

上海市风华初级中学 2024 学年第二学期六年级数学阶段练习 2

(2025 年 5 月)

(满分 100 分，考试时间 60 分钟)

考生注意：所有试题答案必须用蓝色或黑色圆珠笔或钢笔填写在答题纸上，试题均采用连续编号，所有答案务必按照规定在答题纸上完成，做在试卷上不给分。

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列事件中确定事件是（ ）

- A. 下雨后有彩虹；
- B. 买一张体育彩票，中大奖；
- C. 在共装有 2 只红球、3 只黄球的袋子里，摸出一只白球；
- D. 随意翻开一本书，正好翻到第 20 页。

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了确定事件、不可能事件、随机事件的概念，根据确定事件、不可能事件、随机事件的概念逐项判断即可，解题的关键是理解确定事件包括必然事件与不可能事件，不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件。

【详解】解：A.下雨后有彩虹，是随机事件，故本选项不符合题意；
B.买一张体育彩票，中大奖，是随机事件，故本选项不符合题意；
C.在共装有 2 只红球、3 只黄球的袋子里，摸出一只白球，是不可能事件，是确定事件，故本选项符合题意；
D.随意翻开一本书，正好翻到第 20 页，是随机事件，故本选项不符合题意。

故选：C.

2. 如果 x, y 都不为零，且 $2x = 3y$ ，那么下列比例中正确的是（ ）

- A. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$
- B. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$
- C. $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$
- D. $\frac{x}{3} = \frac{2}{y}$

【答案】B

【解析】

【分析】逆用比例的基本性质作答，即在比例里，两个外项的积等于两个内项的积。

【详解】解：因为 x, y 都不为零，且 $2x = 3y$ ，
所以 $x : y = 3 : 2$ ；

$$\text{即 } \frac{x}{3} = \frac{y}{2} \text{ 或 } \frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

故选：B

【点睛】本题主要是灵活利用比例的基本性质解决问题.

3. 下列方程组是二元一次方程组的是 ()

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 5 \\ y^2 = 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x + 4y = 2k - 3 \\ 2x - y = 3k + 4 \end{cases}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程组的判断，根据由两个一次方程，共含有 2 个未知数，组成的方程组叫做二元一次方程组，进行判断即可.

【详解】解：A、是二元一次方程组，符合题意；

B、含有 2 次项，不是二元一次方程组，不符合题意；

C、含有 2 次项，不是二元一次方程组，不符合题意；

D、含有 3 个未知量，不是二元一次方程组，不符合题意；

故选 A.

4. 小海去电影院购买电影票时付款 100 元找回 44 元. 根据如图表信息，可判断小海看的场次是 ()

《哪吒之魔童闹海》70 元/张

上午场：六折 中午场：五折

下午场：八折 夜场：不打折

A. 上午场

B. 中午场

C. 下午场

D. 夜场

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数乘法和减法的实际应用，先求出小海所看电影的实际票价，再分别求出四个场次的实际票价即可得到答案.

【详解】解：由题意得，小海所看电影的实际票价为 $100 - 44 = 56$ 元，

上午场的实际票价为 $70 \times 0.6 = 42$ 元，

中午场的实际票价为 $70 \times 0.5 = 35$ 元，

下午场的实际票价为 $70 \times 0.8 = 56$ 元，

夜场的实际票价为 70 元,

∴ 可判断小海看的场次是下午场,

故选: C.

5. 如果扇形的半径不变, 圆心角扩大为原来的 2 倍, 那么扇形的弧长 ()

A. 不变

B. 扩大为原来的 4 倍

C. 缩小为原来的一半

D. 扩大为原来的 2 倍

【答案】 D

【解析】

【分析】 此题考查了弧长公式, 根据弧长公式可得弧长 $= \frac{n\pi r}{180}$, 当圆心角扩大为原来的 2 倍, 则弧长扩大为原来的 2 倍, 即可求解.

