

2024 学年第二学期六年级融合部数学学科作业节点检测

2025.5.20

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

考生注意: 本次考试不能使用计算器, 无特殊说明, π 取 3.14

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列方程是二元一次方程的是 ()

A. $x^2 - 3y = 0$

B. $x + 5y = -1$

C. $x + y - z = 0$

D. $3x - 2 = 4 + x$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程的定义. 含有两个未知数, 并且含有未知数的项的次数都为 1 的方程即为二元一次方程, 据此进行判断即可.

【详解】解: A、 $x^2 - 2y = 0$, 未知数的最高次数是 2, 不是二元一次方程, 故本选项不符合题意;

B、 $x + 5y = -1$ 符合二元一次方程的定义, 故本选项符合题意;

C、 $x + y - z = 0$ 有三个未知数, 不是二元一次方程, 故本选项不符合题意;

D、 $3x - 2 = 4 + x$ 是一元一次方程, 故本选项不符合题意.

故选: B.

2. 圆柱的底面半径扩大为原来的 2 倍, 高也扩大为原来的 2 倍, 它的侧面积扩大为原来的 () 倍.

A. 2

B. 4

C. 8

D. 16

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查圆柱的侧面积, 熟练掌握侧面积的计算公式是解题的关键. 根据圆柱侧面积的计算公式计算即可.

【详解】解: 由题意可知, 底面周长 $C = 2\pi r$, 故底面周长扩大 2 倍,

侧面积 $S = Ch$, 故它的侧面积扩大为原来的 4 倍.

故选 B.

3. 在含盐 25% 的盐水中加入 25 克盐和 100 克水, 这时盐水的含盐率 ().

A. 等于 25%

B. 小于 25%

C. 大于 25%

D. 无法判断

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了求一个数是另一个数的百分之几（百分率问题），理解两种不同浓度的同种溶液相混合，混合后的浓度要大于原来较小的浓度，小于原来较大的浓度，是解题的关键。

根据含盐率 = 盐的质量 ÷ 盐水的质量 × 100%，用 $25 \div (25 + 100) \times 100\%$ ，求出新加入的盐水的含盐率，再判断即可。

【详解】解：后加入盐水的含盐率为： $25 \div (25 + 100) \times 100\%$

$$= 25 \div 125 \times 100\%$$

$$= 0.2 \times 100\%$$

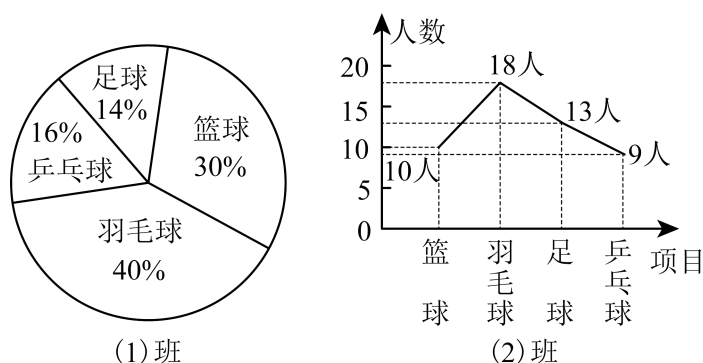
$$= 20\%,$$

$$\therefore 25\% > 20\%,$$

$\therefore$ 在含盐 25% 的盐水中加入 25 克盐和 100 克水，这时盐水的含盐率大于 20%，小于 25%。

故答案为：B。

4. 在“阳光体育节”活动中，某校对六（1）班、六（2）班同学各 50 人参加体育活动的情况进行了调查，结果如下图所示。下列说法中正确的是（ ）。



- A. 六（1）班喜欢乒乓球的人数比六（2）班多
- B. 六（1）班喜欢足球的人数比六（2）班多
- C. 六（2）班喜欢羽毛球的人数比六（1）班多
- D. 六（2）班喜欢篮球的人数比六（1）班少

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查扇形统计图和折线统计图，熟练掌握扇形统计图和折线统计图是解题的关键；根据扇形统计图和折线统计图关联计算求解即可；

