

2025-2026 学年六年级数学下学期 5 月学情自测卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(五四制)(2024)第5章 比与比例~第8章 圆柱与圆锥。
5. 如无特殊说明, 本卷 π 取 3.14。

第一部分 (选择题 共 12 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 满分 12 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

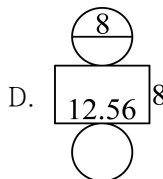
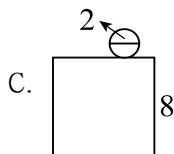
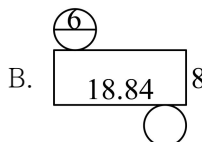
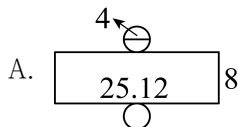
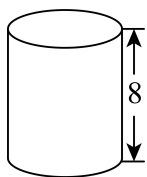
1. 加工一批零件, 零件的合格率不可能是 ()

- A. 90% B. 100% C. 101% D. 2%

【答案】C

【详解】解: 加工一批零件, 零件的合格率不可能是 101%。故选: C。

2. 如图所示圆柱, 它的展开图可能是 () (单位: cm)。



【答案】B

【详解】解：A. 底面直径是 4 厘米，那么底面周长是： $3.14 \times 4 = 12.56$ (厘米)，所以图 A 不符合题意；

B. 底面直径是 6 厘米，底面周长是： $3.14 \times 6 = 18.84$ (厘米)，符合题意；

C. 图中少一个底面，且未标注侧面展开图的长度，不符合题意；

D. 底面直径是 8 厘米，底面周长是： $3.14 \times 8 = 25.12$ (厘米)，不符合题意；

3. 两个圆柱的体积之差是 $30\pi\text{cm}^3$ ，如果将这两个圆柱分别切削成两个最大的圆锥，那么这两个圆锥的体积之差是 () cm^3 .

A. 30π

B. 20π

C. 10π

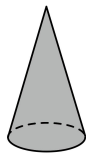
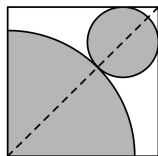
D. 无法确定

【答案】C

【详解】设两个圆柱的体积分别为 V_1 和 V_2 ，由题意得 $V_1 - V_2 = 30\pi\text{cm}^3$ ， $\therefore$ 削成的最大圆锥与原圆柱等底等高，圆锥体积是同底等高圆柱体积的 $\frac{1}{3}$ ， $\therefore$ 两个圆锥的体积分别为 $\frac{1}{3}V_1$ 和 $\frac{1}{3}V_2$ ， $\therefore$ 两个圆锥的体积差为：

$$\frac{1}{3}V_1 - \frac{1}{3}V_2 = \frac{1}{3}(V_1 - V_2) = \frac{1}{3} \times 30\pi = 10\pi\text{cm}^3.$$

4. 如图，在正方形铁皮上剪下一个圆和扇形，恰好能围成一个圆锥模型，如果圆的半径为 r ，扇形的半径为 R ，那么 $r:R =$ ()



A. 1:4

B. 1:2

C. 1: π

D. 2: π

【答案】A

【详解】解：由题意得 $\frac{1}{4} \times 2\pi R = 2\pi r$ ， $\therefore r:R = 1:4$ ，故选：A.

5. 商店以 240 元的价格分别卖出两件商品，其中一件与原价相比赚了 20%，另一件与原价相比赔了 20%。卖出这两件商品，店主是 ()

A. 亏了

B. 赚了

C. 不赚不亏

D. 无法确定

【答案】A

【详解】解： $240 \div (1 + 20\%) = 240 \div 120\% = 200$ 元， $240 \div (1 - 20\%) = 240 \div 80\% = 300$ 元， $200 + 300 = 500$ 元， $240 \times 2 = 480$ 元， $480 < 500$ ，店主是亏了。故选：A.

