

2024 学年第二学期 期末质量检测

六年级 数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分 本卷如无特别说明, π 取 3.14)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 我们在解二元一次方程组
$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x = 2y \end{cases}$$
 时, 可将 $x = 2y$ 代入 $2x + y = 10$ 中, 消去 x 从而求解, 这种解法体现的数学思想是 ()

- A. 分类讨论 B. 转化 C. 数形结合 D. 公理化

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了解二元一次方程组, 理解消元法 (加减消元法和代入消元法) 解二元一次方程组的方法是解题关键.

通过代入消元法消去未知数 x , 将二元一次方程转化为一元一次方程.

【详解】解: 在解二元一次方程组时, 将 $x = 2y$ 代入 $2x + y = 10$, 即 $4y + y = 10$,

从而将二元一次方程组转化为一元一次方程求解,

这种解法体现的数学思想是: 转化思想.

故选: B.

2. 下列调查中, 应当采用全面调查方式的是 ()

- A. 调查市场上牛奶的质量情况
B. 在某市调查中央电视台春节联欢晚会的收视率
C. 了解六年级 (2) 班学生的视力情况
D. 了解一批圆珠笔笔芯的使用寿命

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了调查方式的选择, 在要求精确、难度相对不大, 实验无破坏性的情况下应选择普查方式, 当考查的对象很多或考查会给被调查对象带来损伤破坏, 以及考查经费和时间都非常有限时, 普查就受到限制, 这时就应选择抽样调查, 据此求解即可.

【详解】解: A、调查市场上牛奶的质量情况, 范围广, 数量中, 不易调查, 应采用抽样调查, 不符合题意;
B、在某市调查中央电视台春节联欢晚会的收视率, 范围广, 数人数众多, 不易调查, 应采用抽样调查, 不

符合题意；

C、了解六年级（2）班学生的视力情况，范围小，人数不多，应采用全面调查，符合题意；

D、了解一批圆珠笔笔芯的使用寿命，具有破坏性，应采用抽样调查，不符合题意；

故选：C.

3. 下列说法错误的是（ ）

A. 周长相等的两个圆半径一定相等

B. 圆周长与该圆半径的比值是定值

C. 弧长相等的两条弧，所对的圆心角也一定相等

D. 圆周率 π 的值与圆的大小无关

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查圆的相关概念，圆的周长，根据圆的周长，弧，圆心角，圆周率的概念和公式逐一进行判断即可.

【详解】解：A、周长相等的两个圆半径一定相等，说法正确，不符合题意；

B、圆周长与该圆半径的比值是定值，说法正确，不符合题意；

C、同圆或等圆中，弧长相等的两条弧，所对的圆心角也一定相等，原说法错误，不符合题意；

D、圆周率 π 的值与圆的大小无关，说法正确，不符合题意；

故选 C.

4. 要反映 2022 年某商场冰箱和电视机每月的销售变化情况，最好绘制（ ）统计图

A. 条形

B. 复式条形

C. 折线

D. 扇形

【答案】C

【解析】

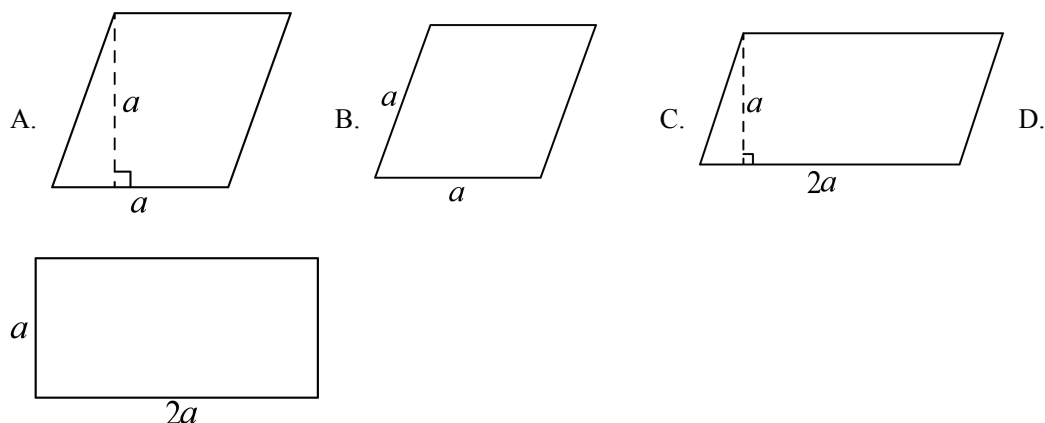
【分析】根据各种统计图的特点进行选择即可.

