

2024 学年度第二学期六年级数学学科

自适应练习

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共有 8 题, 每题 3 分, 满分 24 分)

1. 如果 x 、 y 都不为零, 且 $4x = 5y$, 那么下列比例中, 正确的是 ()

A. $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$

B. $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$

C. $\frac{x}{4} = \frac{5}{y}$

D. $\frac{x}{5} = \frac{4}{y}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查比例的性质, 比例的内项之积等于外项之积;
根据比例的性质进行判断即可.

【详解】解: A. 由 $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$ 可得 $5x = 4y$, 故不正确;

B. 由 $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$ 可得 $4x = 5y$, 故正确;

C. 由 $\frac{x}{4} = \frac{5}{y}$ 可得 $xy = 20$, 故不正确;

D. 由 $\frac{x}{5} = \frac{4}{y}$ 可得 $xy = 20$, 故不正确;

故选: B.

2. 下列方程组中, 属于二元一次方程组的是 ()

A. $\begin{cases} x + y = -2 \\ y + z = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = 1 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} xy + 1 = y \\ 2y = 3x \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ y = 4 - x \end{cases}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查二元一次方程组的基本概念, 组成二元一次方程组的两个方程应共含有两个未知数, 且含未知数的项最高次数都是一次, 方程的两边都是整式, 那么这样的方程组叫做二元一次方程组. 根据二元一次方程组的定义逐项分析即可.

【详解】根据二元一次方程组的定义, 需满足: ①共含两个未知数; ②每个方程都是整式方程且次数为一次.

- A. $\begin{cases} x+y=-2 \\ y+z=3 \end{cases}$ 方程组含三个未知数 x, y, z ，不符合“二元”条件，排除；
- B. $\begin{cases} 2x+\frac{1}{y}=1 \\ x-3y=0 \end{cases}$ 含分式 $\frac{1}{y}$ ，不是整式方程，排除；
- C. $\begin{cases} xy+1=y \\ 2y=3x \end{cases}$ 含二次项 xy ，次数为二次，排除；
- D. $\begin{cases} 3x-y=4 \\ y=4-x \end{cases}$ 两个方程均为整式方程，仅含 x, y 两个未知数且次数均为一次，符合定义。

故选：D.

3. 下列方程组中，解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 的方程组是 ()

A. $\begin{cases} x+y=3 \\ x-2y=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x-y=0 \\ x+2y=4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x-y=1 \\ x+3y=3 \end{cases}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了二元一次方程组的解，能熟记二元一次方程组的解的定义是解此题的关键。

将解 $x=2, y=1$ 代入各选项的方程组，验证是否同时满足两个方程。

【详解】A、把 $x=2, y=1$ 代入第一个方程 $x+y: 2+1=3$ ，等式成立，

代入第二个方程 $x-2y: 2-2 \times 1=2-2=0$ ，等式成立。所以该选项正确；

B、把 $x=2, y=1$ 代入第一个方程 $x+2y: 2+2 \times 1=4 \neq 3$ ，等式不成立。所以该选项错误；

C、把 $x=2, y=1$ 代入第一个方程 $2x-y: 2 \times 2-1=3 \neq 0$ ，等式不成立。所以该选项错误；

D、把 $x=2, y=1$ 代入第二个方程 $x+3y: 2+3 \times 1=5 \neq 3$ ，等式不成立。所以该选项错误。

故选：A.

4. 下列的事件中，属于确定事件的是 ()

- A. 明天会下雨 B. 小普过马路时正好遇到红灯
C. 地球绕着太阳转 D. 抛掷一枚硬币，落地后正面朝上

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了确定事件，理解概念是解决这类基础题的主要方法.

确定事件分为必然事件和不可能事件. 必然事件指在一定条件下必定发生的事件，不可能事件指一定不会发生的事件. 其他可能发生也可能不发生的事件称为随机事件.

【详解】 A、“明天会下雨”是随机事件，因为天气具有不确定性，无法确定明天是否必然下雨；

B、“小普过马路时正好遇到红灯”是随机事件，交通信号灯的变化具有随机性，无法提前确定；

C、“地球绕着太阳转”是必然事件，根据科学常识，地球的公转是自然规律，必然发生，属于确定事件；

D、“抛掷一枚硬币，落地后正面朝上”是随机事件，硬币落地后可能正面或反面朝上，结果不确定.

故选：C.

5. 某地区有 10 所高中和 40 所初中，共 50 所中学. 要了解该地区中学生的视力情况，下列用抽查方式获得的数据中最能反映该地区中学生视力情况的是 ()

A. 从该地区随机选取一所中学里的学生进行调查

B. 从该地区 40 所初中里随机选取 400 名学生进行调查

C. 从该地区 50 所中学的学生中随机选取 800 名学生进行调查

D. 从该地区一所高中和一所初中里各选取一个年级的学生进行调查

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了抽样调查的知识. 抽取样本注意事项就是要考虑样本具有广泛性与代表性. 所谓代表性，就是抽取的样本必须是随机的，即各个方面，各个层次的对象都要有所体现. 据此逐项分析判断即可.