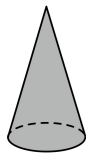
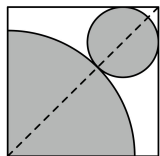
【详解】 解: 弧长公式可得弧长 $= \frac{n\pi r}{180}$,

如果扇形的半径不变, 当圆心角扩大为原来的 2 倍, 则弧长为 $= \frac{2n\pi r}{180}$,

∴ 扇形的弧长扩大为原来的 2 倍,

故选: D.

6. 如图, 在正方形铁皮上剪下一个圆和扇形, 恰好能围成一个圆锥模型, 如果圆的半径为 r , 扇形的半径为 R , 那么 $r:R = ()$



A. 1:4

B. 1:2

C. 1:π

D. 2:π

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆锥的侧面展开图, 正确理解圆锥的底面周长等于扇形的弧长是解题的关键. 由题意得圆锥的底面周长等于扇形的弧长, 据此求解即可.

【详解】 解: 由题意得 $\frac{1}{4} \times 2\pi R = 2\pi r$,

∴ $r:R = 1:4$.

故选: A.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 求比值: $75\text{g}:0.5\text{kg} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 3:20

【解析】

【分析】 先把单位统一再化简比例即可.

【详解】 $0.5\text{kg}=500\text{g}$, $75\text{g}:0.5\text{kg}=75\text{g}:500\text{g}=3:20$

故答案为 3:20

【点睛】 本题考查比的化简, 需要注意本题的单位不统一, 应该先单位统一.

8. 车轮的直径是1米, 向前滚动100周后前进了_____米. (π 取3.14)

【答案】 314

【解析】

【分析】 本题考查圆的周长在实际问题中的计算. 根据圆的周长公式计算即可.

【详解】 解: $3.14 \times 1 \times 100 = 314$

故答案为: 314.

9. 已知方程 $6x - 3y = 5$, 用含 x 的式子表示 y , 则 $y =$ _____.

【答案】 $y = 2x - \frac{5}{3}$

【解析】

【详解】 解: 原方程可以变形为: $3y = 6x - 5$,

两边同时除以 3 得: $y = 2x - \frac{5}{3}$.

故答案为: $y = 2x - \frac{5}{3}$.

10. 若 $x^{m-2} + y = 1$ 是关于 x , y 的二元一次方程, 则 m 的值是_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程的定义, 只含有 2 个未知数, 且含有未知数的项的次数都为 1 的整式方程叫做二元一次方程, 据此求解即可.

【详解】 解: $\because x^{m-2} + y = 1$ 是关于 x , y 的二元一次方程,

$\therefore m - 2 = 1$,

$\therefore m = 3$,

故答案为: 3.

11. 已知 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程 $ax+by=3$ 的解，则代数式 $2a+4b-5$ 的值为 _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 把 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $ax+by=3$ 可得 $a+2b=3$ ，而 $2a+4b-5=2(a+2b)-5$ ，再整体代入求值即可.

【详解】 解： 把 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $ax+by=3$ 可得：

$$a+2b=3,$$

$$\therefore 2a+4b-5$$

$$=2(a+2b)-5$$

$$=2 \times 3-5=1.$$

故答案为： 1

【点睛】 本题考查的是二元一次方程的解，利用整体代入法求解代数式的值，掌握“方程的解的含义及整体代入的方法”是解本题的关键.

12. 观察下表可知关于 x ， y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x+b_1y=m \\ a_2x+b_2y=n \end{cases}$ 的解为_____.

$a_1x+b_1y=m$ 的解					$a_2x+b_2y=n$ 的解				
x	-1	0	1	...	x	-1	1	5	...
y	6	4	2	...	y	3	2	0	...

【答案】 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

【解析】

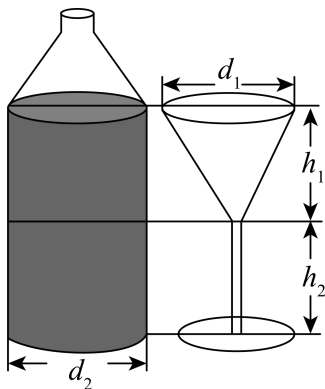
【分析】 本题考查了二元一次方程组的解. 观察表格得知 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 能使得两个方程都成立，即可得出答案.

