

六年级下数学测验 (三)

(时间: 70 分钟; 满分: 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分):

1. 下列是二元一次方程组的是 ()

A.
$$\begin{cases} 2x - 3y - 1 \\ xy = 2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2x - 7y = 6 \\ \frac{1}{x} + 4y = 5 \end{cases}$$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据二元一次方程组的定义判断, 二元一次方程组需满足: 一共含有两个未知数, 所有含未知数的项的次数都是 1, 且都是整式方程, 由两个方程组成, 据此逐一判断选项即可.

【详解】 解: 选项 A 中, 第一个式子 $2x - 3y - 1$ 不是等式, 不是方程, 且 xy 项的次数为 2, 不满足定义, 故 A 不符合题意;

选项 B 中, 方程组共含有 x, y, z 三个未知数, 不满足二元的要求, 故 B 不符合题意;

选项 C 中, 方程组共含两个未知数 x, y , 所有含未知数的项的次数都是 1, 且都是整式方程, 满足二元一次方程组的定义, 故 C 符合题意;

选项 D 中, 第二个方程 $\frac{1}{x} + 4y = 5$ 是分式方程, 不是整式方程, 不满足定义, 故 D 不符合题意.

2. 在下列方程组中, 只有一个解的是 ()

A.
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 3y = 9 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 3 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$

【答案】 D

【解析】

【分析】 可通过化简方程组, 根据两个方程系数的关系判断解的个数, 两个一次方程对应未知数系数不成比例时, 方程组只有一个解.

【详解】 选项 A: 对于 $\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 3y = 9 \end{cases}$, 将第二个方程两边同除以 3, 得 $x + y = 3$, 与第一个方程完全相同, 因此方程组有无数个解, 故 A 不符合要求;

选项 B: 对于 $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 3 \end{cases}$, 将第二个方程两边同除以 2, 得 $x - y = \frac{3}{2}$, 与 $x - y = 1$ 矛盾, 因此方程组无解, 故 B 不符合要求;

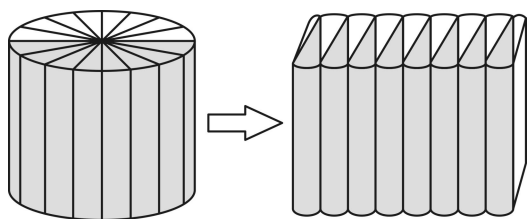
选项 C: 对于 $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 1 \\ x - y = 0 \end{cases}$, 将第一个方程两边同乘 2, 得 $x - y = 2$, 与 $x - y = 0$ 矛盾, 因此方程组无解,

故 C 不符合要求;

选项 D: 对于 $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$, 化简第二个方程得 $x - y = \frac{1}{2}$, 两个方程未知数对应系数不成比例, 联立可求

得唯一解 $\begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$, 因此方程组只有一个解, 故 D 符合要求.

3. 我们常用转化的策略解决问题. 比如探索圆柱的体积公式. 把一个圆柱切成若干等分拼成一个近似的长方体 (如图), 比较两个几何体, 下面说法正确的是 ().



- A. 表面积和体积分别相等
- B. 表面积相等, 体积不相等
- C. 表面积不相等, 体积相等
- D. 表面积不相等, 体积不相等

【答案】 C

【解析】

【分析】 设圆柱的半径为 r , 高为 h , 根据题意, 其体积为 $V = \pi r^2 h$, 表面积为 $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, 长方体的体积为 $V = \pi r \times r \times h = \pi r^2 h$, 表面积为 $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh + 2rh$, 解答即可.

本题考查了圆柱的体积计算, 表面积计算, 转化思想, 熟练掌握公式是解题的关键.

【详解】 解: 设圆柱的半径为 r , 高为 h , 根据题意, 其体积为 $V = \pi r^2 h$, 表面积为 $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, 长方体的体积为 $V = \pi r \times r \times h = \pi r^2 h$, 表面积为 $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh + 2rh$,

由此可得, 它们的体积相等, 表面积不相等,

故选: C.

4. 在解关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 6x + \odot y = 3 \textcircled{1} \\ 2x + \otimes y = -1 \textcircled{2} \end{cases}$ 时, 若 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 可以直接消去未知数 y , 则 $\odot$ 和 $\otimes$ 的

关系是 ()

- A. 互为倒数
- B. 互为相反数
- C. 大小相等
- D. 无法确定

【答案】B

【解析】

【分析】根据加减消元法即可得.