【详解】 解：A、从该地区随机选取一所中学里的学生进行调查，样本量小且无法代表所有学校，不具有普遍性，本选项不符合题意；

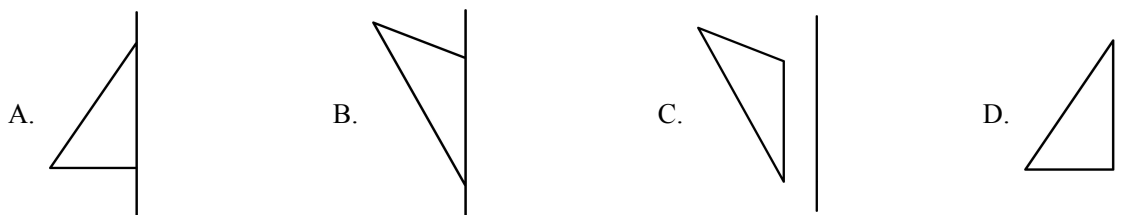
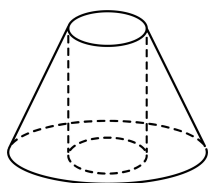
B、从该地区 40 所初中里随机选取 400 名学生进行调查，忽略高中生，覆盖不全，本选项不符合题意；

C、从该地区 50 所中学的学生中随机选取 800 名学生进行调查，覆盖了高中和初中，样本量大且具有代表性，本选项符合题意；

D、从该地区一所高中和一所初中里各选取一个年级的学生进行调查，样本量不足且随机性差，本选项不符合题意.

故选：C.

6. 下列平面图形沿轴旋转一周，可以得到如图所示的几何体的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了点、线、面、体，熟悉并判断出旋转后的立体图形是解题的关键．根据面动成体判断出各选项中旋转得到立体图形即可得出答案．

【详解】A、旋转一周为圆锥，不符合题意；

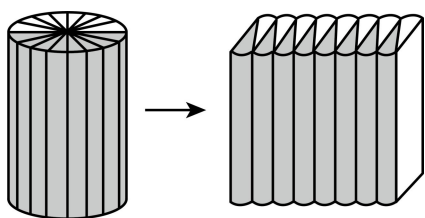
B、旋转一周为倒立的圆锥且底面凹进去一个圆锥，不符合题意；

C、旋转一周能够得到的几何体与原题图形位置反过来了，不符合题意；

D、旋转一周能够得到原题图形，符合题意；

故选：D．

7. 如图，把一个底面周长为12.56厘米的圆柱切成若干等份，拼成一个近似的长方体，切拼后表面积增加了80平方厘米，那么原来这个圆柱的高是（ π 取3.14）（ ）



A. 10cm

B. 20cm

C. 40cm

D. 80cm

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了圆柱的表面积，设圆柱的底面半径为 r ，高为 h ，由图可知：增加的表面积为 $2rh$ ，据此即可求解；

【详解】解：设圆柱的底面半径为 r ，高为 h ，

由题意得： $2\pi r = 12.56$ ，解得 $r = 2\text{cm}$ ；

由图可知：增加的表面积为 $2rh$ ，

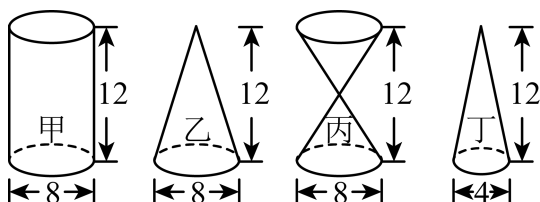
$$\therefore 2rh = 80;$$

解得： $h = 20\text{cm}$ ，

故选：B

8. 四个立体图形如图所示，给出这四个立体图形体积之间的关系：① $V_{\text{甲}} = 3V_{\text{乙}}$ ，② $V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}}$ ，③ $V_{\text{乙}} = 2V_{\text{丁}}$ ，

④ $V_{\text{甲}} = 12V_{\text{丁}}$ ．这四个关系式中正确的是（ ）



A. ①③

B. ①④

C. ①②③

D. ①②④

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥与圆柱的体积计算，根据圆锥与圆柱的体积计算公式分别计算图四幅图的体积即可得到答案.

【详解】 解： $V_{\text{甲}} = \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 12 = 192\pi$ ，

$$V_{\text{乙}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 12 = 64\pi，$$

$$V_{\text{丙}} = 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 6 = 64\pi，$$

$$V_{\text{丁}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{4}{2}\right)^2 \times 12 = 16\pi，$$

$$\therefore V_{\text{甲}} = 3V_{\text{乙}}，V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}}，V_{\text{乙}} = 4V_{\text{丁}}，V_{\text{甲}} = 12V_{\text{丁}}，$$

$\therefore$ 正确的有①②④，

故选：D.