6. 在《哪吒 2》中，哪吒的台词充满了力量与智慧，让人印象深刻。如：“若前方无路，我便踏出一条路。”

若哪吒和师父太乙真人决心通过有氧运动减肥，已知有氧运动心率的计算公式为：有氧运动心率 = 心率储备百分比 $\times 180 + 60$ 。当有氧运动心率数值大于 168 且小于 195 时，有氧运动为有效强度。根据哪吒和太乙真

人的谈话，下面说法中，正确的是（ ）



哪吒：有效强度对应的心率储备百分比大于60%小于75%

太乙真人：分别把我们两个的有氧运动心率作差、把心率储备百分比作差，两个差的比值一定是180



- A. 哪吒的说法对正确，太乙真人不对
- B. 太乙真人的说法正确，哪吒不对
- C. 哪吒和太乙真人说法都不对
- D. 哪吒和太乙真人的说法都正确

【答案】D

【详解】解：当有氧运动心率数值为168时，则心率储备百分比为： $\frac{168-60}{180} \times 100\% = 60\%$ ；当有氧运动心率数值为195时，则心率储备百分比为： $\frac{195-60}{180} \times 100\% = 75\%$ ；因此当有氧运动心率数值大于168且小于195时，有效强度对应的心率储备百分比大于60%而小于75%，即哪吒说法正确；哪吒的有氧心率-太乙真人的有氧心率=(哪吒的心率储备百分比 $\times 180 + 60$)-(太乙真人的心率储备百分比 $\times 180 + 60$)=(哪吒的心率储备百分比-太乙真人的心率储备百分比) $\times 180$ ，则

$\frac{\text{哪吒的有氧心率}-\text{太乙真人的有氧心率}}{\text{哪吒的心率储备百分比}-\text{太乙真人的心率储备百分比}} = 180$ ，故太乙真人的说法正确，从而两人的说法都正确；故选：D.

第二部分（非选择题 共88分）

二、填空题（本大题共12小题，每小题2分，满分24分）

7. 母线长为4，底面圆半径为2的圆锥的侧面积为_____.

【答案】 8π

【详解】解： $\because$ 底面圆半径 $r=2$ ，母线长 $l=4$ ， $\therefore$ 圆锥的侧面积为 $\pi \times 2 \times 4 = 8\pi$.

8. 一圆锥的侧面积为 15π ，底面直径为6，则该圆锥的母线长为_____.

【答案】5

【详解】解：由题意可知，圆锥底面直径为6，因此底面半径 $r = \frac{6}{2} = 3$ ，设该圆锥的母线长为 l ，将已知条件代入圆锥侧面积公式得 $S_{\text{侧}} = \pi rl = \pi \times 3 \times l = 15\pi$ ，等式两边约去 π 得 $3l = 15$ ，解得 $l = 5$

9. 妈妈的生日前夕，芳芳用一张圆心角为 150° ，半径为12cm的扇形卡纸制作一个圆锥形的生日帽，则这个圆锥的底面半径为_____cm.

【答案】5

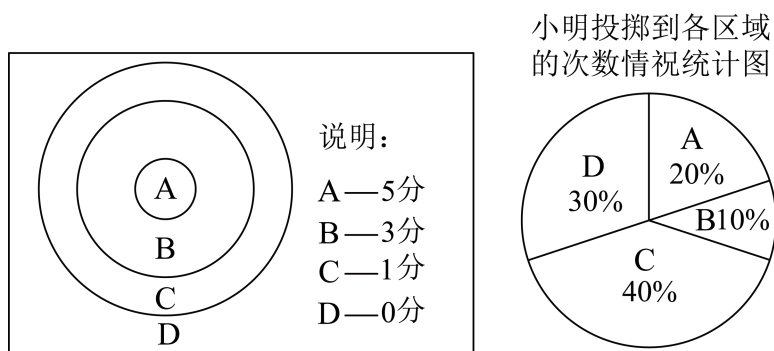
【详解】解：设圆锥的底面半径为 $r\text{cm}$ ，根据弧长公式，可得扇形弧长为： $l = \frac{n\pi R}{180} = \frac{150\pi \times 12}{180} = 10\pi(\text{cm})$ ，
由圆锥侧面展开图的性质，扇形弧长等于圆锥底面圆的周长，因此： $2\pi r = 10\pi$ ，解得 $r = 5$ 。

