用 A 型车 a 辆，则租用 B 型车 $(8-a)$ 辆，

$$\text{根据题意得} \begin{cases} 50a + 35(8-a) \geq 305 \\ 450a + 300(8-a) \leq 2900 \end{cases},$$

$$\text{解得} \frac{5}{3} \leq a \leq \frac{10}{3},$$

又因为 a 为正整数，

所以 a 可以为 2 或 3，

当 $a=2$ 时， $8-a=6$ ，

当 $a=3$ 时， $8-a=5$ ，

所以共有 2 种租车方案，

方案 1：租用 A 型车 2 辆，B 型车 6 辆；

方案 2：租用 A 型车 3 辆，B 型车 5 辆；

任务 2：选择方案 1 所需总租金为 $450 \times 2 + 300 \times 6 = 2700$ （元）；

选择方案 2 所需总租金为 $450 \times 3 + 300 \times 5 = 2850$ (元).

$\therefore 2700 < 2850, 2900 - 2700 = 200$ (元),

$\therefore$ 花费最少的是方案 1, 比预算节省了 200 元.

35. 综合与实践

问题情境: “综合与实践”课上, 老师呈现了杭州市居民生活用电电价表 (不完整).

杭州市居民生活用电分段及价格一览表

单位: 元/千瓦时

用电分档		分时电价	
		高峰电 价	低谷电 价
第一 档	年用电 a 千瓦时及以下部分	0.568	0.288
第二 档	年用电 $(a+1)-4800$ 千瓦时部 分	b	c
第三 档	年用电 4801 千瓦时及以上部分	0.868	0.588

注: 电费=高峰价 $\times$ 高峰用电量+低谷电价 $\times$ 低谷用电量, 若跨档, 则分别计算各档电费后累加.

老师介绍了自己家庭生活用电的情况: 截至上月底, 本年度已用完第一档的额度, 其中第一档低谷用电量为 760 千瓦时, 第一档共产生电费 1354.88 元.

(1) 求表格中 a 的值.

数学思考:

(2) 同学们根据自己家庭生活用电的情况开展了讨论并提出问题: 经查询, 点点同学家 4 月份使用的均为第二档的用电额度, 其中高峰用电量为 200 千瓦时, 低谷用电量为 500 千瓦时, 共产生电费 292.6 元; 芳芳家 5 月份使用的均为第二档的用电额度, 其中高峰用电量为 100 千瓦时, 低谷用电量为 300 千瓦时, 共产生电费 163.2 元. 求表格中 b 和 c 的值.

(3) 若第一档花费 144 元可使用的最多电量为 n 千瓦时, 则在第三档使用 n 千瓦时的电量最多需要电费多少元? 说说你对家庭用电的建议.

【答案】(1) 2760; (2) $b = 0.618$, $c = 0.338$; (3) 434 元, 建议: 要节约家庭用电, 尽量控制高峰用电 (答案不唯一, 合理即可).

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程组的应用. 理解电费由高峰用电费用和低谷用电费用组成是解决本题的关键. 掌握最多用电量和最贵电费的求法是解决本题的易错点.

(1) 设他们家第一档高峰用电量为 x 千瓦时, 根据第一档共产生电费 1354.88 元列出方程求解可得高峰用电量, 加上低谷用电量即为 a 的值;

(2) 根据高峰用电量为 200 千瓦时, 低谷用电量为 500 千瓦时, 共产生电费 292.6 元和高峰用电量为 100 千瓦时, 低谷用电量为 300 千瓦时, 共产生电费 163.2 元. 列出方程组求解即可得到 b 和 c 的值;

(3) 最多用电量 $n =$ 第一档的总花费 $\div$ 第一档的低谷电价, 那么最多需要的电费 $= n \times$ 高峰电价, 所以需要节约用电, 尽量控制高峰用电.

【详解】解: (1) 设他们家第一档高峰用电量为 x 千瓦时.

$$0.568x + 0.288 \times 760 = 1354.88.$$

$$0.568x + 218.88 = 1354.88.$$

$$0.568x = 1136.$$

$$x = 2000.$$

$$\therefore a = 2000 + 760 = 2760;$$

$$(2) \text{ 由题意得: } \begin{cases} 200b + 500c = 292.6 \\ 100b + 300c = 163.2 \end{cases}.$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 0.618 \\ c = 0.338 \end{cases}.$$

$$\text{答: } b = 0.618, c = 0.338;$$

$$(3) n = 144 \div 0.288 = 500 \text{ (千瓦时)}.$$

$$500 \times 0.868 = 434 \text{ (元)}.$$

答: 在第三档使用 n 千瓦时的电量最多需要电费 434 元. 建议是: 要节约家庭用电, 尽量控制高峰用电 (答案不唯一, 合理即可).