二、填空题（本大题共有 10 题，每题 3 分，满分 30 分）

9. 化简： $\frac{1}{3} \div \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查分数的比，将比化为乘法，利用分数的乘法运算求解即可得到答案．掌握分数的乘除运算法则是解决问题的关键．

【详解】 解： $\frac{1}{3} \div \frac{1}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{3}$ ，

故答案为： $\frac{5}{3}$ ．

10. 已知 b 是 a 和 c 的比例中项，且 $a:b=3:2$ ，那么 $b:c=$ _____．

【答案】 3:2

【解析】

【分析】 本题考查了比例的基本性质，理解比例中项，比例的基本性质是关键．

根据比例中项得到 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ ，由此即可求解．

【详解】 解： $\because b$ 是 a 和 c 的比例中项，

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c},$$

$$\because a:b=3:2,$$

$$\therefore b:c=3:2,$$

故答案为： 3:2 ．

11. 已知 $a:b=5:3, b:c=6:7$ ，则 $a:b:c=$ _____．

【答案】 10:6:7

【解析】

【分析】 根据比例的基本性质求解即可．

【详解】 解： 由题意，可设 $b=6x$ ，则 $c=7x$ ，

$$\because a:b=5:3,$$

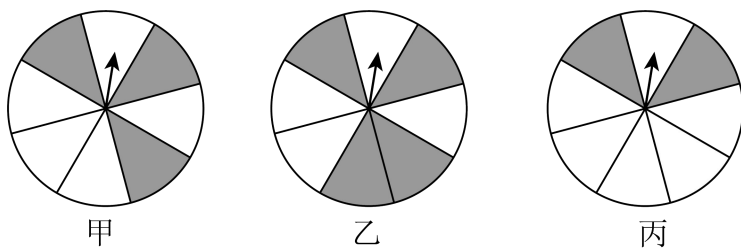
$$\therefore a=10x.$$

$$\therefore a:b:c=10x:6x:7x=10:6:7.$$

故答案为： 10:6:7 ．

【点睛】 本题主要考查比例的基本性质，熟练掌握比例的性质是解决本题的关键．

12. 如图，甲、乙、丙三个圆形转盘都被平均分成 8 个扇形，分别转动这三个转盘，停止转动时，“指针落在灰色区域内”可能性最大的是_____转盘．（填“甲”、“乙”或“丙”）



【答案】乙

【解析】

【分析】本题考查利用概率公式求概率，解题关键是熟练掌握概率公式.
利用概率公式求概率即可.

【详解】解：甲图中指针落在灰色区域内的概率为： $\frac{3}{8}$ ，

乙图中指针落在灰色区域内的概率为： $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ，

丙图中指针落在灰色区域内的概率为： $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ，

$$\therefore \frac{1}{4} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 乙图中指针落在灰色区域内的可能性最大，

故答案为：乙.

13. 六年级(2)班共有 47 人到校上课, 另有 2 人病假, 1 人事假, 那么这一天该班的学生的出勤率是_____.

【答案】94%

【解析】

【分析】利用到校上课的人数除以该班学生的总人数即可得.

【详解】解：这一天该班的学生的出勤率是 $47 \div (47 + 1 + 2) = 94\%$ ，

故答案为：94%.

【点睛】本题考查了百分数的应用，正确列出运算式子是解题关键.

14. 某工厂去年的产值是 300 万元，今年的产值是 357 万元，那么今年的产值比去年增长了_____%.

【答案】19

【解析】

【分析】本题考查增长率，根据题意，结合增长率公式代值求解即可得到答案. 熟记增长率公式，读懂题意是解决问题的关键.

【详解】解：今年的产值比去年增长了 $\frac{357 - 300}{300} \times 100\% = 19\%$ ，

故答案为：19.

15. 一个扇形的面积是它所在圆的面积的 $\frac{9}{20}$ ，则这个扇形的圆心角是_____.

【答案】 162°

【解析】

【分析】 根据扇形的面积是它所在圆的面积的 $\frac{9}{20}$ ，可得这个扇形的圆心角占周角的 $\frac{9}{20}$ ，从而求出结论.

【详解】 解： $\because$ 扇形的面积是它所在圆的面积的 $\frac{9}{20}$ ，

$\therefore$ 这个扇形的圆心角是 $360^\circ \times \frac{9}{20} = 162^\circ$.

故答案为： 162° .

【点睛】 此题考查的是根据扇形的面积占它所在圆的面积的分率，求圆心角的度数，掌握扇形的面积占它所在圆的面积的分率等于这个扇形的圆心角占周角的分率是解题关键.

16. 《九章算术》中有一道“甲乙持钱”问题，大意如下：有甲、乙两人各自带了一些钱，如果乙把其一半的钱给甲，那么甲的钱数为 50；如果甲把其三分之二的钱给乙，那么乙的钱数也为 50，问甲、乙原有多少钱？设甲原有的钱数为 x ，乙原有的钱数为 y ，那么可列出方程组是_____.

【答案】
$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的运用，理解数量关系列式是关键.

根据题意列方程组即可.