10. 有两支质地一样的蜡烛，粗细长短不同，一支能点3.5小时，一支能点5小时，现在同时点燃两支蜡烛，当点了2个小时，两支蜡烛长短正好相同，则两支蜡烛原来长度的比是_____。

【答案】7:5

【详解】设两支蜡烛的长度分别为 x 和 y ，由题意知， $\left(1 - \frac{2}{3.5}\right)x = \left(1 - \frac{2}{5}\right)y$ ，整理得 $x:y = 7:5$ 。故答案为：7:5。

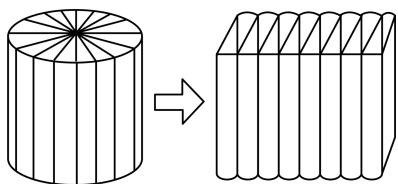
11. 飞镖游戏中将飞镖投掷到靶子不同区域的得分情况如图。小明投掷到不同区域的次数情况制成下面的统计图。其中小明投中A区域共得分10分，那么小明一共得了_____分。



【答案】17

【详解】解： $\because$ 投中A区域得5分，小明投中A区域共得分10分， $\therefore$ 有2次投中A区域， $\because \frac{2}{20\%} = 10$ ，
 $\therefore$ 小明一共投掷了10次，投中B区域 $10 \times 10\% = 1$ 次，投中C区域 $10 \times 40\% = 4$ 次，投中D区域 $10 \times 30\% = 3$ 次，
 $\therefore$ 共得分 $10 + 3 \times 1 + 1 \times 4 + 0 \times 3 = 17$ ，故答案为：17。

12. 把底面周长为62.8厘米圆柱切成若干等份，拼成一个近似的长方体，这个长方体的表面积比圆柱增加了480平方厘米，这个圆柱体积是_____立方厘米。（ π 取3.14）

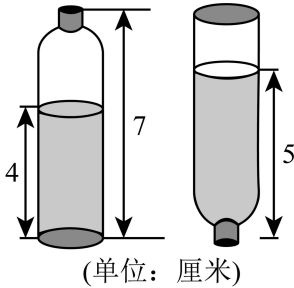


【答案】7536

【详解】解： $\because C = 62.8$ 厘米， $\pi = 3.14$ ，根据圆的周长公式 $C = 2\pi r$ ，可得底面半径 $r = \frac{C}{2\pi} = \frac{62.8}{2 \times 3.14} = 10$ （厘米），把圆柱切拼成近似长方体后，表面积比原圆柱增加了2个“半径 $\times$ 高”的长方形面，已知增加的总面积为480平方厘米，圆柱的高为： $480 \div 2 \div 10 = 240 \div 10 = 24$ （厘米）圆柱的体积为： $3.14 \times 10^2 \times 24$

$$= 3.14 \times 100 \times 24 = 314 \times 24 = 7536 \text{ (立方厘米)}.$$

13. 如图，一个盖着瓶盖的瓶子（瓶身为圆柱形）里装着一些水，瓶底面积是 10 平方厘米，瓶子的容积是_____毫升.



【答案】 60

【详解】解：瓶中水的体积为 $10 \times 4 = 40$ （毫升），瓶子的容积等于瓶中水的体积加上空余部分的体积，即 $40 + 10 \times (7 - 5) = 60$ （毫升）。故答案为：60.

14. 两个杯中分别装有浓度 25% 与 5% 的盐水，倒在一起后混合盐水浓度为 10%；若再加入 300 克的 20% 的盐水，则浓度变为 16%。那么原有 25% 的盐水_____克.