【详解】解：A、六（1）班喜欢乒乓球的人数是 $50 \times 16\% = 8$ （人），六（2）班的有 9 人，故六（1）班喜欢乒乓球的人数比六（2）班少，该选项错误；

B、六（1）班喜欢足球的人数是 $50 \times 14\% = 7$ （人），六（2）班的有13人，故六（1）班喜欢足球的人数比六（2）班少，该选项错误；

C、六（1）班喜欢羽毛球的人数是 $50 \times 40\% = 20$ （人），六（2）班的有18人，故六（2）班喜欢羽毛球的人数比六（1）班少，该选项错误；

D、六（1）班喜欢篮球的人数是 $50 \times 30\% = 15$ （人），六（2）班的有10人，六（2）班喜欢篮球的人数比六（1）班少，该选项正确；

故选：D

5. 如图，甲、乙两块挡板之间有一个半径为3cm的圆，圆从甲挡板开始沿直线滚动到乙挡板，正好滚动3周，甲、乙两块挡板之间的距离是（ ）cm.



A. 62.52

B. 59.52

C. 56.52

D. 53.52

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了圆的周长计算，根据题意可知，甲、乙两块挡板之间的距离等于半径为3cm的圆的周长的3倍加上一个直径，据此根据圆周长计算公式求解即可。

【详解】解： $3 \times 3.14 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 = 62.52\text{cm}$ ，

所以甲、乙两块挡板之间的距离是 62.52cm ，

故选：A.

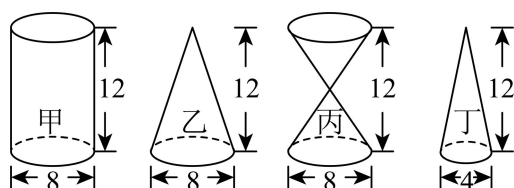
6. 如图中4个图形的体积之间是什么关系？下面说法正确的有().

① $V_{\text{甲}} = 3V_{\text{乙}}$ (单位: cm^3)

② $V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}}$ (单位: cm^3)

③ $V_{\text{乙}} = 2V_{\text{丁}}$ (单位: cm^3)

④ $V_{\text{甲}} = 12V_{\text{丁}}$ (单位: cm^3)



A. ①③

B. ③④

C. ①②③

D. ①②④

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查圆柱、圆锥体积公式的灵活运用，关键是熟记公式. 根据圆柱的体积公式： $V = \pi r^2 h$ ，圆锥的体积公式： $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ，把数据代入公式分别求出它们的体积，然后进行比较即可.

【详解】解：甲： $3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 12$

$$= 3.14 \times 16 \times 12$$

$$= 50.24 \times 12$$

$$= 602.88 \text{ (立方厘米)}$$

$$\text{乙：} \frac{1}{3} \times 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 12$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16 \times 12$$

$$= 200.96 \text{ (立方厘米)}$$

$$\text{丙：} \frac{1}{3} \times 3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 12$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 16 \times 12$$

$$= 200.96 \text{ (立方厘米)}$$

$$\text{丁：} \frac{1}{3} \times 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 12$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 4 \times 12$$

$$= 50.24 \text{ (立方厘米)}$$

$$\therefore V_{\text{乙}} = V_{\text{丙}}, \text{ 故②正确}$$

$$602.88 \div 200.96 = 3, \text{ 则 } V_{\text{甲}} = 3V_{\text{乙}}, \text{ 故①正确}$$

$$200.96 \div 50.24 = 4, \text{ 则 } V_{\text{乙}} = 4V_{\text{丁}}, \text{ 故③错误}$$

$$602.88 \div 50.24 = 12, \text{ 则 } V_{\text{甲}} = 12V_{\text{丁}}, \text{ 故④正确}$$

所以说法正确的是：①②④

故选：D.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分)

7. 已知 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ，用含 x 的代数式表示 y ，则 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $y = 3 - \frac{3}{2}x$

【解析】

【详解】 本题考查了二元一次方程的解，先移项，然后两边同时乘以 3，即可求解.