【详解】 解： 设甲原有的钱数为 x ，乙原有的钱数为 y ，

乙把其一半的钱给甲，那么甲的钱数为 50，

$$\therefore x + \frac{1}{2}y = 50,$$

甲把其三分之二的钱给乙，那么乙的钱数也为 50，

$$\therefore \frac{2}{3}x + y = 50,$$

$$\therefore \text{列出方程组是} \begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases},$$

故答案为:
$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50 \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}.$$

17. 圆环是由两个同心圆所围成的平面图形, 即由外圆的内部与内圆的外部组成的区域, 两个圆的半径之差称为环宽. 如果一个圆环的外圆半径等于内圆直径, 那么将此圆环称为“平等圆环”. 环宽是 5cm 的“平等圆环”的面积是_____ cm^2 . (结果保留 π)

【答案】 75π

【解析】

【分析】 本题考查了圆的面积的计算, 理解题意, 掌握圆的面积的计算是关键.

根据题意, 设内部圆的直径为 $2r$, 则内部圆的半径为 r , 外部圆的半径为 $2r$, 结合“平等圆环”的概念得到内部圆的半径为 5cm , 外部圆的半径为 10cm , 根据圆的面积公式, 圆环面积的计算即可求解.

【详解】 解: 如果一个圆环的外圆半径等于内圆直径, 那么将此圆环称为“平等圆环”,

$\therefore$ 设内部圆的直径为 $2r$, 则内部圆的半径为 r , 外部圆的半径为 $2r$,

$\therefore$ 环宽为 $2r - r = r = 5\text{cm}$,

$\therefore$ 内部圆的半径为 5cm , 外部圆的半径为 10cm ,

$\therefore$ “平等圆环”的面积是 $\pi \times 10^2 - \pi \times 5^2 = 75\pi$,

故答案为: 75π .

18. 在“幻方拓展课程”探索中, 小普在如图所示的 3×3 的方格内填入了一些数及字母, 如果方格中各行、各列及对角线上的三个数之和都相等, 那么 $x + y + z$ 的值是_____.

x	7	6
9	y	1
4	3	z

【答案】 15

【解析】

【分析】 本题考查“幻方”相关问题, 根据题意, 列出方程组, 由加减消元法解三元一次方程组得到
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 8 \end{cases}$$

代入求解即可得到答案. 了解“幻方”知识, 掌握消元法解三元一次方程组的方法步骤是解决问题的关键.

【详解】解：由题意可得
$$\begin{cases} x+y+z=x+7+6 \\ x+y+z=9+y+1, \\ x+y+z=4+3+z \end{cases}$$

化简得
$$\begin{cases} y+z=13 \\ x+z=10, \\ x+y=7 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=2 \\ y=5, \\ z=8 \end{cases}$$

$\therefore x+y+z=2+5+8=15,$

故答案为：15.

三、解答题（本大题共有 7 题，第 19 题每小题 4 分，共 8 分，第 20 题 4 分，第 21 题 5 分，第 22、23 题每题 6 分，第 24 题 7 分，第 25 题 10 分，满分 46 分）

19. 解方程组：

(1)
$$\begin{cases} 5x-2y=3 \\ x+4y=5 \end{cases};$$

(2)
$$\begin{cases} x-4y=4 \\ 2x+y+z=18. \\ x-y-z=6 \end{cases}$$

【答案】(1)
$$\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} x=8 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】本题主要考查解二元一次方程组，三元一次方程组，掌握消元法是关键.

(1) 运用加减消元法求解即可；

(2) 先消去 z 转换为二元一次方程组，运用加减消元法求解即可.

【小问 1 详解】

解：
$$\begin{cases} 5x-2y=3 \textcircled{1} \\ x+4y=5 \textcircled{2} \end{cases},$$

$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2}$ 得， $(10x-4y) + (x+4y) = 6+5,$

整理得, $11x = 11$,

解得, $x = 1$,

把 $x = 1$ 代入②得, $1 + 4y = 5$,

解得, $y = 1$,

∴ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$;

【小问 2 详解】

解: $\begin{cases} x - 4y = 4 \text{①} \\ 2x + y + z = 18 \text{②} \\ x - y - z = 6 \text{③} \end{cases}$

② + ③ 得, $3x = 24$,

解得, $x = 8$,

把 $x = 8$ 代入①得, $8 - 4y = 4$,

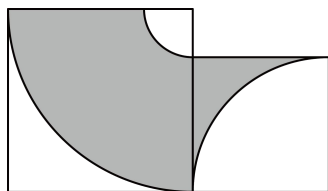
解得, $y = 1$,

把 $x = 8, y = 1$ 代入③得, $8 - 1 - z = 6$,

解得, $z = 1$,

∴ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$.

20. 如图, 两个相邻的正方形边长分别是 8cm 和 6cm , 求图中阴影部分的周长. (结果保留 π)



【答案】 $8\pi + 12(\text{cm})$

【解析】

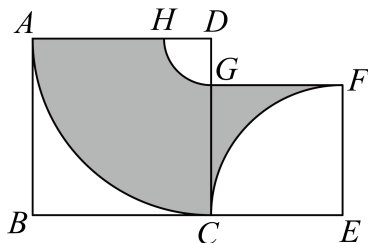
【分析】 本题主要考查圆周长的计算, 理解图示, 掌握周长的计算公式是关键.