【答案】 50

【详解】解：计算 10% 的盐水与 20% 的盐水的质量比： $(20\% - 16\%) : (16\% - 10\%) = 4\% : 6\% = 2 : 3$
 已知 20% 的盐水质量为 300 克，因此 10% 混合盐水的总质量为： $300 \div 3 \times 2 = 200$ （克）再计算原有 25% 的盐水与 5% 的盐水的质量比： $(10\% - 5\%) : (25\% - 10\%) = 5\% : 15\% = 1 : 3$ 原有两种盐水总质量为 200 克，因此原有 25% 的盐水质量为： $200 \div (1 + 3) \times 1 = 50$ （克）

15. 我们曾经用图 1 的方法解决了求三角形面积的问题，有这样的经验，图 2 中这个几何体的体积是_____.

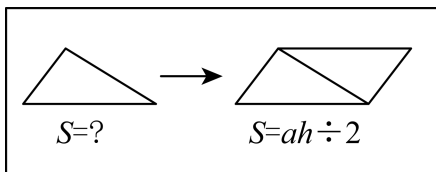


图1

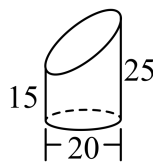
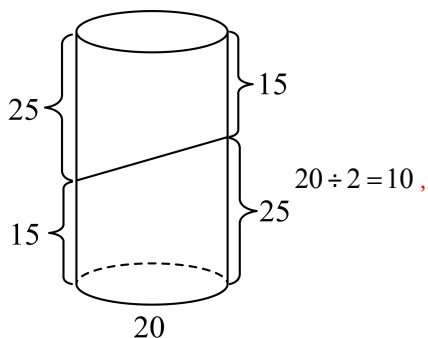


图2

【答案】 6280

【详解】解：如图，



圆柱体的体积 = 底面积 $\times$ 高 = $3.14 \times 10 \times 10 \times (25 + 15) = 3.14 \times 100 \times 40 = 12560$ ， $12560 \div 2 = 6280$ ，即图 2 中这个几何体的体积为 6280。

16. 专家提示，睡觉时间晚于 22 点可归为晚睡，某班级对本班同学睡觉时刻进行了一次全面调查，统计结果如下：

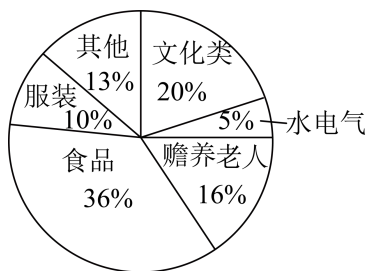
	20 : 00-21 : 00 (含 21 点)	21 : 00-22 : 00 (含 22 点)	22 : 00-23 : 00 (含 23 点)	23 点以后
划记	—	正正正正正下	正正正下	下

如果根据此表画出扇形统计图，符合晚睡部分的扇形圆心角是_____°。

【答案】144

【详解】解：由题意，符合晚睡部分的扇形圆心角是 $360^\circ \times \frac{17+3}{1+29+17+3} \times 100\% = 144^\circ$ 。

17. 如图是奇思家 6 月份生活费用支出情况统计图。已知奇思家这个月服装类支出 500 元，水电气支出比赡养老人类支出少_____ %。

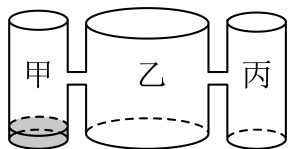


【答案】68.75

【详解】解：总支出金额为 $500 \div 10\% = 5000$ （元），赡养老人类支出金额为 $5000 \times 16\% = 800$ （元），水电气支出金额为 $5000 \times 5\% = 250$ （元），水电气支出比赡养老人类支出少的百分比为 $(800 - 250) \div 800 \times 100\% = 68.75\%$ 。

18. 实验室里，水平桌面上有甲、乙、丙三个圆柱形容器（容器足够高），底面半径之比为 1:2:1，用两个

相同的管子在容器的5cm高度处连通(即管子底离容器底5cm),现三个容器中,只有甲中有水,水位高1cm,如图所示.若每分钟同时向乙和丙注入相同量的水,开始注水1分钟,乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm.开始注入_____分钟的水量后,丙的水位比甲高1cm.