【详解】解:
$$\begin{cases} 6x + \odot y = 3 \text{ ①} \\ 2x + \otimes y = -1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①+②得: $8x + (\odot + \otimes)y = 2$,

∵①+②可以直接消去未知数 y ,

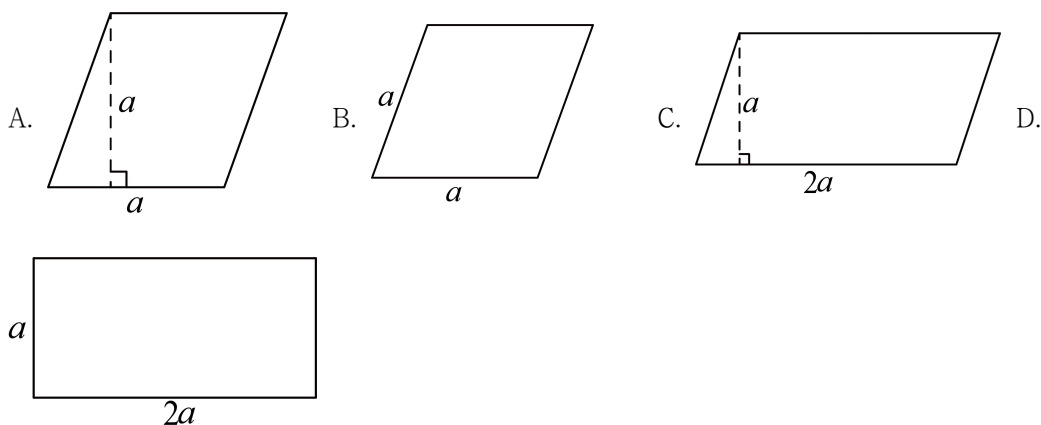
∴ $\odot + \otimes = 0$,

则 $\odot$ 和 $\otimes$ 的关系是互为相反数,

故选: B.

【点睛】本题考查了解二元一次方程组, 熟练掌握加减消元法是解题关键.

5. 一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$, 下面 () 图形是这个圆柱侧面的展开图.



【答案】A

【解析】

【分析】此题考查圆柱的侧面展开图. 根据题意: 一个圆柱的底面半径和高的比是 $1:2\pi$, 若半径为1份, 那么这个圆柱的底面周长为: $2\pi \times 1 = 2\pi$, 高也是 2π , 说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等, 那么这样的圆柱展开后是一个底面周长和高相等的图形, 因此答案A正确.

【详解】解: 圆柱的底面周长为: $2\pi \times 1 = 2\pi$, 圆柱的高也是 2π ,
说明圆柱的底面周长和圆柱的高相等.

故选: A.

二、填空题 (每题2分, 共24分):

6. 已知 $3x^{2m-1} + y^{n-3} = 7$ 是二元一次方程, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

【答案】 ①. 1 ②. 4

【解析】

【分析】根据二元一次方程的定义，未知数的最高次数为1，可得到关于 m 和 n 的一元一次方程，求解即可得到结果.

【详解】解：∵ $3x^{2m-1} + y^{n-3} = 7$ 是二元一次方程，

∴ 根据二元一次方程的定义，两个未知数的次数都为1，可得：

$$2m-1=1, \quad n-3=1,$$

解得： $m=1, \quad n=4$.

7. 若 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax-y=0 \\ x+by=3 \end{cases}$ 的解，则 $a=$ _____, $b=$ _____.

【答案】 ①. 2 ②. 1

【解析】

【分析】根据二元一次方程组的解的定义，将已知解代入原方程组，得到关于 a 和 b 的一元一次方程，分别求解即可得到结果.

【详解】解：∵ $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax-y=0 \\ x+by=3 \end{cases}$ 的解，

∴ 将 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 代入原方程组，得 $\begin{cases} a-2=0 \\ 1+2b=3 \end{cases}$,

解得： $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$.

8. 把方程 $2x+7y=11$ 变形，用含 y 的式子表示 x ，可得 $x=$ _____.

【答案】 $\frac{11-7y}{2}$

【解析】

【分析】先移项整理，再将 x 的系数化为1即可得到结果.