根据题意, 分别算出 $DG = CD - CG = 2\text{cm}$, $AH = CG = 6\text{cm}$, $C_{\text{弧}AC} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 8 = 4\pi(\text{cm})$,

$C_{\text{弧}GH} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 2 = \pi (cm)$, $C_{\text{弧}CF} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 6 = 3\pi (cm)$, 根据阴影部分的周长为

$AH + C_{\text{弧}AC} + C_{\text{弧}CF} + FG + C_{\text{弧}GH}$, 代入计算即可.

【详解】解: 如图所示,



根据题意, $AB = BC = CD = AD = 8cm$, $CE = EF = FG = CF = 6cm$,

$\angle A = \angle B = \angle BCD = \angle D = \angle DCE = \angle E = \angle F = \angle CGF = 90^\circ$,

$\therefore DG = CD - CG = 2cm$, $AH = CG = 6cm$,

$\therefore C_{\text{弧}AC} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 8 = 4\pi (cm)$, $C_{\text{弧}GH} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 2 = \pi (cm)$, $C_{\text{弧}CF} = \frac{1}{4} \times 2\pi \times 6 = 3\pi (cm)$,

$\therefore$ 阴影部分的周长为 $AH + C_{\text{弧}AC} + C_{\text{弧}CF} + FG + C_{\text{弧}GH}$

$= 6 + 4\pi + 3\pi + 6 + \pi$

$= 8\pi + 12 (cm)$.

21. 三年前, 小普将 2000 元压岁钱存入银行, 存期为 3 年, 年利率是 2.75%, 今年到期后, 小普取出利息, 准备用该利息给妈妈购买一份生日礼物. 下面是小普预选的两种礼物:

礼物 A: 一个按摩仪, 原价 240 元, 有七五折优惠活动;

礼物 B: 一条丝巾, 价格 210 元, 有“满 200 减 50”活动.

请你通过计算帮小普选择一份可以购买的生日礼物.

【答案】丝巾

【解析】

【分析】本题考查计算解应用题, 先求出利息, 再分别计算礼物 A 和礼物 B 的费用, 比较大小确定选择. 掌握相关计算, 按题意比较大小是解决问题的关键.

【详解】解: 利息为 $2000 \times 2.75\% \times 3 = 165$,

礼物 A 费用: $240 \times 0.75 = 180 > 165$, 购买不了;

礼物 B 费用: $210 - 50 = 160 < 165$, 可以购买;

综上所述, 选择购买丝巾.

22. 如图 1, 蛋筒冰激凌的蛋筒外壳 (不计厚度) 可近似看作圆锥, 其母线长为 12cm, 底面圆直径长为 8cm.

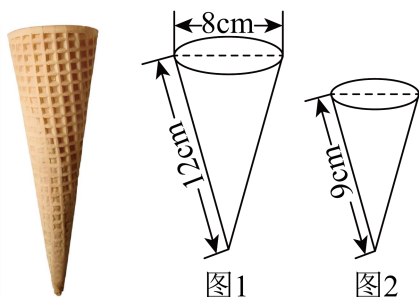


图1

图2

- (1) 求该冰激凌蛋筒外壳侧面展开图圆心角的大小；
- (2) 当冰激凌连同蛋筒外壳被吃掉一部分后，若仍将其外壳近似看作圆锥（如图2），其母线长为9cm，求此时冰激凌蛋筒外壳的侧面积。（结果保留 π ）

【答案】 (1) 120°

(2) $27\pi \text{ cm}^2$

【解析】

【分析】 本题考查圆锥的计算，掌握扇形的面积两个计算公式是解题的关键.

(1) 设该冰激凌蛋筒外壳侧面展开图圆心角的大小为 n° ，根据扇形面积的两个公式，即 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360}$ 和

$S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}rl$ 列关于 n 的方程并求解即可；

(2) 根据扇形面积公式解：计算即可.

【小问1详解】

解：设该冰激凌蛋筒外壳侧面展开图圆心角的大小为 n° .

根据题意，得 $\frac{n}{360}\pi \times 12^2 = \frac{1}{2} \times 12 \times 8\pi$,

解得 $n = 120$.

答：该冰激凌蛋筒外壳侧面展开图圆心角的大小为 120° .

【小问2详解】

解： $\frac{120}{360}\pi \times 9^2 = 27\pi (\text{cm}^2)$.

答：此时冰激凌蛋筒外壳的侧面积为 $27\pi \text{ cm}^2$.

23. 随着对人们交通安全意识的增强，某城镇居民开始积极购买头盔以保证骑行安全. 某小店购进A种头盔3个和B种头盔4个共需345元，A种头盔4个和B种头盔3个共需390元.