【答案】 $\frac{3}{5}$ 或 $\frac{21}{5}$

【详解】解: $\because$ 甲、乙、丙三个圆柱形容器(容器足够高),底面半径之比为1:2:1, $\therefore$ 甲、乙、丙三个圆柱形容器的底面积之比为1:4:1, $\therefore$ 每分钟同时向乙和丙注入相同量的水,注水1分钟,乙的水位上升 $\frac{5}{6}$ cm, $\therefore$ 注水1分钟,丙的水位上升 $\frac{5}{6} \times 4 = \frac{10}{3}$ cm, $\therefore$ 丙的水位上升到5cm需要的时间为 $5 \div \frac{10}{3} = \frac{3}{2}$ (分钟)

设注水时间为 t 分钟,①丙的水位未到达连通管高度,由丙的水位比甲高1cm,得 $\frac{10}{3}t = 1 + 1$,解得 $t = \frac{3}{5}$,

②当丙到达连通管的高度,乙未到达连通管的高度时, $\therefore$ 丙到达连通管的高度为5cm, $\therefore$ 丙到达连通管的时间为 $\frac{5}{\frac{10}{3}} = \frac{3}{2}$ (分钟). $\therefore$ 前 $\frac{3}{2}$ 分钟乙仅受自身注水, $v_{\text{乙}} = \frac{5}{6}$ cm/min, $\therefore$ 此时乙的水位为 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{4}$ (cm).

$\therefore$ 丙到达连通管后,水从丙流入乙,乙的受水量变为自身注水量+丙流入的注水量, $\therefore$ 此时乙的水位上升速度为 $\frac{5}{6} \times 2 = \frac{5}{3}$ (cm/min). $\therefore$ 乙需要从 $\frac{5}{4}$ cm上升到5cm,上升高度为 $5 - \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$ (cm), $\therefore$ 乙从 $\frac{5}{4}$ cm到5cm所

需时间为 $\frac{\frac{15}{4}}{\frac{5}{3}} = \frac{9}{4}$ (分钟). $\therefore$ 总时间为丙到连通管的时间加乙后续上升的时间, $\therefore$ 乙到达连通管的总时间为

$\frac{3}{2} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4}$ (分钟), $\therefore$ 丙到连通管后,水流入乙,且乙未到达连通管的高度,即甲水位不变、丙水位不上升,二者差值恒为4cm,无法满足差值1cm; ③当丙、乙均达5cm时,水流向甲,使丙比甲高1cm,丙水位保持5cm,则甲需达 $5 - 1 = 4$ cm. 甲需注水高度: $4 - 1 = 3$ cm,所需时间为 $3 \div \left(\frac{10}{3} \times 2\right) = \frac{9}{20}$ 分钟,总时间

为 $\frac{15}{4} + \frac{9}{20} = \frac{21}{5}$ 分钟,④当时间大于 $\frac{21}{5}$ 时,甲、丙水位相差小于1cm,不符合题意.

三、解答题(本大题共有10题,满分64分)解答下列各题必须写出必要的步骤

19. (本题5分) 已知 $(1-x):(3-2x)=2:3$,求 x 的值.

【答案】 $x = 3$

【详解】解: $\because (1-x):(3-2x)=2:3$,

$$\therefore 3(1-x) = 2(3-2x)$$

$$\therefore 3-3x = 6-4x,$$

$$\therefore 3-3x+4x-3 = 6-4x+4x-3$$

解得 $x = 3$; 5 分

20. (本题 5 分) 已知 $x:y = \frac{9}{8}:0.75$, $2x = 5z$, 求 $x:y:z$ 的最简整数比.