【详解】解： $2x+7y=11$,

移项得 $2x=11-7y$,

等式两边同时除以2，得 $x=\frac{11-7y}{2}$.

9. 若 $(3x-y+5)^2 + |2x-y+3|=0$ ，则 $x+y$ 的值为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 根据已知等式，利用非负数的性质列出方程组，求出方程组的解得到 x 与 y 的值，即可确定出 $x+y$ 的值.

【详解】 $\because (3x-y+5)^2 + |2x-y+3| = 0$, $\therefore 3x-y+5=0$, $2x-y+3=0$, $\therefore x=-2$, $y=-1$. $\therefore x+y=-3$.

【点睛】 本题考查的知识点是：某个数的平方与另一数的绝对值的和等于 0，那么平方数的底数为 0，绝对值里面的代数式的值为 0.

10. 三元一次方程组
$$\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=5 \\ x+z=4 \end{cases}$$
 的解是_____.

【答案】
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查解三元一次方程组，通过消元将三元一次方程组转化成二元一次方程组求解即可.

【详解】 解：
$$\begin{cases} x+y=3 \text{ ①} \\ y+z=5 \text{ ②} \\ x+z=4 \text{ ③} \end{cases}$$

由 ③-② 得， $x-y=-1$ ④，

由 ①+④ 得， $2x=2$ ，

解得 $x=1$ ，

把 $x=1$ 代入 ① 得， $y=2$ ，

把 $x=1$ 代入 ③ 得， $z=3$ ，

$\therefore$ 原方程的解为
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

11. 已知方程组
$$\begin{cases} x+y-5z=0 \\ x-y+z=0 \end{cases}$$
，则 $x:y:z=$ _____.

【答案】 2:3:1

【解析】

【分析】根据方程组系数的特点，先消去未知数 y ，得出 x 与 z 的关系，再得出 y 与 z 的关系，最后求比值. 本题考查了解三元一次方程组. 关键是把其中一个未知数当作已知数，求另外两个未知数与这个未知数的关系.

【详解】解：
$$\begin{cases} x+y-5z=0 \textcircled{1} \\ x-y+z=0 \textcircled{2} \end{cases},$$

①+②得： $2x-4z=0$ ， $\therefore x=2z$ ，

①-②得： $2y-6z=0$ ， $\therefore y=3z$ ，

$\therefore x:y:z=2z:3z:z=2:3:1$.

故答案为： 2:3:1.

12. 幻方是古老的数学问题，我国古代的《洛书》中记载了最早的幻方——九宫格. 将9个数填入幻方的空格中，要求每一行每一列以及对角线上的3个数之和都相等，则图中 $x+y=$ _____.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

图1

x	21	
5		
20	y	

图2

【答案】 14

【解析】

【分析】设右上角上的数为 m ，中间数为 n ，右下角上的数为 b ，根据 $x+5+20=x+21+m$ ，求出 $m=4$ ，根据 $21+n+y=20+n+4$ ，求出 $y=3$ ，根据 $20+n+m=x+5+20$ ，得出 $n=x+1$ ，根据 $x+n+b=20+y+b$ ，求出 $x=11$ ，最后代入求出结果即可.

【详解】解：设右上角上的数为 m ，中间数为 n ，右下角上的数为 b ，如图所示：

x	21	m
5	n	
20	y	b

根据题意得： $x+5+20=x+21+m$ ，

解得： $m=4$ ，

$$\therefore 21+n+y=20+n+m,$$

$$\therefore 21+n+y=20+n+4,$$

$$\text{解得: } y=3,$$

$$\therefore 20+n+m=x+5+20,$$

$$\therefore 20+n+4=x+5+20,$$

$$\text{解得: } n=x+1,$$

$$\therefore x+n+b=20+y+b,$$

$$\therefore x+x+1+b=20+3+b,$$

$$\text{解得: } x=11,$$

$$\therefore x+y=11+3=14.$$

13. 将一个棱长为 10 厘米的正方体削成最大的圆锥, 则这个圆锥的体积为_____立方厘米. (保留 π)

【答案】 $\frac{250}{3}\pi$

【解析】

【分析】 正方体削成最大圆锥时, 圆锥的底面直径等于正方体的棱长, 圆锥的高等于正方体的棱长, 代入圆锥体积公式计算即可.