【详解】 解： 通过观察表格知， $a_1x+b_1y=m$ 与 $a_2x+b_2y=n$ 有一组公共解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ ，

故二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = m \\ a_2x + b_2y = n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

13. 图中, $h_1 = h_2$, $d_1 = d_2$, 把左边瓶里的饮料倒入圆锥形的杯子里, 最多能倒满 () 杯.



【答案】6

【解析】

【分析】观察图形, 分别求出圆柱和圆锥的体积, 将二者相除即可求出答案.

【详解】解: $\because h_1 = h_2$, $d_1 = d_2$,

$$\therefore \text{饮料瓶中的体积为: } V_{\text{瓶}} = \pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 (h_1 + h_2) = \pi \cdot \frac{d_2^2}{4} \cdot 2h_1 = \frac{\pi d_2^2 h_1}{2},$$

$$\text{圆锥形杯子的体积为: } V_{\text{锥}} = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3} \pi \frac{d_2^2}{4} \cdot h_1 = \frac{\pi d_2^2 h_1}{12},$$

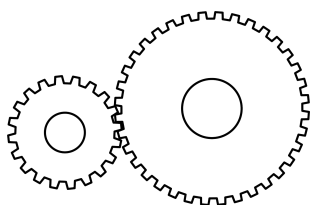
$$\therefore V_{\text{瓶}} \div V_{\text{锥}} = \frac{\pi d_2^2 h_1}{2} \div \frac{\pi d_2^2 h_1}{12} = 6.$$

$\therefore$ 左边瓶里的饮料倒入圆锥形的杯子里, 最多能倒满 6 杯.

故答案为: 6.

【点睛】本题考查了圆柱和圆锥的体积公式, 解题的关键在于熟练掌握相关公式, 易错点在于是否能准确判断出其高对应的 h .

14. 如图是两个互相啮合的齿轮, 大齿轮有 36 个齿, 小齿轮有 20 个齿, 如果小齿轮每分钟转 90 圈, 那么大齿轮每分钟转_____图.



【答案】 50

【解析】

【分析】 因为两个齿轮是相互交合的，即转动齿数相等，所以转动的周数和每周齿数成反比，由此列出比例解决问题.

【详解】 解：设大齿轮每分钟转 x 圈，得

$$20 \times 90 = 36 \times x$$

$$36x = 1800$$

$$x = 50$$

答：大齿轮每分钟转 50 圈.

故答案为： 50.

15. 一个圆柱的侧面积为 $48\pi\text{cm}^2$ ，底面半径为 8cm ，它的母线长为_____ cm .

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱的计算，根据圆柱侧面积 = 底面周长 $\times$ 高计算即可.

【详解】 解：设它的母线长为 h ，

圆柱的底面周长为： $2\pi \times 8 = 16\pi(\text{cm})$ ，

$$\therefore 16\pi \times h = 48\pi,$$

解得 $h = 3$ ，

即母线长为 3cm .

故答案为： 3.

16. 把一个圆锥从顶点沿高将它切成两半，表面积增加了 24cm^2 ，已知圆锥的底面周长是 18.84cm ，那么这个圆锥的高是_____ cm . (π 取 3.14)

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了圆锥的高，先求出圆锥的底面圆的直径，再根据表面积的变化及三角形的面积公式求出圆锥的高即可，理解题意是解题的关键.

【详解】解：∵圆锥的底面周长是18.84 cm，

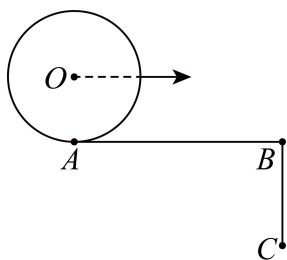
∴圆锥的底面圆的直径为 $18.84 \div 3.14 = 6\text{cm}$ ，

∴把圆锥从顶点沿高将它切成两半，表面积增加了 24 cm^2 ，

∴圆锥的高为 $24 \div 2 \times 2 \div 6 = 4\text{cm}$ ，

故答案为：4.