【答案】 $x:y:z = 15:10:6$

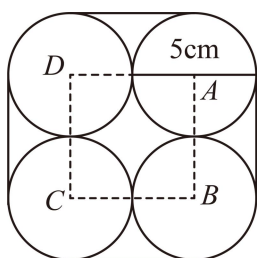
【详解】 解: $\because 2x = 5z$,

$$\therefore x:z = 5:2 = 15:6,$$

$$\because x:y = \frac{9}{8}:0.75 = \frac{9}{8}:\frac{3}{4} = 9:6 = 3:2 = 15:10,$$

$$\therefore x:y:z = 15:10:6. \text{ 5 分}$$

21. (本题 5 分) 五一自驾出游前, 西西到便利店买 4 罐易拉罐饮料, 营业员将 4 罐易拉罐捆扎在一起 (接口不计), 中间形成一个正方形, 如图所示, 且易拉罐的直径为 5 厘米, 那么捆 3 圈至少用绳子多少厘米?
(π 取 3.14)



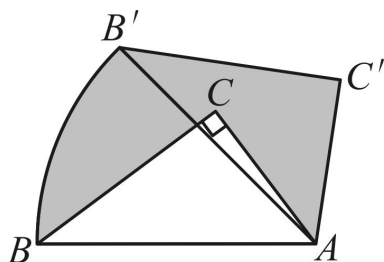
【答案】 107.1 厘米

【详解】 解: 4 个角, 由 4 个 90° 的扇形组成, 恰好围成一个直径为 5 厘米的圆, 周长为: 5π (厘米);

绳子其余部分构成一个边长为 5 厘米的正方形, 周长为: $5 \times 4 = 20$ (厘米);

一共有三捆, 至少用绳子: $(5\pi + 20) \times 3 = 15\pi + 60 = 15 \times 3.14 + 60 = 107.1$ (厘米). 5 分

22. (本题 5 分) 如图, 已知在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 3$, $BC = 4$, 将三角形 ABC 绕顶点 A 顺时针旋转 45° (即 $\angle BAB' = 45^\circ$) 后得到 $\triangle AB'C'$, 问:



(1)图中阴影部分的周长是多少？（结果保留 π ）

(2)图中阴影部分的面积是多少？（结果保留 π ）

【答案】(1) $\frac{5}{4}\pi + 14$ (2) $\frac{25}{8}\pi$

【详解】(1) 解：由题意得， $AC' = AC = 3$ ， $B'C' = BC = 4$ ，

$\widehat{BB'}$ 的长为 $\frac{45\pi \times 5}{180} = \frac{5}{4}\pi$ ，

所以阴影部分的周长为 $\frac{5}{4}\pi + 4 + 3 + 4 + 3 = \frac{5}{4}\pi + 14$ ；.....2 分

(2) 解：由题意得， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AB'C'}$ ，

所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}BAB'} + S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC} = S_{\text{扇形}BAB'} = \frac{45\pi \times 5^2}{360} = \frac{25}{8}\pi$5 分

23.（本题 6 分）一个直角三角形，两条直角边分别为 3 和 4，斜边为 5.