【详解】 解: 由题意可知, 最大圆锥的底面直径为 10 厘米, 高为 10 厘米, 则圆锥的底面半径 $r = \frac{10}{2} = 5$ (厘米),

根据圆锥的体积公式得:

$$V = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 10 = \frac{1}{3}\pi \times 25 \times 10 = \frac{250}{3}\pi \quad (\text{立方厘米}).$$

14. 将一土豆完全浸没在底面直径是 8 厘米的圆柱形盛水容器里, 取出土豆后, 水面由 15 厘米下降到 10 厘米. 则这个土豆的体积是_____立方厘米. (结果保留 π) (土豆取出时粘的水忽略不计)

【答案】 80π

【解析】

【分析】 本题主要考查了圆柱体积的应用, 掌握把土豆完全放入水中, 水下降的部分的体积就是土豆的体积成为解题的关键.

由此利用圆柱的体积公式，列式解答即可.

根据题意得出“土豆的体积等于下降的水的体积”，即底面直径是8厘米、高是5厘米的圆柱的体积，然后利用圆柱的体积公式计算即可.

【详解】解：这个土豆的体积是 $\pi(8 \div 2)^2 \times (15 - 10) = 16\pi \times 5 = 80\pi$.

故答案为： 80π .

15. 如图所示，四个大小相同的球恰好放在一个圆柱形盒子里，四个球的体积之和占整个盒子容积的 _____ (填几分之几). (提示： $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi r^3$)



【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】设球的半径为 r ，分别求出四个球的体积和盒子的体积，即可求解.

【详解】解：设球的半径为 r ,

则四个球的体积和为 $4 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{16}{3}\pi r^3$,

盒子的体积为 $\pi r^2 \cdot 8r = 8\pi r^3$,

故四个球的体积之和占整个盒子容积的 $\frac{\frac{16}{3}\pi r^3}{8\pi r^3} = \frac{2}{3}$.

16. 已知关于 x , y 方程组 $\begin{cases} 2ax + 3y = 18 \\ -x + 5by = 17 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$, 则关于 m , n 方程组

$\begin{cases} 2a(m + n) + 3(m - n) = 18 \\ (m + n) - 5b(m - n) = -17 \end{cases}$ 的解为_____.

【答案】
$$\begin{cases} m = \frac{7}{2} \\ n = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

【解析】

【分析】将待解方程组中的 $m+n$ 和 $m-n$ 看作整体，对比已知方程组及其解，可得关于 m, n 的二元一次方程组，解该方程组即可得到结果.

【详解】解：∵关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2ax+3y=18 \\ -x+5by=17 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$,

将待解方程组 $\begin{cases} 2a(m+n)+3(m-n)=18 \\ (m+n)-5b(m-n)=-17 \end{cases}$ 的第二个方程两边同乘 -1 得:

$$\begin{cases} 2a(m+n)+3(m-n)=18 \\ -(m+n)+5b(m-n)=17 \end{cases}$$

∴该方程组满足 $\begin{cases} m+n=3 \\ m-n=4 \end{cases}$

解得:
$$\begin{cases} m = \frac{7}{2} \\ n = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

17. 现有一列数 $a_1, a_2, \dots, a_{20}$, 满足任意相邻三个数的和为同一常数, 当 $a_2 = 2024$, $a_7 = -2020$,

$a_{18} = -1$ 时, $a_1 + a_2 + \dots + a_{20} =$ _____.

【答案】 22

【解析】

【分析】根据题意得 $\begin{cases} a_2 + a_3 + a_4 = a_3 + a_4 + a_5 \\ a_5 + a_6 + a_7 = a_6 + a_7 + a_8 \end{cases}$, $\begin{cases} a_4 + a_5 + a_6 = a_5 + a_6 + a_7 \\ a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + a_3 + a_4 \end{cases}$,
 $\begin{cases} a_{15} + a_{16} + a_{17} = a_{16} + a_{17} + a_{18} \\ a_{12} + a_{13} + a_{14} = a_{13} + a_{14} + a_{15} \end{cases}$, 依次可求出这一列数的所有的数, 代入即可求解.