17. 如图，已知 $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = \pi r$ ， $AB = 2BC$ ，半径为 r 的 $\odot O$ 从点A出发，沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 方向滚动到点C时停止. 则在此运动过程中， $\odot O$ 扫过区域的面积是_____ . (结果保留 π)



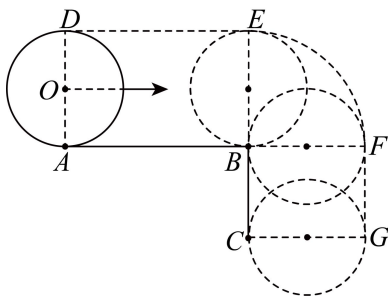
【答案】 $5\pi r^2$

【解析】

【分析】本题考查扇形面积的计算，掌握圆面积、扇形面积以及长方形面积的计算方法是正确解题的关键. 根据题意画出图形如图，将运动路径分为，根据圆面积、扇形面积以及矩形面积，即

$S = S_{\odot O} + S_{\text{长方形}ABED} + S_{\text{扇形}BEF} + S_{\text{长方形}BCGF}$ 进行计算即可.

【详解】解： $\odot O$ 运动路径如图：



$$S = S_{\odot O} + S_{\text{长方形}ABED} + S_{\text{扇形}BEF} + S_{\text{长方形}BCGF}$$

$$= \pi r^2 + \pi r \times 2r + \frac{90\pi \times (2r)^2}{360} + \frac{1}{2} \pi r \times 2r$$

$$= \pi r^2 + 2\pi r^2 + \pi r^2 + \pi r^2$$

$$= 5\pi r^2$$

故答案为: $5\pi r^2$.

18. 如果一个关于 x 、 y 的一次方程可化为形如: $ax + by + 2 = 0$ (a , b 都是不为 0 的常数) 的形式, 并且满足 $a + b = 2$, 那么我们就把这个一次方程叫做具有“2 性质”的方程. 如果关于 x 、 y 的方程

$\frac{m-n}{2}x - (m+n)y = 2$ 是具有“2 性质”的方程. 且 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是该方程的一个解, 那么 m , n 的值分别为

_____.

【答案】 -8, 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了解二元一次方程组, 根据“2 性质”的方程的定义得到 $\frac{m-n}{2} - 2(m+n) = 2$ ②, 根据方程解的定义得到 $-\frac{m-n}{2} + (m+n) = 2$ ①, 据此建立方程组求解即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x , y 的方程 $\frac{m-n}{2}x - (m+n)y = 2$ 是具有“2 性质”的方程, 即关于 x , y 的方程

$-\frac{m-n}{2}x + (m+n)y + 2 = 0$ 是具有“2 性质”的方程,

$\therefore -\frac{m-n}{2} + (m+n) = 2$ ①,

$\because \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程 $\frac{m-n}{2}x - (m+n)y = 2$ 的一个解,

$\therefore \frac{m-n}{2} - 2(m+n) = 2$ ②,

联立①②, 解得 $\begin{cases} m=-8 \\ n=4 \end{cases}$.

故答案为: -8, 4.

三、简答题 (本大题共 5 题, 第 19-22 题, 每题 5 分, 第 23 题 6 分, 满分 26 分)

19. 已知 $4x:3 = 1\frac{1}{3}:50\%$, 求 x 的值.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了比例, 先根据比例的性质进行变形, 即在比例里, 两个外项之积等于两个内项之积, 能正确根据比例的性质进行变形是解题的关键.

【详解】 解: $4x:3 = 1\frac{1}{3}:50\%$,

变形得: $4x:3=\frac{4}{3}:\frac{1}{2}$,

即 $4x\times\frac{1}{2}=3\times\frac{4}{3}$,

则 $2x=4$,

解得 $x=2$,

$\therefore x$ 的值为 2.

20. 已知 $a:b=\frac{1}{5}:\frac{2}{3}$, $b:c=0.2:0.7$, 求 $a:b:c$ 的值.

【答案】 $a:b:c=3:10:35$

【解析】

【分析】此题主要考查比的基本性质, 根据比的性质, 把两个比中 b 的份数化得相同, 且是整数比, 即可求得 a 、 b 、 c 的连比.