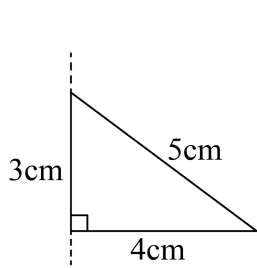


图1

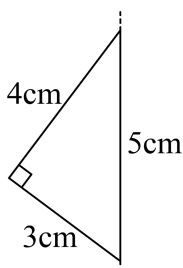


图2

(1)如图 1，如果以 3 的边所在直线为轴旋转一周，得到的圆锥体积是多少？（结果保留 π ）

(2)由面积相等可计算，三角形斜边上的高为多少？

(3)如图 2，如果以斜边所在的直线为轴旋转一周，得到的立体图形的体积是多少？（结果保留 π ）

【答案】(1) $16\pi (\text{cm}^3)$ (2) 2.4 cm (3) $\frac{48}{5}\pi (\text{cm}^3)$

【详解】(1) 解：根据题意，

绕着长为 3cm 的边所在直线旋转一周得到一个圆锥，

其底面半径为 4cm，高为 3cm，

圆锥体积 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3$

$= 16\pi (\text{cm}^3)$2 分

(2) 直角三角形面积有两种计算方式：

两直角边乘积的一半： $S = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ cm}^2$

斜边与斜边上高乘积的一半： $S = \frac{1}{2} \times 5 \times h_{\text{斜}}$

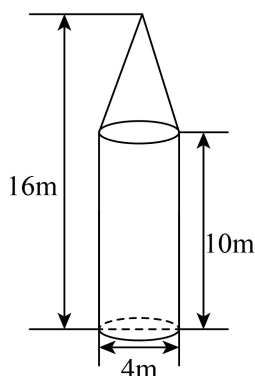
联立得: $\frac{1}{2} \times 5 \times h_{\text{斜}} = 6$,

解得 $h_{\text{斜}} = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ cm}$ 4 分

(3) 解: 根据题意,
绕着长为 5cm 的边所在的直线旋转一周时,
得到的是一个由两个底面半径相等, 但高不相等的圆锥扣在一起组成的几何体;

体积为 $V = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{3 \times 4}{5}\right)^2 \times 5 = \frac{48}{5} \pi (\text{cm}^3)$ 6 分

24. (本题 6 分) 整流罩是运载火箭的重要组成部分, 外形通常由近似的圆柱和圆锥组成. 如图是某型号运载火箭整流罩的简易示意图 (整流罩本身的厚度忽略不计).



(1) 该整流罩模型的底面面积是多少?

(2) 该整流罩的容积是多少?

【答案】(1) 12.56 平方米 (2) 150.72 立方米

【详解】(1) 解: 由示意图可知, 该整流罩模型的底面半径 $r = 2\text{m}$,

$\therefore$ 底面面积是 $2 \times 3.14 \times 2 = 12.56$ 平方米; 2 分

(2) 解: 由示意图可知, 圆柱部分的高为 10m,

$\therefore$ 圆柱的容积为 $V_1 = 12.56 \times 10 = 125.6$ 立方米,

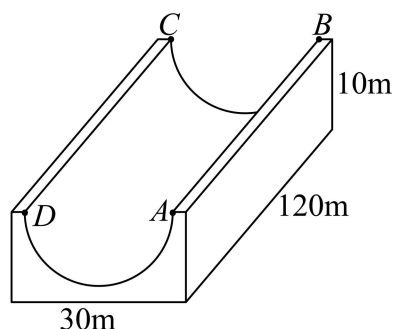
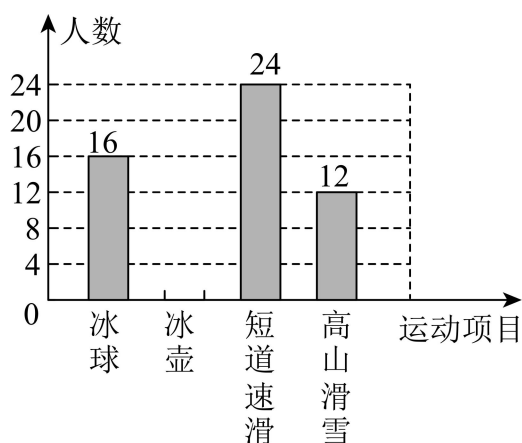
圆锥部分的高为 $16 - 10 = 6\text{m}$,

$\therefore$ 圆锥的容积为 $V_2 = \frac{1}{3} \times 12.56 \times 6 = 25.12$ 立方米,

$\therefore$ 该整流罩的容积是 $125.6 + 25.12 = 150.72$ 立方米. 6 分

25. (本题 6 分) 萧红中学开展以“我最喜欢的 2025 年亚冬会冰雪运动项目”为主题的调查活动, 围绕“在冰球、冰壶、短道速滑、高山滑雪四种冰雪运动项目中, 你最喜欢哪一种? (必选且只选一种)”的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 将调查结果整理后制成如图所示的不完整的条形统计图,

其中最喜欢短道速滑的学生人数占问卷调查人数的40%，请根据图中信息解决问题.