- (1) A、B两种头盔的单价各是多少元？
- (2) 该店计划正好用450元购进A、B两种头盔共12个，销售1个A种头盔可获利35元，销售1个B种

头盔可获利 15 元. 假如这些头盔全部售出, 该店共可获利多少元?

【答案】(1) A 种头盔的单价为 75 元, B 种头盔的单价为 30 元

(2) 这些头盔全部售出, 该店共可获利 220 元

【解析】

【分析】本题主要考查二元一次方程组, 一元一次方程的运用, 理解数量关系, 正确列式求解是关键.

(1) 设 A 种头盔的单价为 x 元, B 种头盔的单价为 y 元, 由此列式求解即可;

(2) 设购进 A 种头盔 a 个, 则购进 B 种头盔 $(12-a)$ 个, 由此列式得到购进 A 种头盔 2 个, 则购进 B 种头盔 10 个, 结合题意即可求解.

【小问 1 详解】

解: 设 A 种头盔的单价为 x 元, B 种头盔的单价为 y 元,

$$\therefore \begin{cases} 3x + 4y = 345 \\ 4x + 3y = 390 \end{cases},$$

解得, $\begin{cases} x = 75 \\ y = 30 \end{cases},$

$\therefore A$ 种头盔的单价为 75 元, B 种头盔的单价为 30 元;

【小问 2 详解】

解: 设购进 A 种头盔 a 个, 则购进 B 种头盔 $(12-a)$ 个,

$$\therefore 75a + 30(12-a) = 450,$$

解得, $a = 2,$

$\therefore$ 购进 A 种头盔 2 个, 则购进 B 种头盔 10 个,

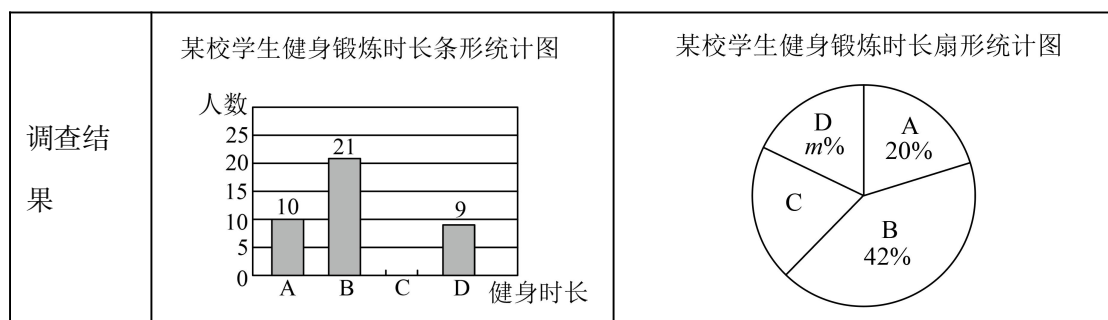
$\therefore$ 销售 1 个 A 种头盔可获利 35 元, 销售 1 个 B 种头盔可获利 15 元,

$$\therefore 35 \times 2 + 15 \times 10 = 220 \text{ (元)},$$

$\therefore$ 这些头盔全部售出, 该店共可获利 220 元.

24. 国务院发布《全民健身计划 (2021-2025 年)》后, 某校兴趣小组为了解该校学生每天健身锻炼时长的情况, 通过抽查形成了如下《调查报告》(不完整).

调查内容	同学, 你每天健身锻炼的总时长为_____. (每组含最小值, 不含最大值)
	A. 0-0.5 小时 B. 0.5-1 小时 C. 1-1.5 小时 D. 1.5 小时及以上



根据《调查报告》的信息，解答下列问题：

- (1) 此次抽查中，一共抽查了_____名学生， $m = \underline{\hspace{1cm}}$ ，图中“C”部分所对应的扇形的圆心角为_____°；
- (2) 请将条形统计图补充完整；
- (3) 根据抽查结果，请你估计该校 1200 名学生中大约有多少名学生每天健身活动的总时长为1.5小时及以上？
- (4) 根据以上信息，学校开展了丰富多彩的健身活动。一段时间后对原参加调查的同学追踪调查，发现：C 组人数没有改变，D 组人数与 B 组人数之比为 2:5，并且 A 组人数是 D 组人数的 $\frac{1}{2}$ 。请计算现在 B 组和 D 组的人数。

【答案】 (1) 50，18，72 (2) 补全图形见详解

(3) 该校 1200 名学生中大约有 216 名学生每天健身活动的总时长为1.5 小时及以上

(4) B 组人数为 25 人，D 组人数为 10 人

【解析】

【分析】 本题主要考查调查与统计的相关计算，一元一次方程的运用，掌握百分比估算总体数量，圆心角的计算，一元一次方程的计算是关键。

- (1) 根据样本百分比估算样本容量，扇形图中某项百分比的计算，圆心角度数的计算方法求解即可；
- (2) 根据样本容量及各组人数得到 C 组人数，即可补全图形；
- (3) 样本种每天健身活动的总时长为1.5 小时及以上的是 D 组，百分比是18%，根据样本百分比估算总体数量即可求解；