【详解】解：因为折线统计图的特点是不但可以表示出数量的多少，而且能看出各种数量的增减变化情况；所以用统计图反映 2022 年某商场冰箱和电视机每月的销售变化情况，绘制折线统计图最好，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了统计图的选择，解题的关键是熟记各种统计图的特点，（1）条形统计图的特点：能清楚的表示出数量的多少；（2）折线统计图的特点：不但可以表示出数量的多少，而且能看出各种数量的增减变化情况；（3）扇形统计图比较清楚地反映出部分与部分、部分与整体之间的数量关系；据此进行解答即可.

5. 一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$ ，下面（ ）图形是这个圆柱侧面的展开图.



【答案】A

【解析】

【分析】此题考查圆柱的侧面展开图. 根据题意：一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$ ，若半径为1份，那么这个圆柱的底面周长为： $2\pi \times 1 = 2\pi$ ，高也是 2π ，说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等，那么这样的圆柱展开后是一个底面周长和高相等的图形，因此答案A正确.

【详解】解：圆柱的底面周长为： $2\pi \times 1 = 2\pi$ ，圆柱的高也是 2π ，说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等.

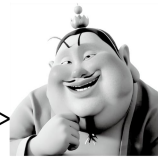
故选：A.

6. 在《哪吒2》中，哪吒的台词充满了力量与智慧，让人印象深刻. 如：“若前方无路，我便踏出一条路.” 若哪吒和师父太乙真人决心通过有氧运动减肥，已知有氧运动心率的计算公式为：有氧运动心率=心率储备百分比 $\times 180 + 60$. 当有氧运动心率数值大于168且小于195时，有氧运动为有效强度. 根据哪吒和太乙真人的谈话，下面说法中，正确的是（ ）



哪吒：有效强度对应的心率储备百分比大于60%小于75%

太乙真人：分别把我们两个的有氧运动心率作差、把心率储备百分比作差，两个差的比值一定是180



- A. 哪吒的说法对正确，太乙真人不对
- B. 太乙真人的说法正确，哪吒不对
- C. 哪吒和太乙真人说法都不对
- D. 哪吒和太乙真人的说法都正确

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了百分数的应用；根据有氧运动心率的计算公式：有氧运动心率=心率储备百分比 $\times 180 + 60$ 即可作出判断.

【详解】解：当有氧运动心率数值为 168 时，则心率储备百分比为： $\frac{168-60}{180} \times 100\% = 60\%$ ；

当有氧运动心率数值为 195 时，则心率储备百分比为： $\frac{195-60}{180} \times 100\% = 75\%$ ；

因此当有氧运动心率数值大于 168 且小于 195 时，有效强度对应的心率储备百分比大于 60% 而小于 75%，即哪吒说法正确；

哪吒的有氧心率-太乙真人的有氧心率=(哪吒的心率储备百分比 $\times 180 + 60$)-(太乙真人的心率储备百分比 $\times 180 + 60$)=(哪吒的心率储备百分比-太乙真人的心率储备百分比) $\times 180$ ，则

$\frac{\text{哪吒的有氧心率}-\text{太乙真人的有氧心率}}{\text{哪吒的心率储备百分比}-\text{太乙真人的心率储备百分比}} = 180$ ，故太乙真人的说法正确，从而两人的

说法都正确；

故选：D.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 已知 $x = 1$ ， $y = 2$ 是方程 $x + ky = 7$ 的解，则 $k =$ _____.

【答案】3

【解析】

【分析】此题考查的知识点是二元一次方程的解，解题关键是把方程的解代入原方程，使原方程转化为以系数 k 为未知数的方程，一组数是方程的解，那么它一定满足这个方程，利用方程的解的定义可以求方程中其他字母的值. 把 $x = 1$ ， $y = 2$ 代入方程 $x + ky = 7$ ，进一步可得答案.

【详解】解：把 $x = 1$ ， $y = 2$ 代入方程 $x + ky = 7$ ，得

$$1 + 2k = 7,$$

解得 $k = 3$.

故答案为：3.

8. 小海在练习篮球投篮时 5 投全中是_____事件 (填“确定”或“不确定”).

【答案】不确定

【解析】

【分析】本题考查了确定事件与不确定事件；不确定事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件；确定事件指的是在一定条件下，其结果可以预知的事件. 这类事件具有明确性、稳定性和可预测性. 确

定性事件可进一步分为必然事件和不可能事件. 根据两个定义即可判定.

【详解】解: 小海在练习篮球投篮时 5 投全中是可能发生, 也可能不发生, 故是不确定事件;
故答案为: 不确定.