【点睛】 解: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

$$\therefore \frac{y}{3} = 1 - \frac{x}{2}$$

$$\therefore y = 3 - \frac{3}{2}x$$

故答案为: $y = 3 - \frac{3}{2}x$.

8. 已知扇形的半径为 9cm，弧长为 $6\pi\text{cm}$ ，则此扇形的面积是_____.

【答案】 $27\pi\text{cm}^2$

【解析】

【分析】 此题考查了扇形的面积的计算公式，解题的关键是扇形的面积计算. 根据扇形的面积计算即可得到答案.

【详解】 解: 此扇形的面积是 $\frac{1}{2}LR = \frac{1}{2} \times 6\pi \times 9 = 27\pi\text{cm}^2$

故答案为: $27\pi\text{cm}^2$.

9. 一个零件长 3mm，画在图纸上长为 6cm，这幅设计图纸的比例尺是_____.

【答案】 20:1

【解析】

【分析】 本题考查了比例尺，掌握比例尺是图上距离与实际距离的比是解题关键. 根据比例尺的意义作答.

【详解】 解: $6\text{cm} : 3\text{mm} = 60\text{mm} : 3\text{mm} = 20 : 1$,

即这幅设计图纸的比例尺是 20:1,

故答案为: 20:1

10. 已知圆柱的底面半径为 3 cm，母线长为 4 cm，那么这个圆柱的表面积为_____ cm^2 (保留 π)

【答案】 42π

【解析】

【分析】 本题考查了圆柱的表面积，求出圆柱的侧面积和底面积，相加即可.

【详解】 解: 圆柱的底面半径为 3 cm，母线长为 4 cm，

它的底面积为 $9\pi\text{cm}^2$ ，底面周长为 $6\pi\text{cm}$ ，侧面积为 $6\pi \times 4 = 24\pi\text{cm}^2$,

这个圆柱的表面积为 $2 \times 9\pi + 24\pi = 42\pi \text{cm}^2$,

故答案为: 42π .

11. 小军和姐姐用抛掷骰子的方法决定谁打扫房间, 姐姐规定, 掷到比 3 大的数姐姐打扫, 否则小军打扫. 你觉得姐姐的规定对小军_____. (填“公平”或“不公平”)

【答案】公平

【解析】

【分析】本题考查了可能性大小的比较, 根据骰子的点数比 3 大的数有 3 个, 则小于等于 3 的数也是 3 个, 两人赢的可能性相同, 即可求解.

【详解】解: $\because$ 骰子的点数比 3 大的数有 3 个, 小于等于 3 的数也是 3 个,

$\therefore$ 姐姐的规定对小军公平

故答案为: 公平.

12. 一件运动衣的成本价为 m 元, 先按成本提高 50% 后标价, 再按标价的 9 折出售, 这件运动衣的售价是_____元.

【答案】 $1.35m$

【解析】

【分析】 此题考查了字母表示数的方法, 弄清百分数乘法的意义是解本题的关键.

首先根据百分数乘法的意义, 求出这件运动衣先按成本提高 50% 后的标价是多少; 然后用标价乘以 0.9, 求出这件运动衣的售价是多少, 化简即可.

【详解】解: 由题意可得: 运动衣先按成本提高 50% 后的标价为: $m(1+50\%)$,

再按标价的 9 折出售的售价是: $m(1+50\%) \times 0.9$,

$\therefore m(1+50\%) \times 0.9 = 1.35m$,

答: 这件运动衣的售价是 $1.35m$ 元.

故答案为: $1.35m$.

13. 已知圆锥侧面展开图圆心角的度数是 120° , 母线长为 3, 则圆锥的底面圆的半径是_____.

【答案】1

【解析】

【分析】设该圆锥的底面半径为 r , 利用圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi r = \frac{120 \times \pi \times 3}{180}$, 然后解关于 r 的方程即可.