【详解】解: ∵满足任意相邻三个数的和为同一常数,

$$\begin{aligned} &\therefore \begin{cases} a_2 + a_3 + a_4 = a_3 + a_4 + a_5 \\ a_5 + a_6 + a_7 = a_6 + a_7 + a_8 \end{cases}, \\ &\begin{cases} a_4 + a_5 + a_6 = a_5 + a_6 + a_7 \\ a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + a_3 + a_4 \end{cases}, \\ &\begin{cases} a_{15} + a_{16} + a_{17} = a_{16} + a_{17} + a_{18} \\ a_{12} + a_{13} + a_{14} = a_{13} + a_{14} + a_{15} \end{cases} \end{aligned}$$

解得: $a_2 = a_5 = a_8 = 2024$,

$a_1 = a_4 = a_7 = -2020$,

$a_{12} = a_{15} = a_{18} = -1$,

同理可求:

$\therefore a_2 = a_5 = a_8 = a_{11} = a_{14} = a_{17} = a_{20} = 2024$,

$a_1 = a_4 = a_7 = a_{10} = a_{13} = a_{16} = a_{19} = -2020$,

$a_3 = a_6 = a_9 = a_{12} = a_{15} = a_{18} = -1$,

$\therefore a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$

$= (2024 - 2020 - 1) \times 6 + a_{19} + a_{20}$

$= 18 - 2020 + 2024$

$= 22$.

三、解方程组 (每题 5 分, 满分 15 分)

18. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x : y = 1 : 3 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = -\frac{5}{7} \\ y = -\frac{45}{7} \end{cases}$$

【解析】

【详解】解: 原方程组可变为
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \text{①} \\ y = 9x \text{②} \end{cases}$$
,

把②代入①得: $2x - 9x = 5$,

解得: $x = -\frac{5}{7}$,

把 $x = -\frac{5}{7}$ 代入②得: $y = -\frac{45}{7}$,

$\therefore$ 原方程组的解为:
$$\begin{cases} x = -\frac{5}{7} \\ y = -\frac{45}{7} \end{cases}$$
.

19. 解方程组:
$$\begin{cases} 2(x+1) - 3(y+2) = 4 \\ \frac{3x-1}{2} + y = -1 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$

【解析】

【详解】解：原方程组可变为： $\begin{cases} 2x-3y=8 \text{①} \\ 3x+2y=-1 \text{②} \end{cases}$

① $\times 2$ +② $\times 3$ 得： $13x=13$,

解得： $x=1$,

把 $x=1$ 代入①得： $2-3y=8$,

解得： $y=-2$,

$\therefore$ 原方程组的解为： $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$.

20. 解方程组： $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \\ 2x+y-z=6 \\ 4x+3y+2z=-1 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=-3 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题主要考查解三元一次方程组，掌握消元法是关键.

根据题意，运用消元法，将三元一次方程组转换二元一次方程组，再转换为一元一次方程求解即可.

【详解】解： $\begin{cases} 3x-2y+z=5 \text{①} \\ 2x+y-z=6 \text{②} \\ 4x+3y+2z=-1 \text{③} \end{cases}$

①+②得， $5x-y=11$ ④，

② $\times 2$ +③得， $(4x+2y-2z)+(4x+3y+2z)=12-1$,

整理得， $8x+5y=11$ ⑤，

④，⑤联立方程组得， $\begin{cases} 5x-y=11 \text{④} \\ 8x+5y=11 \text{⑤} \end{cases}$ ，

④ $\times 5$ +⑤得， $(25x-5y)+(8x-5y)=55+11$,

整理得， $33x=66$,

解得, $x = 2$,

把 $x = 2$ 代入④得, $10 - y = 11$,

解得, $y = -1$,

把 $x = 2, y = -1$ 代入②得, $4 - 1 - z = 6$,

解得, $z = -3$,

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{cases}$.

四、解答题 (共 51 分):

21. 对于有理数 x, y 定义新运算: $x * y = ax + by + 5$, 其中 a, b 为常数.

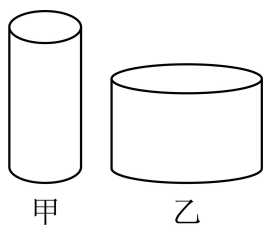
已知 $1 * 2 = 9$, $(-3) * 3 = 2$, 求 a, b 的值.