【详解】解: $a:b=\frac{1}{5}:\frac{2}{3}=15\times\frac{1}{5}:15\times\frac{2}{3}=3:10$,

$b:c=0.2:0.7=0.2\times50:0.7\times50=10:35$,

$\therefore a:b:c=3:10:35$.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} y=-2x & \text{①} \\ 7x-3y=52 & \text{②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=4 \\ y=-8 \end{cases}$$

【解析】

【分析】此题主要考查二元一次方程组的应用, 解题的关键是熟知代入消元法的应用. 根据代入消元法即可求解.

【详解】解:
$$\begin{cases} y=-2x & \text{①} \\ 7x-3y=52 & \text{②} \end{cases}$$

把①代入②得: $7x-3(-2x)=52$,

解得: $x=4$

把 $x=4$ 代入①得: $y=-2\times4=-8$

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x=4 \\ y=-8 \end{cases}$$
.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 & \text{①} \\ 4x - y = 27 & \text{②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，消元是解题关键．消元的方法有：代入消元法和加减消元法．利用加减消元法求出方程组的解即可．

【详解】 解： ② $\times$ 3 得： $12x - 3y = 81$ ③，

①+③ 得： $14x = 84$ ，

解得 $x = 6$ ，

把 $x = 6$ 代入②可得 $24 - y = 27$ ，

解得 $y = -3$ ，

$\therefore$ 方程组的解是
$$\begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}$$

23. 已知关于 x ， y 的二元一次方程组
$$\begin{cases} ax + by = 8 \\ 2ax - 3by = 6 \end{cases}$$
 的解为
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$
，求 a 、 b 的值．

【答案】
$$\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组和二元一次方程组的解，解题的关键是能得出关于 a 、 b 的方程组．把

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$
 代入方程组，得出关于 a 、 b 的方程组，再求出方程组的解．

【详解】 解： 把
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$
 代入
$$\begin{cases} ax + by = 8 \\ 2ax - 3by = 6 \end{cases}$$
 得

$$\begin{cases} 2a + b = 8 & \text{①} \\ 4a - 3b = 6 & \text{②} \end{cases}$$

① $\times$ 2 得： $4a + 2b = 16$ ③，

②-③得： $5b = 10$ ，

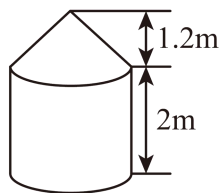
解得 $b = 2$ ，

把 $b = 2$ 代入①得: $a = 3$,

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 第 24 题 6 分, 第 25–26 题, 每题 8 分, 第 27 题 10 分, 满分 32 分)

24. 蒙古包, 作为蒙古族传统的居住形式, 承载着浓厚的游牧文化和历史底蕴. 它的上面近似于圆锥形, 下面近似于圆柱形. 如图, 一个蒙古包圆柱底面的周长是 20π 米, 高是 2 米, 圆锥的高是 1.2 米.



- (1) 蒙古包的上面圆锥部分的侧面展开图是_____ (填图形名称); 下面圆柱部分的侧面展开图是_____ (填图形名称), 圆柱部分的侧面展开图的面积是_____平方米 (结果保留 π).
- (2) 这个蒙古包的体积是多少立方米? (结果保留 π)

【答案】 (1) 扇形, 长方形, 40π

(2) 240π 立方米

【解析】

【分析】 (1) 根据圆锥和圆柱的侧面展开图的特点即可求解;

(2) 先求出底面圆的半径, 再求出底面圆的面积, 进而根据蒙古包的体积 $= V_{\text{圆锥}} + V_{\text{圆柱}}$ 计算即可求解;

本题考查了圆锥和圆柱的侧面展, 圆锥和圆柱组合体的体积, 掌握圆锥和圆柱的体积计算公式是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: 蒙古包的上面圆锥部分的侧面展开图是扇形, 下面圆柱部分的侧面展开图是长方形,

$\therefore$ 圆柱底面的周长是 20π 米, 高是 2 米,

$\therefore$ 圆柱部分的侧面展开图的面积为 $20\pi \times 2 = 40\pi$ 平方米,

故答案为: 扇形, 长方形, 40π ;