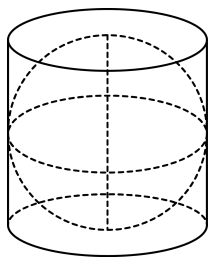
【详解】设该圆锥的底面半径为 r ，根据题意得 $2\pi r = \frac{120 \times \pi \times 3}{180}$ ，

解得 $r = 1$ 。

故答案为 1。

【点睛】本题考查圆锥的计算，解题的关键是知道圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长。

14. 如图，一个球恰好放在一个圆柱形盒子里（球的半径为 R 时，球的体积为 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ），若圆柱的容积为 300π ，则球的体积为_____。（结果保留 π ）



【答案】 200π

【解析】

【分析】本题考查了圆柱的体积和球的体积，根据圆柱的体积和球的体积公式计算即可得出答案。

【详解】解：设球的半径为 r ，则圆柱的高为 $2r$ ，

由题意得： $\pi r^2 \cdot 2r = 300\pi$ ，

解得： $\pi r^3 = 150\pi$ ，

$\therefore$ 球的体积为 $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 150\pi = 200\pi$ ，

故答案为： 200π 。

15. 已知一个直角三角形的两条直角边长分别为 3 和 4，斜边长为 5，把它绕着其中一条直角边旋转一周，其余各边所成的面围成的几何体的表面积为_____。

【答案】 24π 或 36π

【解析】

【分析】本题考查了圆锥的计算，点、线、面、体等知识点，分为两种情况 ① 绕着长度为 4 的直角边旋转，

② 绕着长度为 3 的直角边旋转，求出底面圆的面积和扇形的面积和即可，掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】解： ① 当绕着长度为 4 的直角边旋转一周时，其余各边所成的面围成的几何体的表面积为

$$\pi \times 3^2 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 \times 5 = 9\pi + 15\pi = 24\pi；$$

② 当绕着长度为 3 的直角边旋转一周时，其余各边所成的面围成的几何体的表面积为

$$\pi \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 4 \times 5 = 16\pi + 20\pi = 36\pi ;$$

∴ 把它绕着其中一条直角边旋转一周，其余各边所成的面围成的几何体的表面积为 24π 或 36π ，

故答案为： 24π 或 36π .

16. 已知方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$ ，则方程组 $\begin{cases} 2a_1(x-1) + 3b_1(y+1) = 6c_1 \\ 2a_2(x-1) + 3b_2(y+1) = 6c_2 \end{cases}$ 的解为_____.

【答案】 $\begin{cases} x = 13 \\ y = 5 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的解，根据方程组的特点，理解整体思想是解题关键. 先将方程

$$\begin{cases} 2a_1(x-1) + 3b_1(y+1) = 6c_1 \\ 2a_2(x-1) + 3b_2(y+1) = 6c_2 \end{cases} \text{ 变形为 } \begin{cases} a_1 \cdot \frac{x-1}{3} + b_1 \cdot \frac{y+1}{2} = c_1 \\ a_2 \cdot \frac{x-1}{3} + b_2 \cdot \frac{y+1}{2} = c_2 \end{cases}, \text{ 根据方程组 } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 的解为}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \text{ 得到 } \begin{cases} \frac{x-1}{3} = 4 \\ \frac{y+1}{2} = 3 \end{cases}, \text{ 即可求出 } \begin{cases} x = 13 \\ y = 5 \end{cases}.$$

【详解】 解： $\begin{cases} 2a_1(x-1) + 3b_1(y+1) = 6c_1 \\ 2a_2(x-1) + 3b_2(y+1) = 6c_2 \end{cases}$ 变形为 $\begin{cases} a_1 \cdot \frac{x-1}{3} + b_1 \cdot \frac{y+1}{2} = c_1 \\ a_2 \cdot \frac{x-1}{3} + b_2 \cdot \frac{y+1}{2} = c_2 \end{cases},$