(4) 设 D 组人数为 $2x$ 人，B 组人数为 $5x$ 人，则 A 组人数为 $\frac{1}{2} \times 2x = x$ (人)，由此列方程求解即可。

【小问 1 详解】

解：A 组有 10 人，百分比为 20%，

$\therefore 10 \div 20\% = 50$ ，

$\therefore$ 此次抽查中，一共抽查了 50 名同学，

D 组有 9 人,

$$\therefore m\% = \frac{9}{50} \times 100\% = 18\%,$$

$$\therefore m = 18,$$

C 组的人数为 $50 - 10 - 21 - 9 = 10$ (人),

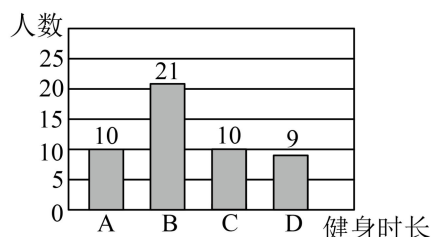
$$\therefore \text{C 组的圆心角度数为 } 360^\circ \times \frac{10}{50} = 72^\circ,$$

故答案为: 50, 18, 72;

【小问 2 详解】

解: C 组的人数为 10 人, 补全图形如下,

某校学生健身锻炼时长条形统计图



【小问 3 详解】

解: 样本种每天健身活动的总时长为 1.5 小时及以上的是 D 组, 百分比是 18%,

$$\therefore 1200 \times 18\% = 216 \text{ (人)},$$

$\therefore$ 该校 1200 名学生中大约有 216 名学生每天健身活动的总时长为 1.5 小时及以上;

【小问 4 详解】

解: D 组人数与 B 组人数之比为 2:5,

$$\therefore \text{设 D 组人数为 } 2x \text{ 人, B 组人数为 } 5x \text{ 人, 则 A 组人数为 } \frac{1}{2} \times 2x = x \text{ (人)},$$

$$\therefore x + 5x + 10 + 2x = 50,$$

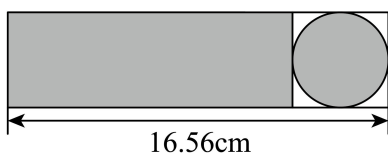
解得, $x = 5$,

$\therefore$ B 组人数为 25 人, D 组人数为 10 人.

25. 综合与实践: 用长方形铁皮制作无盖的圆柱形容器

实践方案: 将一块长方形铁皮裁剪成两个小长方形铁片: 其中一个长方形铁片作为圆柱的侧面; 在另一个长方形铁片中剪出一个最大的圆面作为底面. (不考虑连接的重叠部分)

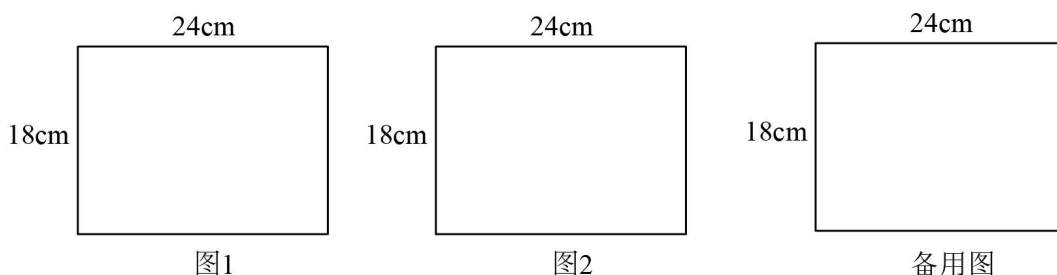
【任务一】如图, 已知长方形铁皮的长为 16.56cm, 按图中的裁剪方式剪出的长方形和圆正好能做一个无盖的圆柱形容器, 求这个圆柱形容器的体积. (π 取 3.14)



【任务二】如图 1，用一块长为 24cm，宽为 18cm 的长方形铁皮制作无盖圆柱形容器。

方案 A：如果以 24cm 作为无盖圆柱形容器底面圆的周长，请计算此时圆柱形容器的体积，并在图 1 上画出裁剪示意图。（标注尺寸， π 取 3）

方案 B：如果要求制作的无盖圆柱形容器的体积最大，请设计出符合要求的方案，并在图 2 上画出裁剪示意图，同时通过计算说明理由。（标注尺寸， π 取 3）



【任务三】为了提高长方形铁皮的利用率，完成方案 A、B 后，在各自剩余材料中先裁剪一个尽可能大的长方形铁片，再在长方形铁片的内部截取一个尽可能大的完整半圆面，将其制作成一个无底面的圆锥形容器，此时在方案 A 和方案 B 中，哪种方案对长方形铁皮的利用率更高？（材料不拼接使用， π 取 3）

【答案】任务一： 50.24cm^3 ；任务二：见详解；任务三：方案 B 利用率更高

【解析】

【分析】该题考查了圆柱的体积和展开图，圆面积，理解题意是解题的关键。

任务一：设圆柱底面圆半径为 r ，根据题意可得 $2r + 2\pi r = 16.56$ ，得出 $r = 2\text{cm}$ ，根据圆柱的体积公式求解即可。