9. 把一个圆剪成两个扇形, 如果其中较小扇形的圆心角为 120° 度, 那么较小扇形的弧长与较大扇形的弧长的比为_____.

【答案】 1:2

【解析】

【分析】本题考查了扇形弧长的计算、比例关系的计算, 由题意可得较大扇形圆心角为 $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$, 再结合弧长公式计算即可得解.

【详解】解: $\because$ 把一个圆剪成两个扇形, 其中较小扇形的圆心角为 120° 度,
 $\therefore$ 较大扇形圆心角为 $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$,
 $\therefore$ 弧长公式为 $L = \frac{\theta\pi r}{180}$ (θ 为圆心角度数),
 $\therefore$ 较小扇形的弧长与较大扇形的弧长的比为 $120^\circ : 240^\circ = 1:2$,
故答案为: 1:2.

10. 小军和姐姐用抛掷骰子的方法决定谁打扫房间, 姐姐规定, 掷到比 3 大的数姐姐打扫, 否则小军打扫. 你觉得姐姐的规定对小军_____. (填“公平”或“不公平”)

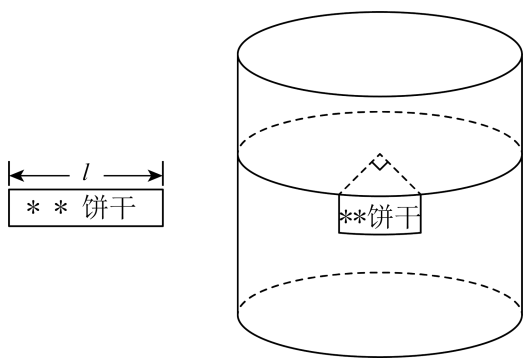
【答案】 公平

【解析】

【分析】本题考查了可能性大小的比较, 根据骰子的点数比 3 大的数有 3 个, 则小于等于 3 的数也是 3 个, 两人赢的可能性相同, 即可求解.

【详解】解: $\because$ 骰子的点数比 3 大的数有 3 个, 小于等于 3 的数也是 3 个,
 $\therefore$ 姐姐的规定对小军公平
故答案为: 公平.

11. 小明烘焙了几款不同口味的饼干, 分别装在同款的圆柱形盒子中. 为区别口味, 他打算制作 “**饼干” 字样的矩形标签粘贴在盒子侧面. 为了获得较好的视觉效果, 粘贴后标签上边缘所在弧所对的圆心角为 90° (如图). 已知该款圆柱形盘子底面半径为 6cm, 则标签长度 l 应为_____ cm.



【答案】 3π

【解析】

【分析】 本题考查了弧长公式，牢记弧长公式是解题的关键.

根据弧长公式进行计算即可.

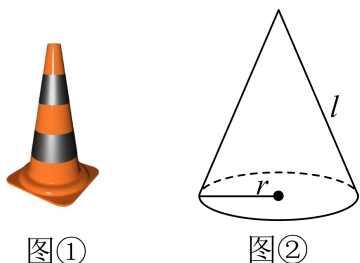
【详解】 解：∵ 粘贴后标签上边缘所在弧所对的圆心角为 90° ，底面半径为 6cm ，

$$\therefore l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{90\pi \times 6}{180} = 3\pi (\text{cm}).$$

故答案为： 3π .

12. 图①是一种道路交通隔离警戒设施——交通锥，将其抽象成几何图形，近似地看成圆锥（如图②），

测得底面半径 $r = 20\text{cm}$ ，母线 $l = 70\text{cm}$ ，则圆锥的侧面积是_____ cm^2 .（结果保留 π ）



图①

图②

【答案】 1400π

【解析】

【分析】 本题主要考查了求圆锥的侧面积. 根据圆锥的侧面积解答即可.

【详解】 解：圆锥的侧面积是 $\frac{1}{2} \times 2\pi \times 20 \times 70 = 1400\pi (\text{cm}^2)$.

故答案为： 1400π .

13. 明代《算法统宗》有一首饮酒诗：“醇酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人，共同饮了一十九，三十三客醉颜生，试问高明能算士，几多薄酒几多醇？”这首诗是说：“好酒一瓶，可以醉倒 3 位客人；薄酒三瓶，可以醉倒 1 位客人，如今 25 位客人醉倒了，他们总共饮 19 瓶酒. 试问：其中好酒、薄酒分别是多少瓶？”
设有好酒 x 瓶，薄酒 y 瓶. 可列方程组为_____.