【答案】 解: 得 $a = 2$ $b = 1$

【解析】

【详解】 根据定义新运算, 列方程组求解

22. 甲、乙两个圆柱形容器, 甲底面半径是 2 厘米, 乙底面半径是 6 厘米, 甲容器中水深 15 厘米, 乙容器中水深 2 厘米. (保留 π)



(1) 甲、乙容器中各有多少立方厘米的水?

(2) 如果把甲容器中水注入乙容器一些, 使乙容器中的水深与甲容器中的水深比为 1:2, 这时乙容器水深应为多少厘米?

【答案】 (1) 甲容器有 60π 立方厘米, 乙容器有 72π 立方厘米

(2) 3 厘米

【解析】

【分析】 (1) 圆柱形容器内水的体积看作圆柱体的体积, 利用 $\pi r^2 h$ 即可求出两个容器内水的体积;

(2) 设乙容器水深应为 h 厘米, 则甲容器水深为 $2h$ 厘米, 根据“把甲容器中的水注入乙容器一些”建立方程求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\pi \times 2^2 \times 15 = 60\pi$ (立方厘米), $\pi \times 6^2 \times 2 = 72\pi$ (立方厘米),

答: 甲容器中的水是 60π 立方厘米, 乙容器中的水是 72π 立方厘米;

【小问 2 详解】

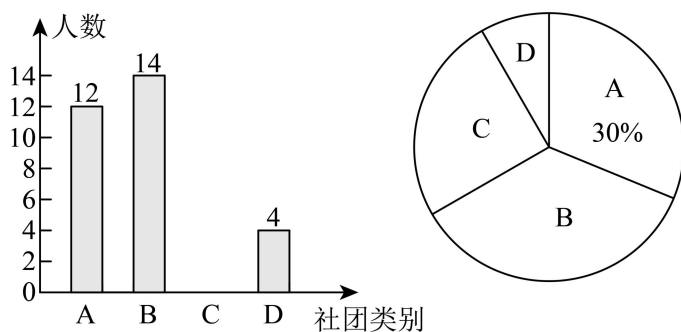
解: 设乙容器水深应为 h 厘米, 则甲容器水深为 $2h$ 厘米,

依题意, 得: $\pi \times 2^2 \times (15 - 2h) = \pi \times 6^2 \times (h - 2)$,

解得: $h = 3$,

答: 这时乙容器水深应为 3 厘米.

23. 为丰富学生课余活动, 某中学组建了 A 体育类、B 美术类、C 音乐类和 D 其它类四类学生活动社团, 要求每人必须参加且只参加一类活动. 学校随机抽取七年级 (1) 班全体学生进行调查, 以了解学生参加社团情况. 根据调查结果绘制了两幅不完整的统计图 (如图所示). 请结合统计图中的信息, 解决下列问题:



- (1) 在这次调查中, 七年级 (1) 班学生总人数是_____人;
- (2) 扇形统计图中区域 D 所对应的扇形的圆心角为_____度;
- (3) 请补全条形统计图, 并写出该班参加体育类社团比音乐类社团的人数多_____ %;
- (4) 该中学共有学生 2000 人, 请估算该校参与体育类和美术类社团的学生总人数.

【答案】 (1) 40 (2) 36

(3) 补全统计图见解析, 20

(4) 1300 人

【解析】

【分析】 (1) 由 A 组人数除以其占比即可得到结论;

(2) 利用 360° 乘以 D 的占比即可得到圆心角;

(3) 先求解 C 组人数, 再补全图形即可, 再用 A 组人数减去 C 组人数得到的差除以 C 组人数即可求解;

(4) 由总人数乘以该校参与体育类和美术类社团的学生的占比即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: $12 \div 30\% = 40$ (人)

答：七年级（1）班学生总人数是 40 人.