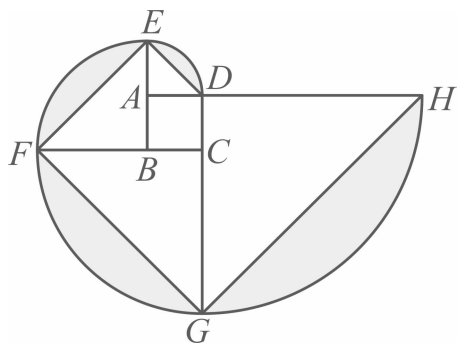
$$\therefore \text{方程组 } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{x-1}{3} = 4 \\ \frac{y+1}{2} = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x = 13 \\ y = 5 \end{cases}.$$

故答案为： $\begin{cases} x = 13 \\ y = 5 \end{cases}$

17. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米, 分别以正方形的四个顶点为圆心画扇形 (如图所示), 则阴影部分面积之和是_____平方厘米 (结果保留 π)



【答案】 $\left(\frac{15}{2}\pi - 15\right)$

【解析】

【分析】 本题考查求阴影部分的面积, 用各自阴影部分所在的扇形面积减去直角三角形的面积, 再相加即可得出结果.

【详解】 解: $\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长是 1 厘米,

$\therefore AB = AD = CD = BC = 1\text{cm}$,

由题意, 得:

$AE = AD = 1\text{cm}, BF = BE = AB + AE = 2\text{cm}, CF = CG = BC + BF = 3\text{cm}, DG = DH = CD + CG = 4\text{cm}$

$\therefore$ 阴影部分面积之和为: $\frac{1}{4}\pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + \frac{1}{4}\pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{4}\pi \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{4}\pi \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4$
 $= \frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2} + \pi - 2 + \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2} + 4\pi - 8$
 $= \frac{15}{2}\pi - 15$ (平方厘米);

故答案为: $\left(\frac{15}{2}\pi - 15\right)$.

18. 若 x 、 y 是整数, 且 $xy + 3x = 2y + 7$, 则 $x + y$ 的值为_____.

【答案】 -3 或 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了解二元二次方程, 根据题意可得 $x = \frac{2y+7}{y+3}$, 进而可得 $x = 2 + \frac{1}{y+3}$, 再根据 x 、

y 都为整数, 得到 $\frac{1}{y+3}$ 是整数, 则 $y+3=-1$ 或 $y+3=1$, 据此求出 x 、 y 的值即可得到答案.

【详解】解: $\because xy+3x=2y+7$,

$$\therefore x(y+3)=2y+7,$$

$$\therefore x=\frac{2y+7}{y+3},$$

$$\therefore x=\frac{(2y+6)+1}{y+3}=2+\frac{1}{y+3},$$

$\because x$ 、 y 都为整数,

$$\therefore \frac{1}{y+3} \text{ 是整数,}$$

$$\therefore y+3=-1 \text{ 或 } y+3=1,$$

当 $y+3=-1$ 时, $x=1$, $y=-4$, 则 $x+y=1-4=-3$;

当 $y+3=1$ 时, $x=3$, $y=-2$, 则 $x+y=3-2=1$;

综上所述, $x+y$ 的值为 -3 或 1 ,

故答案为: -3 或 1 .

三、简答题: (本大题共 3 题, 第 19-20 题每题 4 分, 第 21 题 5 分, 满分 13 分)

19. 解方程组:
$$\begin{cases} 6x+4y=5 \\ 2x+3y=10 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=-\frac{5}{2} \\ y=5 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解二元一次方程组. 利用加减消元法解答, 即可求解.

【详解】解:
$$\begin{cases} 6x+4y=5 \text{ ①} \\ 2x+3y=10 \text{ ②} \end{cases}$$

由 ① $\times 3$ -② $\times 4$: 得 $10x=-25$,

解得: $x=-\frac{5}{2}$,

把 $x = -\frac{5}{2}$ 代入②，解得： $y = 5$ ，

$$\therefore \text{方程组的解是} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = 5 \end{cases}.$$

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x + y = -2 \\ y + z = 13 \\ x + z = 1 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 5 \\ z = 8 \end{cases}$$