【答案】
$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + \frac{y}{3} = 25 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 设有好酒 x 瓶，薄酒 y 瓶．根据他们总共饮 19 瓶酒，得 $x + y = 19$ ，根据好酒一瓶，可以醉倒 3 位客人；薄酒三瓶，可以醉倒 1 位客人，如今 25 位客人醉倒了，得 $3x + \frac{y}{3} = 25$ ，联立方程组即可．
 本题考查了古籍中的方程组，熟练掌握方程组的布列是解题的关键．

【详解】 解：设有好酒 x 瓶，薄酒 y 瓶．根据题意，得

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + \frac{y}{3} = 25 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 3x + \frac{y}{3} = 25 \end{cases}$$

14. 已知方程组
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y + z = 6 \\ z + x = 8 \end{cases}$$
，则 $x + y + z =$ _____.

【答案】 9

【解析】

【分析】 此题考查了解三元一次方程组；方程组中三个方程左右两边相加，变形即可得到 $x + y + z$ 的值．

【详解】 解：
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y + z = 6 \\ z + x = 8 \end{cases}$$

① + ② + ③，得

$$2x + 2y + 2z = 18,$$

$$\therefore x + y + z = 9,$$

故答案为： 9.

15. 一台压路机的前轮是圆柱形，轮宽 2 米，直径是 1 米，如果前轮每分钟转动 10 周，5 分钟压过的路面是 _____ 平方米.

【答案】 314

【解析】

【分析】 本题考查了圆的周长，圆柱的侧面积的计算，由题意得出 $\pi \times 1 \times 2 \times 10 \times 5$ ，然后根据运算法则即可求解，掌握圆柱侧面积的计算是解题的关键.

【详解】 解：由题意得， $\pi \times 1 \times 2 \times 10 \times 5 = 100\pi \approx 314$ （平方米），
故答案为：314.

16. 等底等高的一个圆柱和一个圆锥，它们的体积之和是 24cm^3 ，这个圆锥的体积是_____ cm^3 .

【答案】 6

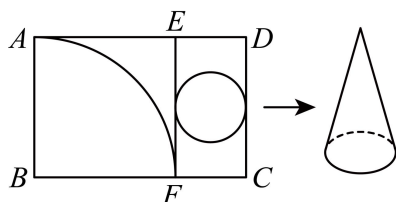
【解析】

【分析】 本题考查了认识立体图形，解题的关键是熟练掌握圆柱和圆锥的体积公式.
等底等高的圆柱的体积是圆锥的体积的3倍，把它们的体积之和平均分成四份，则圆锥的体积就占其中的一份.

【详解】 解： $\because$ 等底等高的圆柱的体积是圆锥的体积的3倍，它们的体积和是 24cm^3 ，
 $\therefore$ 圆锥的体积是： $24 \div 4 = 6 \text{ cm}^3$ ，

故答案为：6.

17. 如图所示，矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 4\text{cm}$ ，把它分割成正方形纸片 $ABFE$ 和矩形纸片 $EFCD$ 后，分别裁出扇形 ABF 和半径最大的圆，恰好能作为一个圆锥的侧面和底面，则 AD 的长为_____.



【答案】 6

【解析】

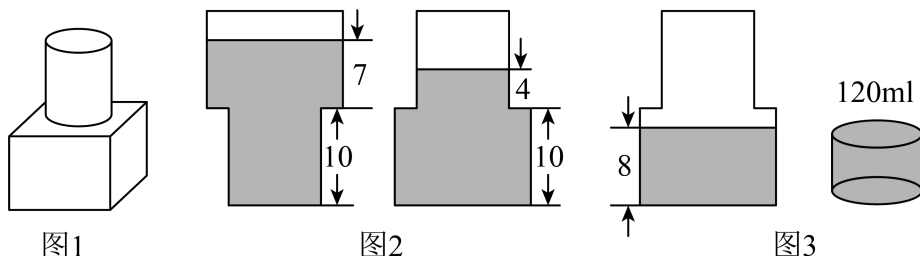
【分析】 本题考查了有关扇形和圆锥的相关计算，设圆锥的底面的半径为 $r\text{cm}$ ，则 $DE = 2r\text{cm}$ ，利用圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长得到 $\frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi r$ ，解方程求出 r ，然后计算 $AE + ED$ 即可，两者之间的两个对应关系：（1）圆锥的母线长等于侧面展开图的扇形半径；（2）圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长，熟练掌握两个关系是解题的关键.