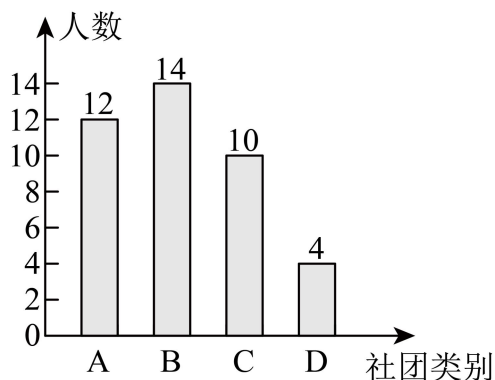
【小问 2 详解】

解：扇形统计图中 D 类所在的扇形的圆形角度数是 $360^\circ \times \frac{4}{40} = 36^\circ$ ；

【小问 3 详解】

解：C 类学生人数： $40 - 12 - 14 - 4 = 10$ （人）

补全统计图如下：



该班参加体育类社团比音乐类社团的人数多 $(12 - 10) \div 10 \times 100 = 20\%$ ；

【小问 4 详解】

解： $2000 \times \frac{12 + 14}{40} = 1300$ （人）

答：估算该校参与体育类和美术类社团的学生总人数 1300 人.

24. 阅读材料：对于未知数为 x 、 y 的二元一次方程组，将 $|x - y|$ 定义为“方程组的解距”，当解距为 1 时，我们就说方程组的解具有“单位差”

(1) 判断方程组 $\begin{cases} 3x + 2y = 28 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$ 的解是否具有“单位差”，并说明理由；

(2) 已知关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ ax + y = 7 \end{cases}$ 的解具有“单位差”，求 a 的值；

(3) 若关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ 2x - y = k \end{cases}$ 的解距是整数，直接写出所有满足条件的整数 k 的值为

-----.

【答案】(1) 方程组的解具有“单位差”；理由见解析

(2) $a = 1$ 或 $a = 0$

(3) -9 或 -5 或 -3 或 1

【解析】

【分析】(1) 先解方程组得到 $x=6$, $y=5$, 再根据 $|x-y|=|6-5|=1$, 得到方程组 $\begin{cases} 3x+2y=28 \\ 2x+y=17 \end{cases}$

的解具有“单位差”;

(2) 先求出 $x=\frac{12}{2+a}$, 再由 $2x-y=5$ 可得 $x-y=5-x=5-\frac{12}{2+a}$, 根据二元一次方程组的解具有“单位差”, 列方程求解即可;

(3) 先消元得到 $x=\frac{3+2k}{k+4}$, $y=-k+4-\frac{10}{k+4}$, 再根据解距 $|x-y|=\left|\frac{5}{k+4}+k-2\right|$ 是整数得到 $k+4=\pm 1$ 或 ± 5 , 解方程即可.

【小问 1 详解】

解: 方程组 $\begin{cases} 3x+2y=28 \\ 2x+y=17 \end{cases}$ 的解具有“单位差”, 理由如下:

$$\begin{cases} 3x+2y=28 \textcircled{1} \\ 2x+y=17 \textcircled{2} \end{cases},$$

$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}$, 得 $x=6$,

将 $x=6$ 代入 $\textcircled{2}$ 得, $2 \times 6 + y = 17$,

解得 $y=5$,

$$\therefore |x-y|=|6-5|=1,$$

$\therefore$ 方程组 $\begin{cases} 3x+2y=28 \\ 2x+y=17 \end{cases}$ 的解具有“单位差”;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2x-y=5 \textcircled{1} \\ ax+y=7 \textcircled{2} \end{cases},$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 得, $(2+a)x=12$,

$$\therefore x=\frac{12}{2+a},$$

$\therefore$ 由 $2x-y=5$ 可得 $x-y=5-x=5-\frac{12}{2+a}$,

$\therefore$ 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x-y=5 \\ ax+y=7 \end{cases}$ 的解具有“单位差”,

$$\therefore |x-y|=\left|5-\frac{12}{2+a}\right|=1,$$

解得 $a=1$ 或 $a=0$;

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} kx+2y=3 \textcircled{1} \\ 2x-y=k \textcircled{2} \end{cases},$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 2$ 得, $(k+4)x=3+2k$,

$$\therefore x = \frac{3+2k}{k+4},$$

将 $x = \frac{3+2k}{k+4}$ 代入 ② 得, $2 \times \frac{3+2k}{k+4} - y = k$,

$$\text{解得 } y = \frac{4k+6}{k+4} - k = \frac{4(k+4)-10}{k+4} - k = -k + 4 - \frac{10}{k+4},$$

$$\therefore x - y = \frac{3+2k}{k+4} - \left(-k + 4 - \frac{10}{k+4}\right) = \frac{13+2k}{k+4} + k - 4 = \frac{5+2(k+4)}{k+4} + k - 4 = \frac{5}{k+4} + k - 2$$