【解析】

【分析】此题考查了三元一次方程组的解法，解题的关键是掌握把“三元”转化为“二元”、把“二元”转化为“一元”的消元的思想方法，从而进一步理解把“未知”转化为“已知”和把复杂问题转化为简单问题的思想方法，从而得出答案. 由①+②+③得 $x + y + z = 4$ ，进而再利用加减消元法求解即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} x + y = -2 \text{①} \\ y + z = 13 \text{②} \\ x + z = 1 \text{③} \end{cases},$$

①+②+③得： $2x + 2y + 2z = 12$ ，

整理得： $x + y + z = 6$ ④，

④-①得： $z = 8$ ，

④-②得： $x = -7$ ，

④-③得： $y = 5$ ，

$\therefore$ 方程组的解为
$$\begin{cases} x = -7 \\ y = 5 \\ z = 8 \end{cases}.$$

21. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ ax - by = -1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} bx + 3ay = 6 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ 的解相同，求 $b - a$ 的值.

【答案】 $\frac{9}{7}$

【解析】

【分析】此题考查同解方程组的意义，利用两个方程组的解相同联立方程组，进一步利用方程组解决问题.

首先把 $3x + 4y = 1$ 和 $x - 2y = 7$ 联立方程组，求得 x 、 y 的数值，再进一步代入原方程组的另一个方程，再进一步联立关于 a 、 b 的方程组，进一步解方程组求得答案即可.

【详解】解：∵ 关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ ax - by = -1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} bx + 3ay = 6 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ 同解，

∴ 解方程组 $\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ ，得： $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ ，

把 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} ax - by = -1 \\ bx + 3ay = 6 \end{cases}$ ，

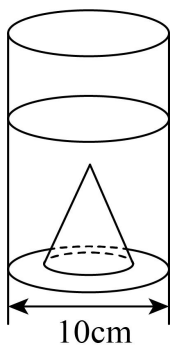
得： $\begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ 3b - 6a = 6 \end{cases}$ ，

解得： $a = -\frac{5}{7}$ ， $b = \frac{4}{7}$ 。

∴ $b - a = \frac{4}{7} - \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{9}{7}$ 。

四、解答题：（本大题共 5 题，第 22 题 5 分，第 23-24 题每题 6 分，第 25 题 7 分，第 26 题 9 分，满分 33 分）

22. 一个圆柱形玻璃容器里装有水，在水里浸没一个底面半径是 3cm，高是 10cm 的圆锥铁块（如图），如果把铁块从圆柱形容器中取出，那么容器中的水面高度要下降多少厘米？



【答案】容器中的水面高度要下降 1.2 厘米

【解析】

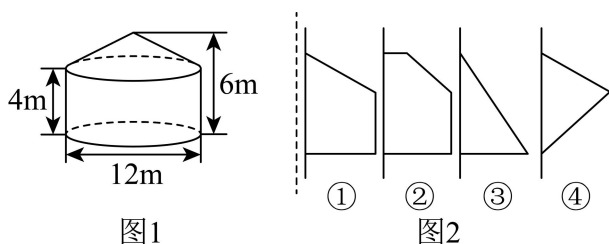
【分析】此题主要考查圆锥、圆柱的体积公式，首先根据圆锥的体积公式： $v = \frac{1}{3}sh$ 求出圆锥的体积，然后用圆锥的体积除以圆柱的底面积即可。

【详解】解：由题意得，

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 \div \left[\pi \times (10 \div 2)^2 \right] \\
&= \frac{1}{3} \times \pi \times 9 \times 10 \div (\pi \times 25) \\
&= 30\pi \div 25\pi \\
&= 1.2 \text{ (厘米)},
\end{aligned}$$

答：容器中的水面高度要下降 1.2 厘米．

23. 据国家粮食和物资储备局发布，截至 2024 年 9 月 30 日，主产区各类粮食企业累计收购 2024 年度夏粮 7503 万吨，同比增加 642 万吨，收购市场总体平稳．图 1 是某“粮仓”的示意图．