【详解】 解：设圆锥的底面的半径为 $r\text{cm}$ ，
根据题意得 $\frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi r$ ，
解得 $r = 1$ ，

$$\therefore AB = AE + ED = 4 + 2 = 6(\text{cm}).$$

故答案为：6

18. 如图 1，一个饮料瓶子的上半部分为圆柱，下半部分为长方体，如图 2，瓶内装着一些饮料，当瓶子倒放时，液面的高度为 17cm，当瓶子正放时液面的高度为 14cm. 如图 3，现将瓶内一部分饮料倒满一杯 120ml 的杯子，瓶子内剩余的饮料高 8cm，则该瓶子的容积为____ mL.



【答案】 450

【解析】

【分析】 本题主要考查长方体和圆柱的体积公式，等积公式等相关知识，得到 $a = 2b$ 是解题关键.

设长方体的底面积为 $a\text{cm}^2$ ，圆柱的底面积 $b\text{cm}^2$ ，根据题意可知， $7a + 10b = 10a + 4b$ ，整理得 $a = 2b$ ，

根据题意可知， $4b + 2a = 120$ ，解得 $a = 30, b = 15$ ，由此可算出瓶子的容积.

【详解】 设长方体的底面积为 $a\text{cm}^2$ ，圆柱的底面积 $b\text{cm}^2$ ，

根据题意可知， $7a + 10b = 10a + 4b$ ，整理得 $a = 2b$ ，

根据题意可知， $10a + 4b - 8a = 120$ ，

解得 $a = 30, b = 15$ ，

$\therefore$ 该瓶子的容积为 $10a + 10b = 450(\text{mL})$ ，

故答案为： 450.

三、简答题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

19. 求下列式子中 x 的值： $0.75 : x = 1\frac{1}{5} : 6$.

【答案】 $x = \frac{15}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了解比例，根据比例的基本性质得 $1\frac{1}{5} \times x = 0.75 \times 6$ ，然后求解即可.

【详解】 解： 由比例的基本性质得： $1\frac{1}{5} \times x = 0.75 \times 6$ ，

$$\text{即 } \frac{6}{5}x = \frac{3}{4} \times 6,$$

$$\text{所以 } x = \frac{3}{4} \times 6 \times \frac{5}{6},$$

$$\text{即 } x = \frac{15}{4}.$$

$$20. \text{ 解方程组: } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \text{ ①} \\ x - 2y = 4 \text{ ②} \end{cases}.$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的解法，其基本思路是消元，消元的方法有：加减消元法和代入消元法两种，灵活选择合适的方法是解答本题的关键．用加减消元法求解即可．

【详解】 解： ① - ② × 2 得， $7y = -7$ ，

解得 $y = -1$ ，

把 $y = -1$ 代入 ② 得， $x + 2 = 4$ ，

解得 $x = 2$ ，

$$\therefore \text{原方程组的解为 } \begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$$

$$21. \text{ 解方程组 } \begin{cases} 3x + 4y = 16 \text{ ①} \\ 5x - 6y = 33 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x = 6 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，熟练掌握代入消元法与加减消元法是解题的关键．

对 ① 式乘以 3，② 式乘以 2，再利用加减消元法求解．

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} 3x + 4y = 16 \text{ ①} \\ 5x - 6y = 33 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 3, \text{ 得 } 9x + 12y = 48 \text{ ③},$$

$$\text{②} \times 2, \text{ 得 } 10x - 12y = 66 \text{ ④},$$

③+④，得 $19x=114$ ，解得 $x=6$ 。

把 $x=6$ 代入①，得 $y=-\frac{1}{2}$ 。

∴原方程组的解为 $\begin{cases} x=6 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ 。

22. 解三元一次方程组： $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+3z=1 \\ x+y+z=7 \end{cases}$

【答案】 $\begin{cases} x=-2 \\ y=8 \\ z=1 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查三元一次方程组，掌握加减消元法是关键。利用加减消元法解方程即可得答案。

【详解】解： $\begin{cases} 2x+y=4, ① \\ x+3z=1, ② \\ x+y+z=7. ③ \end{cases}$

③-①，得 $-x+z=3$ ④，

②+④，得 $4z=4$ ，

解得 $z=1$ 。

把 $z=1$ 代入④，得 $-x+1=3$ ，

解得 $x=-2$ 。

把 $x=-2$ 代入①，得 $y=8$ 。

∴原方程组的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=8 \\ z=1 \end{cases}$ 。

四、解答题（本大题共 4 题，满分 34 分）

23. 你知道动物学家是如何估计某自然保护区内黑叶猴的数量吗？动物学家是通过对局部情况的调查分析，来推断整体情况。比如在保护区内不同的地方，将 20 只黑叶猴背上涂一个色块做标记，再放归野外，一个月后如果在保护区内不同的地方观察到 60 只黑叶猴，发现其中 2 只黑叶猴有记号，那么我们就能粗略估计该自然保护区里黑叶猴的数量。这里假定有记号的黑叶猴在自然保护区里是均匀分布的，观察到的黑叶猴又是随机的。那么你能估算出该自然保护区内黑叶猴的总数吗？

【答案】该保护区内大约有黑叶猴 600 只

【解析】

【分析】本题主要考查了用标记重捕法的应用，属于统计估计中的比例问题.