【小问 2 详解】

解: $\therefore$ 圆柱底面的周长是 20π 米,

$\therefore$ 底面圆的半径为 $20\pi \div 2\pi = 10$ 米,

$\therefore$ 底面圆的面积为 $\pi \times 10^2 = 100\pi$ 平方米,

∴ 蒙古包的体积 = $V_{\text{圆锥}} + V_{\text{圆柱}}$

$$= \frac{1}{3} \times 100\pi \times 1.2 + 100\pi \times 2$$

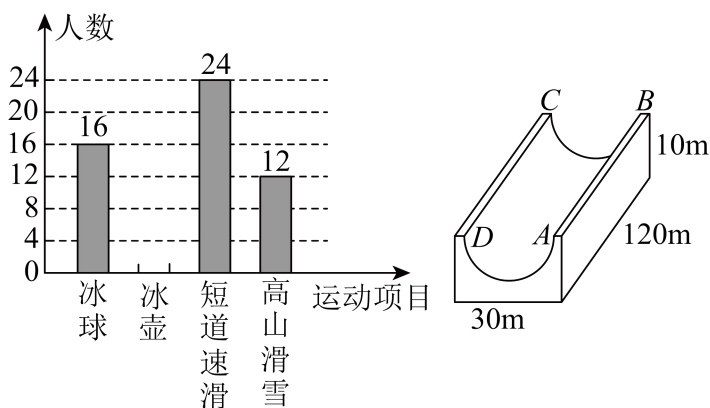
$$= 40\pi + 200\pi$$

$$= 240\pi \text{ 立方米,}$$

答：这个蒙古包的体积是 240π 立方米.

25. 分析统计图，解下列各问题

某校开展以“我最喜欢的冰雪运动项目”为主题的调查活动，围绕“在冰球、冰壶、短道速滑、高山滑雪四种冰雪运动项目中，你最喜欢哪一种？（必选且只选一种）”的问题，在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查，将调查结果整理后制成如图所示的不完整的条形统计图，其中最喜欢短道速滑的学生人数占调查人数的 40%.



- (1) 在这次调查中，一共抽取_____名学生，调查的同学中，喜欢冰壶的人数为_____；
- (2) 如果将以上调查数据绘制成扇形统计图，那么冰球所在扇形区域的圆心角是_____度.
- (3) 如果该学有 2000 名学生，估计最喜欢高山滑雪的学生共有_____名；
- (4) 冬奥会项目设有单板滑雪 U 形池赛道，赛道简化模型如图所示，形状可看成一个长方体中挖去了半个圆柱体. 已知冬奥会标准 U 形池的规格：长为 120 米，宽为 30 米，高为 10 米，其中挖去圆柱体的底面直径 AD 为 20 米. 求制造该 U 形池所需材料的体积. (π 取 3.14)

【答案】 (1) 60, 8

(2) 96 (3) 400

(4) 17160 立方米

【解析】

【分析】 (1) 最喜欢短道速滑的学生人数及其占调查人数的 40%，即可求得调查人数，用总数减去已知的即可求得喜欢冰壶的人数；

(2) 冰球的占比与 360° 的积，即是冰球所在扇形区域的圆心角；

- (3) 喜欢高山滑雪的占比与 2000 的积即是所求；
 (4) 用长方形体积减去圆柱体积的一半即可求解.

【小问 1 详解】

解：由题意得：调查人数为： $24 \div 40\% = 60$ (名)，

喜欢冰壶的人数为： $60 - 16 - 24 - 12 = 8$ (名)；

故答案为：60，8；

【小问 2 详解】

解： $360^\circ \times \frac{16}{60} = 96^\circ$ ，

故答案为：96；

【小问 3 详解】

解： $2000 \times \frac{12}{60} = 400$ (名)；

故答案为：400；

【小问 4 详解】

解： $30 \times 120 \times 10 - \frac{1}{2} \times \pi \times 10^2 \times 120 = 36000 - 18840 = 17160$ (立方米)；

答：制造该 U 形池所需材料为 17160 立方米.

【点睛】 本题考查了条形统计图，求扇形统计图中扇形的圆心角度数，用样本估计总体数量，求不规则几何体的体积等知识.