(1) 该粮仓的示意图可以由图 2 中的图_____旋转一周后得到；

(2) 求该“粮仓”的体积．(结果保留 π)

【答案】 (1) ① (2) $168\pi \text{ m}^3$ ．

【解析】

【分析】 本题主要考查立体图形的体积，点、线、面、体之间的关系．

(1) 根据图形可知该几何体是由圆锥和圆柱所构成，然后问题可求解；

(2) 根据圆柱及圆锥的体积公式及图中所给数据可进行求解．

【小问 1 详解】

解：由题意可知是由①旋转而成的，

故答案为：①；

【小问 2 详解】

解：由题意得“粮仓”的体积为圆柱的体积加圆锥的体积：

$$\pi(12 \div 2)^2 \times 4 + \frac{1}{3} \times \pi \times (12 \div 2)^2 \times (6 - 4) = 168\pi(\text{m}^3),$$

答：该“粮仓”的体积为 $168\pi \text{ m}^3$ ．

24. 某高速公路收费站对于过往车辆收费标准是：大型车 30 元，中型车 15 元，小型车 10 元，一天，通过该收费站的大型车和中型车数量之比是 5:6，中型车与小型车之比是 4:11，小型车的通行费总数比大型车多 270 元，

(1) 这天通过收费站的大型车、中型车和小型车各有多少辆？

(2) 这天的收费总数是多少?

【答案】(1) 大型车 90 辆, 中型车 108 辆, 小型车 297 辆

(2) 这天的收费总数是 7290 元

【解析】

【分析】本题考查了比和比例的应用和一元一次方程的知识, 掌握以上知识是解题的关键;

(1) 本题先确定大型车: 中型车: 小型车 $= 10:12:33$, 然后列方程 $330k - 300k = 270$, 求解出 $k = 9$, 然后即可求解;

(2) 由 (1) 得到的大型车 90 辆, 中型车 108 辆, 小型车 297 辆, 根据大型车 30 元, 中型车 15 元, 小型车 10 元, 即可求解总费用;

【小问 1 详解】

解: 先确定车辆数量比例, 大型车: 中型车 $= 5:6$, 中型车: 小型车 $= 4:11$, 统一中型车比例的最小公倍数 12:

$\therefore$ 大型车: 中型车 $= 10:12$ (原比例 $\times 2$), 中型车: 小型车 $= 12:33$ (原比例 $\times 3$),

$\therefore$ 合并比例得: 大型车: 中型车: 小型车 $= 10:12:33$,

设大型车数量为 $10k$, 中型车 $12k$, 小型车 $33k$,

$\therefore$ 小型车总费用: $10' 33k = 330k$ (元),

大型车总费用: $30' 10k = 300k$ (元),

$\therefore 330k - 300k = 270$,

解得: $k = 9$,

$\therefore$ 大型车数量为 $10k = 10' 9 = 90$, 中型车 $12k = 12' 9 = 108$, 小型车 $33k = 33' 9 = 297$,

$\therefore$ 大型车 90 辆, 中型车 108 辆, 小型车 297 辆;

【小问 2 详解】

解: 大型车: $90 \times 30 = 2700$ 元,

中型车: $108' 15 = 1620$ 元,

小型车: $297' 10 = 2970$ 元,

总收费: $2700 + 1620 + 2970 = 7290$ 元;

25. 有这样一个问题: 甲、乙、丙三种商品: ①购买甲 3 件、乙 5 件、丙 7 件共需要 490 元; ②购买甲 4 件、乙 7 件、丙 10 件共需要 690 元; ③购买甲 2 件、乙 3 件、丙 1 件共需要 170 元. 求购买甲、乙、丙三种商品各一件需要多少元?

欢欢认为: 可以根据题意列出三元一次方程组, 分别求出甲、乙、丙商品的单价, 再相加即可求得答案.

乐乐认为：这道题目去掉条件③，只用①②两个条件，仍能求得答案.

(1) 请你根据欢欢的思路解决问题.