五、综合题 (本题共 5 题, 共 20 分)

36. 关于 x 的不等式 $3x + b > ax - 2$ 的解集为一切实数, 则所有符合题意的实数 a, b 满足 ()

A. $a + b \geq 1$

B. $a + b > 1$

C. $a + b \leq 1$

D. $a + b < 1$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了不等式的性质、解不等式等知识点，发现解集为一切实数的条件解题的关键.

由题意可得 $(3-a)x > -2-b$ ，由题意可得 $3-a=0$ 且 $-2-b < 0$ ，解答 $a=3$ 且 $b < -2$ ，然后判断各选项即可解得.

【详解】 解： $3x+b > ax-2$

$$(3-a)x > -2-b,$$

$\because$ 关于 x 的不等式 $3x+b > ax-2$ 的解集为一切实数，

$$\therefore 3-a=0 \text{ 且 } -2-b < 0,$$

$$\therefore a=3 \text{ 且 } b > -2,$$

$$\therefore a+b > 1.$$

故选 B.

37. 已知方程组 $\begin{cases} 2x+3y+z=8 \\ 3x+5y+z=11 \end{cases}$ ，则 $x+y+z$ 的值_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查了三元一次方程组，利用整体思想解题是关键. 利用加减消元法可得 $x+2y=3$ ，再整体代入方程组求解即可.

$$\text{【详解】 解： } \begin{cases} 2x+3y+z=8 \text{ ①} \\ 3x+5y+z=11 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{由 ②-① 得： } x+2y=3 \text{ ③},$$

$$\text{将 ③ 代入 ① 得： } 2x+3y+z=x+y+z+x+2y=x+y+z+3=8,$$

$$\text{则 } x+y+z=5,$$

故答案为： 5.

38. 若 $x+y+z=30$ ， $3x+y-z=50$ ， x, y, z 都为非负实数，则 $M=5x+4y+2z$ 的取值范围是_____.

【答案】 $120 \leq M \leq 130$

【解析】

【分析】 首先根据题意列出方程组，且 $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $z \geq 0$. 进一步确定 z 的取值范围. 再将 $M=5x+4y+2z$

通过代入转化为 M 关于 z 的表达式, 进而根据 z 的取值范围确定 M 的取值范围.

【详解】解: 由题意得
$$\begin{cases} x+y+z=30 & \text{①} \\ 3x+y-z=50 & \text{②} \end{cases},$$

由②-①得 $x-z=10$, 即 $x=10+z$

由① $\times 3$ -②得 $2y+4z=40$, 即 $y=20-2z$,

又 $\because x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$, $\therefore 0 \leq z \leq 10$,

$$\therefore M = 5x + 4y + 2z = 5(10+z) + 4(20-2z) + 2z = 130 - z,$$

$$\therefore 120 \leq M \leq 130.$$

故答案为: $120 \leq M \leq 130$.

【点睛】本题考查了三元一次方程组的应用, 解决本题的关键是根据题意确定 z 的取值范围.

39. 对于未知数为 x, y 的二元一次方程组, 如果方程组的解 x, y 满足 $|x-y|=1$, 我们就说方程组的解 x 与 y 具有“邻好关系”.

(1) 方程组 $\begin{cases} 2x+5y=26 \\ 4x-2y=4 \end{cases}$ 的解 x 与 y _____ (填“具有”或“不具有”) “邻好关系”;

(2) 若方程组 $\begin{cases} 2x-y=6 \\ 4x+y=6m \end{cases}$ 的解 x 与 y 具有“邻好关系”, 求 m 的值;

(3) 未知数为 x, y 的方程组 $\begin{cases} x+ay=7 \\ 2y-x=5 \end{cases}$ 其中 a 与 x, y 都是正整数, 该方程组的解 x 与 y 是否具有“邻好

关系”? 如果具有, 请求出 a 的值及方程组的解; 如果不具有, 请说明理由.

【答案】(1) 具有 (2) $m=4$ 或 $m=6$

(3) 存在; $a=1$, 方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题主要考查了解二元一次方程组, 解绝对值方程, 求一个数的绝对值, 正确理解题意和熟知解二元一次方程组的方法是解题的关键.

(1) 先利用加减消元法求出方程组的解, 进而求出 $|x-y|$ 的值即可得到答案;

(2) 先利用加减消元法求出方程组的解, 再根据“邻好关系”的定义得到 $|x-y|=1$, 即 $|1+m-2m+4|=1$, 据此求解即可;

(3) 先利用加减消元法求出方程组的解, 再根据 a 与 x, y 都是正整数, 求出 a 的值为 1 或 2, 进而讨论当

$a=1$ 和当 $a=2$ 时, 方程组的解是否具有“邻好关系”即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x+5y=26 \text{ ①} \\ 4x-2y=4 \text{ ②} \end{cases},$$

方程②可变为 $2x-y=2$ ③,

用 ①-③ 得: $6y=24$, 解得 $y=4$,

把 $y=4$ 代入①得: $2x+20=26$,

解得: $x=3$,

$$\therefore \text{方程组的解为 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases},$$

$$\therefore |x-y|=|3-4|=1,$$

$$\therefore \text{方程组 } \begin{cases} 2x+5y=26 \\ 4x-2y=4 \end{cases} \text{ 的解 } x \text{ 与 } y \text{ 具有“邻好关系”,}$$