$$\therefore \text{解距 } |x - y| = \left| \frac{5}{k+4} + k - 2 \right|,$$

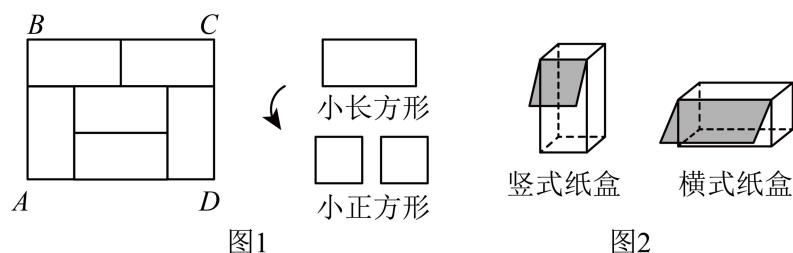
$\therefore$ 关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} kx + 2y = 3 \\ 2x - y = k \end{cases}$ 的解距是整数,

$$\therefore k+4 = \pm 1 \text{ 或 } \pm 5,$$

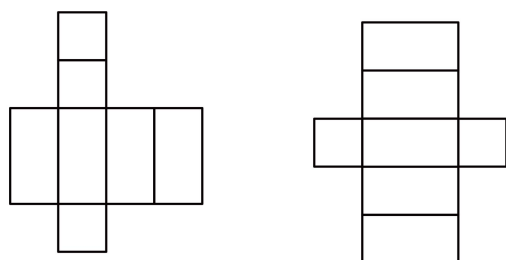
解得 $k = -3$ 或 -5 或 1 或 -9 .

25. 数学实践: 探究用标准卡纸制作礼盒个数最多.

素材 1: 如图 1, 每张标准卡纸可以剪裁成 6 张相同的小长方形, 每张小长方形可以剪裁成两张小正方形.



素材 2: 如图 2, 可以用小长方形和小正方形制作横式叠盖和竖式叠盖纸盒, 如图 3 是横式叠盖和竖式叠盖纸盒的平面展开图.



竖式叠盖纸盒展开图 横式叠盖纸盒展开图

图3

素材 3: 数学实践小组一共有 33 张标准卡纸通过剪裁一共得到 m 张小长方形和 n 张小正方形, 做成 x 个横式叠盖纸盒和 y 个竖式叠盖纸盒, 恰好使剪裁后的小长方形和正方形用完.

【任务 1】若 $m = 158$, 求 n, x, y 的值;

【任务 2】求 $x + y$ 的最大值.

【答案】[任务 1] $n = 80, x = 22, y = 12$; [任务 2] 35

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的实际应用，正确理解题意是解题的关键.

(1) 33 张标准卡纸通过剪裁得到 158 张小长方形，而一张可以剪裁 6 个小长方形，先算出总的小长方形，减去 158，即为剩余的小长方形，一个小长方形可剪裁两个小正方形，再乘以 2 即可求解 n ，根据 1 个竖式叠盖纸盒需要 4 个小长方形和 3 个正方形，1 个横式叠盖纸盒 5 个小长方形和 2 个小正方形，即可建立二元一次方程组求解；

(2) 由题意得，每个竖式叠盖纸盒需要 5.5 个小长方形，每个横式叠盖纸盒需要 6 个小长方形，则 $6x + 5.5y = 33 \times 6$ ，求其整数解，判断 $x + y$ 的最大值即可.

【详解】 解：任务 1：由题意得， $n = (33 \times 6 - 158) \times 2 = 80$ ，

$$\begin{cases} 5x + 4y = 158 \\ 2x + 3y = 80 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} x = 22 \\ y = 12 \end{cases}$ ；

任务 2：由题意得，每个竖式叠盖纸盒需要 5.5 个小长方形，每个横式叠盖纸盒需要 6 个小长方形，

$$\therefore 6x + 5.5y = 33 \times 6,$$

$$\therefore \text{整数解为: } \begin{cases} x = 22 \\ y = 12 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 11 \\ y = 24 \end{cases},$$

$$\therefore 11 + 24 = 35 > 22 + 12 = 34,$$

$\therefore x + y$ 的最大值为 35.