(2) 你认为乐乐的说法正确吗？如果正确，请根据乐乐的思路完成解答过程；如果不正确，请说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) 正确，理由见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了三元一次方程组的应用，

对于 (1)，先设甲，乙，丙商品的单价，再根据总价相等列出三元一次方程组，求出解即可；

对于 (2)，仿照 (1) 列出两个方程，再根据整体的思想求出答案即可.

【小问 1 详解】

解：设甲，乙，丙商品的单价为 x 元， y 元， z 元，根据题意，得

$$\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 490 \\ 4x + 7y + 10z = 690, \\ 2x + 3y + z = 170 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 20 \\ y = 30, \\ z = 40 \end{cases}$$

$$\therefore x + y + z = 90.$$

答：购买甲，乙，丙三种商品各一件共需 90 元；

【小问 2 详解】

解：乐乐的说法正确.

设购买甲，乙商品的单价为 x 元， y 元，根据题意，得

$$\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 490 \text{①} \\ 4x + 7y + 10z = 690 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{①} \times 3 - \text{②} \times 2 \text{ 得 } x + y + z = 90.$$

答：购买甲，乙，丙三种商品各一件共需 90 元.

26. 定义：对于关于 x, y 的二元一次方程 $ax + by = c$ (其中 $a \neq b \neq c$)，若将其 x 的系数 a 与常数 c 互换，得到的新方程 $cx + by = a$ 称为原方程 $ax + by = c$ 的“对称方程”. 例如方程 $3x + 2y = 7$ 的“对称方程”为 $7x + 2y = 3$.

(1) 写出方程 $2x - 3y = -1$ 的“对称方程”_____, 以及它们组成的方程组的解为_____;

(2) 若关于 x, y 的二元一次方程 $3x + my = 8$ 与它的“对称方程”组成的方程组的解为 $\begin{cases} x = m \\ y = n \end{cases}$, 求 m, n 的值;

(3) 若关于 x, y 的二元一次方程 $ax + by = c$ 的系数满足 $a - b + c = 0$, 且与它的“对称方程”组成的方程组的解恰是关于 x, y 的二元一次方程 $mx + ny = p$ 的一个解, 直接写出代数式 $(m - n)m + p(n - p) + 2025$ 的值.

【答案】(1) $-x - 3y = 2$, $\begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} m = -1 \\ n = -11 \end{cases}$;

(3) 2025

【解析】

【分析】本题主要考查二元一次方程(组)的新定义, 加减消元法, 代入消元法解二元一次方程组的方法, 理解“对称方程”的定义, 掌握解二元一次方程(组)的方法是解题的关键.

(1) 根据“对称方程”的定义可得方程, 联立方程组求解即可;

(2) 根据“对称方程”的定义可得方程, 联立方程组求解即可;

(3) 根据题意, 先联立方程组, 求出 x, y 的值, 代入方程得到 $m - n = -p$, 代入代数式化简求值即可.

【小问 1 详解】

解: 方程 $2x - 3y = -1$ 的“对称方程”为 $-x - 3y = 2$,

联立得 $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -x - 3y = 2 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$,

故答案为: $-x - 3y = 2$, $\begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$;

【小问 2 详解】

解: 方程 $3x + my = 8$ 的“对称方程”为 $8x + my = 3$,

$$\text{联立得} \begin{cases} 3x + my = 8 \\ 8x + my = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = m \\ y = n \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} 3m + mn = 8 \\ 8m + mn = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -1 \\ n = -11 \end{cases};$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because a - b + c = 0,$$

$$\therefore a + c = b,$$

$$\text{方程 } ax + by = c \text{ 与它的“对称方程”组成的方程组为} \begin{cases} ax + by = c \\ cx + by = a \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{把} \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \text{代入 } mx + ny = p \text{ 可得 } -m + n = p, \text{ 即 } m - n = -p,$$

$$\therefore (m - n)m + p(n - p) + 2025$$

$$= -pm + pn - p^2 + 2025$$

$$= p(-m + n) - p^2 + 2025$$

$$= p^2 - p^2 + 2025$$

$$= 2025,$$