故答案为: 具有;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-y=6 \text{ ①} \\ 4x+y=6m \text{ ②} \end{cases},$$

用 ①+② 得: $6x=6+6m$,

解得: $x=1+m$,

把 $x=1+m$ 代入①得: $2(1+m)-y=6$,

解得 $y=2m-4$,

$$\therefore \text{方程组的解为 } \begin{cases} x=1+m \\ y=2m-4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{方程组 } \begin{cases} 2x-y=6 \\ 4x+y=6m \end{cases} \text{ 的解 } x \text{ 与 } y \text{ 具有“邻好关系”,}$$

$$\therefore |x-y|=1,$$

$$\therefore |1+m-2m+4|=1, \text{ 即 } |5-m|=1,$$

$$\therefore 5-m=1 \text{ 或 } 5-m=-1,$$

$$\therefore m=4 \text{ 或 } m=6;$$

【小问3详解】

$$\text{解: } \begin{cases} x+ay=7 \text{ ①} \\ 2y-x=5 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{用 ①+② 得: } ay+2y=12, \text{ 解得 } y=\frac{12}{a+2},$$

$$\text{把 } y=\frac{12}{a+2} \text{ 代入到 ② 得: } \frac{24}{a+2}-x=5,$$

$$\text{解得 } x=\frac{24}{a+2}-5,$$

$$\therefore \text{方程组的解为 } \begin{cases} x=\frac{24}{a+2}-5 \\ y=\frac{12}{a+2} \end{cases},$$

$\therefore a$ 与 x, y 都是正整数,

$$\therefore \frac{12}{a+2} \text{ 是正整数,}$$

$\therefore (a+2)$ 一定是 12 的正因数,

$\therefore (a+2)$ 的值可以为 3 或 4 或 6 或 12,

$$\text{又 } \therefore \frac{24}{a+2}-5 \text{ 也是正整数,}$$

$\therefore (a+2)$ 的值可以为 3 或 4,

$\therefore a$ 的值可以为 1 或 2,

$$\text{当 } a=1 \text{ 时, 方程组的解为 } \begin{cases} x=\frac{24}{a+2}-5=3 \\ y=\frac{12}{a+2}=4 \end{cases},$$

$\therefore$ 此时 $|x-y|=|3-4|=1$, 即此时该方程组的解 x 与 y 具有“邻好关系”;

$$\text{当 } a=2 \text{ 时, 方程组的解为 } \begin{cases} x=\frac{24}{a+2}-5=1 \\ y=\frac{12}{a+2}=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 此时 $|x-y|=|1-3|=2$, 即此时该方程组的解 x 与 y 不具有“邻好关系”;

综上所述, 存在 $a=1$, 方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ 时, 该方程组的解 x 与 y 具有“邻好关系”.

40. 对于任意一个三位数正整数 m (各个数位上的数字互不相同且都不为零), 将 m 三个数位上的数字交换顺序, 可以得到 5 个不同的数, 把这 6 个数的和与 111 的商记为 m 的星河数 $T(m)$. 例如 $m=234$, 可以得到 243、324、342、423、432 这 5 个不同的数, 这 6 个数的和为 $234+243+324+342+423+432=1998$, 因为 $1998 \div 111=18$, 所以 234 的星河数 $T(234)=18$.

(1) 计算 $T(169)$ 的值是_____;

(2) 若 p 和 q 都是各个数位上的数字互不相同且都不为零的三位正整数, p 的十位和个位上的数字分别是 6 和 3, 3 和 7 分别是 q 的百位和个位上的数字, 且 p 的百位上的数字比 q 的十位上的数字大 3. 若 $15T(p)+17T(q)=828$, 则 $p+q$ 的值_____.

【答案】 (1) 32

(2) 890

【解析】

【分析】 本题考查新定义下的运算、二元一次方程组的应用, 理解新定义公式, 根据题意正确列出方程是解答的关键.

(1) 根据星河数 $T(m)$ 的定义公式求解即可;

(2) 设 $p=100x+63, q=307+10y$, 根据星河数的定义公式求出 $T(p)$ 、 $T(q)$, 然后根据题意分别列出关于 x 、 y 的方程组, 解出 x 、 y 值, 即可求得 p 、 q 值.

【小问 1 详解】

解: 根据题意: $T(169)=\frac{169+196+619+691+916+961}{111}=32$;

【小问 2 详解】

解: 设 $p=100x+63, q=307+10y$, 则: $y=x-3$,

则: $T(p)=\frac{100x+63+100x+36+306+10x+360+x+603++10x+630+x}{111}=18+2x$,

$T(q)=\frac{100y+37+100y+73+307+10y+370+y+703++10y+730+y}{111}=20+2y$

$=20+2(x-3)$

$=14+2x$,

由 $15T(p) + 17T(q) = 828$ 得: $15 \times (18 + 2x) + 17(14 + 2x) = 828$,

解得: $x = 5$, 则 $y = 2$,

$\therefore p = 563, q = 327$.

$\therefore p + q = 563 + 327 = 890$.