先根据样本求出有记号的黑叶猴所占的百分比，再用 20 除以这个百分比即可.

【详解】解：根据题意得： $20 \div \frac{2}{60} = 600$ （只），

答：该保护区内大约有黑叶猴 600 只.

24. 某学校为了调查学生对击剑、轮滑、跆拳道、跳花绳和篮球五个项目的喜爱程度随机抽取的部分学生中下发调查问卷（每位学生必选且只能选择一个选项），所有问卷全部收回且有效，调查过程及不完整的统计结果如下表：

调查目的	了解学生对五项课余训练活动的喜爱程度
调查方式	抽样调查
调查内容	你选择的课余训练活动（每名学生只能从下面五个选项选择一个） A. 击剑 B. 轮滑 C. 跆拳道 D. 跳花绳 E. 篮球
调查结果	学生课余训练活动喜爱程度调查结果统计图 人数/人 活动名称 学生课余训练活动喜爱程度调查结果统计图 人数/人 活动名称 学生课余训练活动喜爱程度调查结果统计图 人数/人 活动名称

(1) 请将条形统计图补充完整；

(2) 喜欢跳花绳的人数比喜欢跆拳道的人数少 ____ %；

(3) 若该校共有预算 8000 元支持这五个课余训练活动，有以下两种预算分配方案：

方案 A：按调查结果呈现的人数比例分配预算

方案 B：确保基础经费后再按调查结果呈现的人数比例分配（每个社团先分配 800 元基础经费）

请通过计算比较两种方案的差异，并谈一谈你认为哪种分配方案更合理（说明理由）

【答案】(1) 见详解 (2) 10

(3) 方案 *B* 更合理, 因它平衡了比例公平与小社团的生存需求

【解析】

【分析】该题考查了条形统计图和扇形统计图, 解题的关键是读懂统计图.

(1) 根据“*E*. 篮球”的人数和占比求出总人数, 再求出击剑的人数和跆拳道的人数, 补全统计图即可;

(2) 先求出喜欢跳花绳的人数占比, 作差即可求解;

(3) 根据两种方案分别判断即可.

【小问 1 详解】

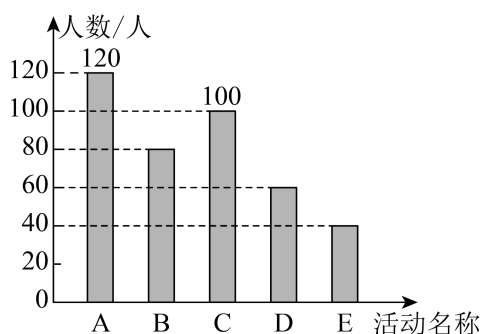
解: 根据题意总人数为 $40 \div 10\% = 400$ 人,

A. 击剑的人数为 $= 30\% \times 400 = 120$ 人,

C. 跆拳道的人数为 $= 25\% \times 400 = 100$ 人,

条形统计图补充完整如下:

学生课余训练活动喜爱程度调查结果统计图



【小问 2 详解】

解: 喜欢跳花绳的人数占比为 $60 \div 400 \times 100\% = 15\%$,

喜欢跆拳道的人数占比为 25% ,

故喜欢跳花绳的人数比喜欢跆拳道的人数少 $25\% - 15\% = 10\%$,

故答案为: 10.

【小问 3 详解】

解: 按方案 *A* 分配: 按比例分配 8000 元,

例如剑击分配 $30\% \times 8000 = 2400$ 元;

篮球分配 $10\% \times 8000 = 800$ 元;

按方案 *B* 分配: 每个社团先分配 800 元, 总基础经费 $5 \times 800 = 4000$ 元;

剩余 $8000 - 4000 = 4000$ 元,

剩余部分按比例分配, 剑击额外分配 $30\% \times 4000 = 1200$ 元,

总计 $800 + 1200 = 2000$ 元;

篮球额外分配 $10\% \times 4000 = 400$ 元,

总计 $800 + 400 = 1200$ 元;

对比差异: 方案 B 更合理, 因它平衡了比例公平与小社团的生存需求.