任务二：方案 A：根据题意可得 $r = 24 \div (2\pi) = 4\text{cm}$ ，故圆柱形容器的高 10cm，根据圆柱的体积公式求解再画出示意图即可；

方案 B：以 18cm 作为无盖圆柱形容器底面圆的周长，则 $r = 18 \div (2\pi) = 3\text{cm}$ ，故圆柱形容器的高 18cm，根据圆柱的体积公式求解再画出示意图即可；

任务三：如图 1，方案 A 剩余部分最大长方形铁片的长和宽分别为 16cm，8cm，则该半圆的半径为 8cm，根据利用率 = (半圆面积 + 圆的面积 + 小长方形的面积) $\div$ 大长方形的面积求解即可；如图 2，方案 B 剩余部分最大长方形铁片的长和宽分别为 12cm，6cm，则该半圆的半径为 6cm，根据利用率 = (半圆面积 + 圆的面积 + 小长方形的面积) $\div$ 大长方形的面积求解即可。

【详解】解：任务一：设圆柱底面圆半径为 r ，

根据题意可得 $2r + 2\pi r = 16.56$,

即 $2r + 6.28r = 16.56$,

解得: $r = 2\text{cm}$,

则这个圆柱形容器的体积 $= \pi r^2 \times 2r \approx 3.14 \times 2^2 \times 2 \times 2 = 50.24\text{cm}^3$.

任务二: 方案 A: 根据题意可得 $r = 24 \div (2\pi) = 24 \div 6 = 4\text{cm}$,

故圆柱容器的高 $= 18 - 2 \times 4 = 10\text{cm}$,

该圆柱形容器的体积 $= 10 \times \pi \times 4^2 = 10 \times 3 \times 16 = 480\text{cm}^3$,

示意图如下:

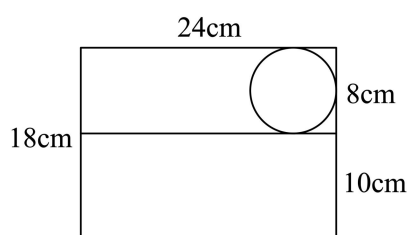


图1

方案 B: 以 18cm 作为无盖圆柱容器底面圆的周长,

则 $r = 18 \div (2\pi) = 18 \div 6 = 3\text{cm}$,

故圆柱容器的高 $= 24 - 2 \times 3 = 18\text{cm}$,

示意图如下:

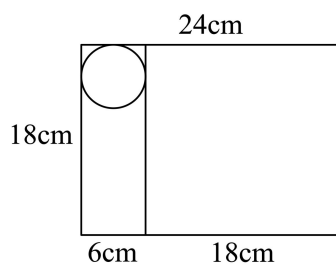


图2

该圆柱形容器的体积 $= 18 \times \pi \times 3^2 = 18 \times 3 \times 9 = 486\text{cm}^3$,

$486 > 180$,

故以 18cm 作为无盖圆柱容器底面圆的周长时体积最大.

任务三: 如图 1, 方案 A 剩余部分最大长方形铁片的长和宽分别为 $24 - 8 = 16\text{cm}$, 8cm ,

$\therefore 16 = 2 \times 8$,

$\therefore$ 该半圆的半径为 8cm ,

$\therefore$ 该半圆的面积 $= \frac{1}{2} \pi \times 8^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 8^2 = 96\text{cm}^2$,

$$\text{利用率} = \frac{96 + 3 \times 4^2 + 10 \times 24}{24 \times 18} \times 100\% \approx 88.9\% ;$$

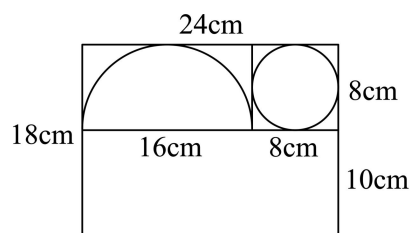


图1

如图 2, 方案 B 剩余部分最大长方形铁片的长和宽分别为 $18 - 6 = 12\text{cm}$, 6cm ,

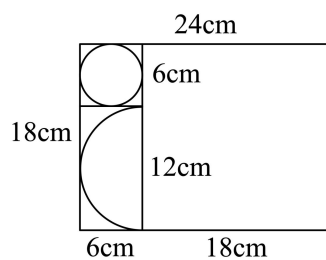


图2

$$\therefore 12 = 2 \times 6 ,$$

$\therefore$ 该半圆的半径为 6cm ,

$$\therefore \text{该半圆的面积} = \frac{1}{2} \pi \times 6^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 6^2 = 54\text{cm}^2 ,$$

$$\text{利用率} = \frac{54 + 3 \times 3^2 + 18 \times 18}{18 \times 24} \times 100\% \approx 93.8\% ;$$

$$\therefore 93.8\% > 88.9\% ,$$

故方案 B 利用率更高.