26. 情境 小海在学习解二元一次方程组时遇到了这样一个问题，解方程组
$$\begin{cases} \frac{3x+4y}{6} - \frac{x-6y}{2} = 11 \\ \frac{3x+4y}{3} - \frac{x-6y}{8} = 8 \end{cases}$$

尝试 (1) 若用已学的消元法求解，运算量大，且容易出错. 如果把方程组的 $(3x+4y)$ 看成一个整体，把 $(x-6y)$ 看作一个整体，通过换元法，可以解决问题，具体过程如下，请将下面解题过程补充完整.

解：设 $3x+4y=m$ ， $x-6y=n$ ，则原方程组可化为_____，解关于 m ， n 的方程组，得 $\begin{cases} m=18 \\ n=-16 \end{cases}$ ，

所以 $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ x-6y=-16 \end{cases}$ ，解这个方程组，得_____；

迁移 (2) 利用上述方法解方程组 $\begin{cases} 3(3x+2y)-2(4x-y)=17 \\ 2(3x+2y)+3(4x-y)=20 \end{cases}$

【答案】 (1) $\begin{cases} \frac{m}{6}-\frac{n}{2}=11 \\ \frac{m}{3}-\frac{n}{8}=8 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$; (2) $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，掌握整体换元法是解题的关键.

(1) 根据换元法和加减消元法可得答案；

(2) 利用换元法将原方程组变形，解关于 m, n 的方程组，然后得到关于 x, y 的新的二元一次方程组，再解方程组可得答案；

【详解】 解：(1) 设 $3x+4y=m$, $x-6y=n$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} \frac{m}{6}-\frac{n}{2}=11 \\ \frac{m}{3}-\frac{n}{8}=8 \end{cases}$,

解关于 m, n 的方程组，得 $\begin{cases} m=18 \\ n=-16 \end{cases}$,

所以 $\begin{cases} 3x+4y=18 \\ x-6y=-16 \end{cases}$, 解这个方程组，得 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$;

(2) 设 $3x+2y=m$, $4x-y=n$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} 3m-2n=17 \\ 2m+3n=20 \end{cases}$,

解关于 m, n 的方程组，得 $\begin{cases} m=7 \\ n=2 \end{cases}$,

所以 $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x-y=2 \end{cases}$, 解这个方程组，得 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

27. 在学习扇形的面积公式时，已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R ，可以推的公式： $S_{\text{扇形}} = \text{-----} \text{①}$,

并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \text{-----} \text{②}$ ，得出扇形面积的另一种计算方法：

$S_{\text{扇形}} = \text{-----} \blacktriangle \text{③}$. 请解决下列问题：

问题 I：求弧长为 4π ，圆心角为 120° 的扇形面积.

问题 II：某小区设计的花坛形状如图 1 中的阴影部分，已知弧 AB 和弧 CD 所在圆心都是点 O ，弧 AB 的长

为 l_1 ，弧 CD 的长为 l_2 ， $AC = BD = d$ ，求花坛的面积.