25. 项目式学习

【项目主题】绿色校园, 资源再生

【项目背景】某校七年级为响应“低碳生活”号召, 开展“废品重生计划”实践活动, 号召学生将可回收物分类收集, 兑换学习用品和环保工具, 培养节约习惯. 某班 45 人全部参与, 活动持续三周.

【活动步骤】

第一步: 每周收集易拉罐和旧报纸;

第二步: 每周五根据兑换表将回收物兑换为笔记本或大环保袋;

第三步: 生活委员记录每周收集和兑换数据.

【统计数据】

数量	第一周	第二周	第三周
易拉罐/个	80		
旧报纸/张	120		
总数	200	164	
兑换表 5 个易拉罐或 4 张旧报纸换 1 本笔记本; 25 个易拉罐或 20 张旧报纸换 1 个大环保袋			

【解决问题】

- (1) 若该班第一周将收集到的所有易拉罐和旧报纸全部兑换笔记本, 则可兑换多少本?
- (2) 若该班第二周将收集到的所有易拉罐和旧报纸全部兑换笔记本 (易拉罐和报纸总数可整除且无剩余), 共兑换了 36 本. 求第二周收集的易拉罐和旧报纸的数量.
- (3) 在 (1) 和 (2) 的基础上, 若该班第三周先用部分易拉罐兑换笔记本, 剩余回收物 (两种回收物都有) 恰好兑换了 5 个大环保袋, 三周兑换的笔记本平均分给全班的同学, 每人恰好分 2 本, 求第三周收集的易拉罐和旧报纸的可能数量 (直接写出所有整数解).

【答案】(1) 46 本 (2) 第二周收集的易拉罐为 100 个, 旧报纸为 64 张

(3) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查有理数的混合运算，二元一次方程（组）的应用，根据题意列出方程组是解题的关键；

(1) 根据题意列式计算，即可求解；

(2) 设第二周收集的易拉罐为 x 个，旧报纸为 y 张，根据题意列出二元一次方程组，解方程组，即可求解；

(3) 先计算第三周先用 40 个易拉罐兑换笔记本，设剩余易拉罐为 $25a$ 个、旧报纸为 $20b$ 张，根据 $a+b=5$ 且 $a \geq 1$ ， $b \geq 1$ ，取整数解，即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\frac{80}{5} + \frac{120}{4} = 46$ (本).

答: 第一周将收集到的所有易拉罐和旧报纸全部兑换笔记本，可兑换 46 本.

【小问 2 详解】

设第二周收集的易拉罐为 x 个，旧报纸为 y 张.

由题得,
$$\begin{cases} x + y = 164 \\ \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 36 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 64 \end{cases}$$

答: 第二周收集的易拉罐为 100 个，旧报纸为 64 张.

【小问 3 详解】

$45 \text{ 人} \times 2 \text{ 本/人} = 90 \text{ 本}$. 前两周已兑换 $46 + 36 = 82$ 本，第三周需兑换 8 本. 该班第三周先用部分易拉罐兑换笔记本，则需要 $5 \times 8 = 40$ 个易拉罐

剩余回收物需兑换 5 个大环保袋，设剩余易拉罐为 $25a$ 个、旧报纸为 $20b$ 张 ($a+b=5$ 且 $a \geq 1$ ， $b \geq 1$).

第一种: 当 $a=4, b=1$ 时，第三周收集易拉罐 140 个，旧报纸 20 张.

第二种: 当 $a=3, b=2$ 时，第三周收集易拉罐 115 个，旧报纸 40 张.

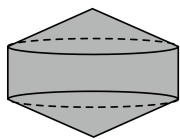
第三种: 当 $a=2, b=3$ 时，第三周收集易拉罐 90 个，旧报纸 60 张.

第四种: 当 $a=1, b=4$ 时，第三周收集易拉罐 65 个，旧报纸 80 张.

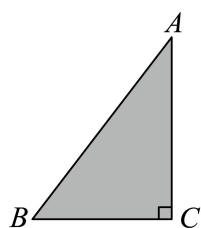
26. (本题结果保留 π)

大家都知道圆柱和圆锥这两个立体图形可以看成由一个平面几何图形绕着某条直线旋转一定角度构造而成，学校“深度探索”小组在学完这一章后自然想到：如果改变平面几何图形或者改变直线的位置或者改变旋转的角度，会得到怎样有趣的立体图形呢？

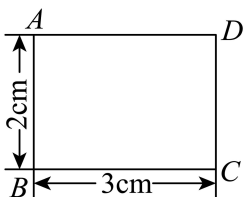
(1) 小张用一个平面几何图形绕着某条直线旋转一周发现了下面这个立体图形，请你把小张所用的平面几何图形和其所绕的直线画出来.



(2) 小查用下面的直角 ABC 绕着 AC 所在的直线旋转 180° ，已知 BC 长 3 cm ， AC 长 4 cm ， AB 的长度为 5 cm ，求 ABC 扫过所形成的立体图形的表面积.



(3) 小戚用下面的长方形 $ABCD$ 绕着直线 m 旋转一周， CD 与直线 m 平行且相距 2 cm ，已知 AB 长 2 cm ， BC 长 3 cm ，求长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的表面积和体积.



(4) 请发挥你的想象力构造出一种不同于上面的立体图形，说出你的构造方法：是由什么平面图形绕着哪条直线（可画出示意图）旋转多少度所成，并求出你所构造的立体图形的体积或表面积.

【答案】 (1) 见详解 (2) $(12\pi + 12)\text{ cm}^2$

(3) 见详解 (4) 见详解

【解析】

【分析】 本题考查的知识点有将一个图形旋转一定的度数、圆锥、圆柱的体积和表面积计算. 记住圆锥、圆柱的体积公式和表面积公式是求解的关键.

(1) 根据题意画图即可;

(2) 根据题意得出直角 ABC 绕着 AC 所在的直线旋转 180° ，形成的立体图形是底面半径为 $BC = 3\text{ cm}$ 的一个半圆锥，再根据半圆锥的表面积 = 半圆锥的侧面积 + 竖面等腰三角形面积 + 底面半圆面积，解答即可.

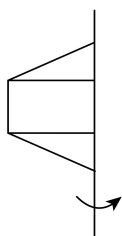
(3) 画出直线 m ，分两种情况分别求解即可.

(4) 根据三角形与正方形的特征，以 AB 为轴，旋转一周，可得到一个圆锥与圆柱的合体，根据圆锥的

体积公式 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ 即可求出这个圆锥的体积；根据圆柱的体积公式 $V = \pi r^2 h$ 即可求出这个圆柱的体积；二者相加就是几何体的体积。

【小问 1 详解】

解：如图，即为所求；



【小问 2 详解】

解：直角 ABC 绕着 AC 所在的直线旋转 180° ，形成的立体图形是底面半径为 $BC = 3\text{cm}$ 的一个半圆锥，

$$\text{半圆锥的侧面积} = \frac{1}{2}\pi r l = \frac{1}{2}\pi \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}\pi \text{ cm}^2,$$

$$\text{半圆锥的表面积} = \frac{15}{2}\pi + \frac{1}{2}\pi r^2 + \frac{1}{2} \times 2r \times 4 = \frac{15}{2}\pi + \frac{9}{2}\pi + 12 = (12\pi + 12) \text{ cm}^2.$$

【小问 3 详解】

解：如图，直线 m 有图中两种位置，

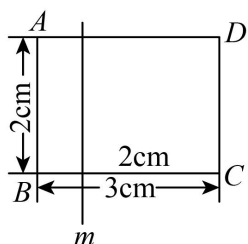


图1

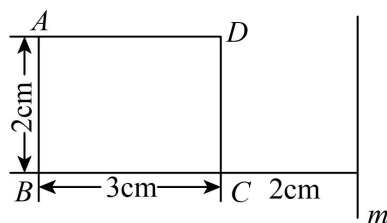


图2

图 1 中，长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的表面积 $= 2 \times \pi \times 2^2 + 2\pi \times 2 \times 2 = 16\pi (\text{cm}^2)$ ，

长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的体积 $= \pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi (\text{cm}^3)$ ；

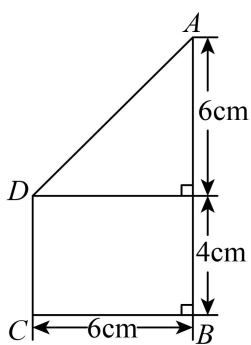
图 2 中，长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的表面积

$$= 2 \times \left[\pi \times (3+2)^2 - \pi \times 2^2 \right] + 2\pi \times 2 \times 2 + 2\pi \times (3+2) \times 2 = 70\pi (\text{cm}^2),$$

长方形 $ABCD$ 扫过所形成的立体图形的体积 $= \pi \times (3+2)^2 \times 2 - \pi \times 2^2 \times 2 = 42\pi (\text{cm}^3)$ ；

【小问 4 详解】

解：如图，将如下图形绕 AB 所在直线旋转一周形成一个由底面相同的圆锥和圆柱组成的立体图形。



则该立体图形体积 $= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6 + \pi \times 6^2 \times 4 = 216\pi (\text{cm}^3)$. (答案不唯一, 合理即可)