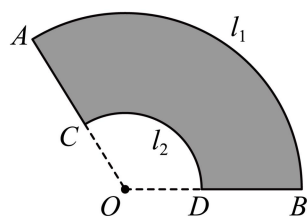


图1

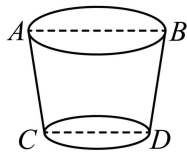


图2

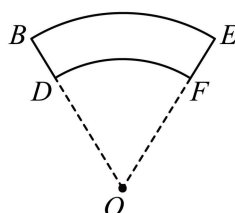


图3

- (1) 请你解答问题 I；
- (2) 在解决问题 II 的过程中，有位同学发现扇形面积公式③类似于三角形面积公式：类比梯形面积公式，他猜想花坛的面积 $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$ 。他的猜想正确吗？如果正确，写出推导过程；如果不正确，请说明理由。（参考公式： $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ）
- (3) 乙同学发现平时所用的一次性纸杯（如图 2）的侧面展开的大致图形如图 3 所示，经测量（如图 2）杯口直径 $AB = 8\text{cm}$ ，杯底直径 $CD = 6\text{cm}$ ，杯壁母线长 $AC = BD = 6\text{cm}$ ，若忽略纸杯的连接部分和纸杯的厚度，请求出其在图 3 中其侧面展开的图形 $BDFE$ 面积。（结果保留 π ）
- (4) 丙同学认为，要想准确画出纸杯的侧面展开图，需要确定图 3 中弧 BE 和弧 DF 所在圆的半径 OE ， OF 的长以及圆心角 $\angle BOE$ 的度数，那么根据（3）中的尺寸，弧 DF 所在圆的半径 $OF =$ _____；它所对的圆心角 $\angle BOE$ 的度数为_____。

【答案】 (1) 12π

(2) 他的猜想正确。理由见解析

(3) $42\pi\text{cm}^2$

(4) 18cm ； 60°

【解析】

【分析】 本题主要考查了扇形面积公式的应用。

- (1) 根据扇形公式之间的关系，结合已知条件推出结果。
- (2) 根据（1）的公式进行计算即可求解；
- (3) 根据（2）的结论进行计算即可求解；
- (4) 根据弧长公式得出 $r = \frac{1080}{n}$ ， $R = \frac{1440}{n}$ ，进而根据 $AC = BD = 6\text{cm}$ 得出圆心角 $\angle BOE$ 的度数，进而求得 $OF = 18\text{cm}$ ，即可求解。

【小问 1 详解】

解：已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R ，可以推的公式： $S_{\text{扇形}} = \frac{n \times \pi R^2}{360}$ ①，并通过比较扇形面积公式

与弧长公式 $l = \frac{n\pi R}{180}$ ，得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$ 。

问题 1： $l = \frac{n\pi R}{180} = 4\pi$ ，圆心角为 120° ，

即 $\frac{120}{180}\pi R = 4\pi$ ，

$\therefore R = 6$ ，

$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6 = 12\pi$ ；

【小问 2 详解】

解：他的猜想正确。理由如下：

设大扇形半径为 R ，小扇形半径为 r ，圆心角度数为 n ，则由 $l = \frac{n\pi R}{180}$ 得 $R = \frac{180}{n\pi}l_1, r = \frac{180}{n\pi}l_2$

$\therefore$ 花坛的面积 $S = \frac{1}{2}l_1R - \frac{1}{2}l_2r = \frac{1}{2}l_1 \times \frac{180}{n\pi}l_1 - \frac{1}{2}l_2 \times \frac{180}{n\pi}l_2$

$= \frac{90}{n\pi}(l_1^2 - l_2^2)$

$= \frac{90}{n\pi}(l_1 + l_2)(l_1 - l_2)$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{180}{n\pi} \left(\frac{n\pi}{180}R - \frac{n\pi}{180}r \right) (l_1 + l_2)$

$= \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2)(R - r)$

$= \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$ ；

【小问 3 详解】

解： $\because AB = 8\text{cm}$ ， $CD = 6\text{cm}$

$\therefore l_1 = l_{\widehat{BE}} = \pi \times AB = 8\pi\text{cm}$ ， $l_2 = l_{\widehat{DF}} = \pi \times CD = 6\pi\text{cm}$ ， $d = AC = BD = 6\text{cm}$ ，

由 (2) 可得，侧面展开的图形 $BDFE$ 面积为：

$S_{\text{扇形}OBE} - S_{\text{扇形}ODE} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d = \frac{1}{2}(8\pi + 6\pi) \times 6 = 42\pi\text{cm}^2$ ；

【小问 4 详解】

解： $\because l_{\widehat{DF}} = \frac{n\pi r}{180} = 6\pi$ ， $l_{\widehat{BE}} = \frac{n\pi R}{180} = 8\pi$ ，

$$\therefore r = \frac{1080}{n}, R = \frac{1440}{n},$$

$$\because AC = BD = 6\text{cm}, \text{ 即 } \frac{1440}{n} - \frac{1080}{n} = 6,$$

解得: $n = 60$

$$\therefore r = \frac{1080}{60} = 18\text{cm}, \text{ 即 } OF = 18\text{cm}$$

故答案为: 18cm , 60° .