(1)在这次调查中，一共抽取了_____名学生.

(2)请补全条形统计图.

(3)亚冬会项目设有单板滑雪 U 形池赛，其 U 形池简化模型示意图如图，形状可看成是一个长方体中挖去了半个圆柱. 已知亚冬会标准 U 形池的规格：长为 120 米，宽为 30 米，高为 10 米，其中挖去的圆柱的底面直径 AD 为 20 米. 该 U 形池的体积是多少立方米？（ π 取 3）

【答案】 (1)一共抽取了 60 名学生(2)见详解(3)该 U 形池的体积是 18000 立方米

【详解】 (1) 解： $24 \div 40\%$

$$= 24 \div 0.4$$

$$= 60 \text{ (名)}$$

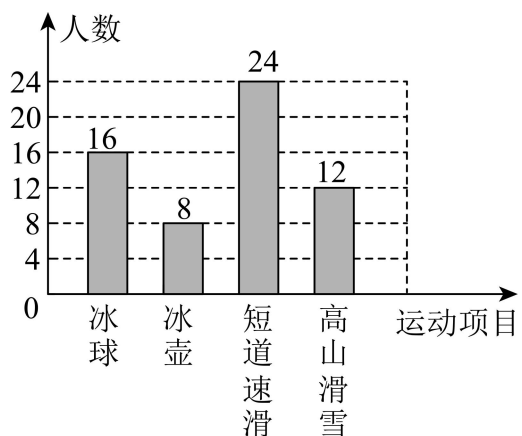
在这次调查中，一共抽取了 60 名学生. 1 分

$$(2) 60 - (16 + 24 + 12)$$

$$= 60 - 52$$

$$= 8 \text{ (名)} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

如图：



(3) 解: $120 \times 30 \times 10$

$= 3600 \times 10$

$= 36000$ (立方米)

$20 \div 2 = 10$ (米)

$3 \times 10^2 \times 120 \div 2$

$= 300 \times 120 \div 2$

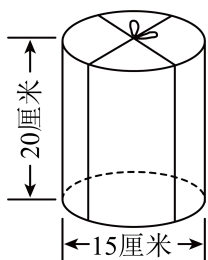
$= 36000 \div 2$

$= 18000$ (立方米)

$36000 - 18000 = 18000$ (立方米)

答: 该 U 形池的体积是 18000 立方米. 6 分

26. (本题 8 分) 春华商店销售一种圆柱形状的礼品盒, 礼品盒的底面直径是 15 厘米, 高是 20 厘米.



(1) 要给礼品盒的侧面都贴上一圈包装纸, 包装纸的面积是多少平方厘米? (保留 π)

(2) 若该礼品盒成本每个 8 元, 打八折出售后, 每个仍可盈利 25%, 求每个礼品盒的标价是多少元?

(3) 在 (2) 的条件下, “店庆” 期间, 商店按标价促销两种活动:

活动一: 该礼品盒每个先提价 20%, 再在此基础上每满 60 元减 17 元;

活动二: 购买的礼盒价钱在 80 元之内时全部打九折, 如超过 80 元时, 80 元打九折, 超过 80 元的部分打八折.

张鹏想买 8 个这样的礼品盒, 他参与哪种活动花钱更少? 请说明理由.

【答案】 (1) 300π (2) 12.5 (3) 活动一花钱更少, 理由见解析

【详解】 (1) 解: $\because d = 15\text{cm}, h = 20\text{cm},$

$\therefore$ 根据圆柱侧面积公式为: $S_{\text{侧}} = \text{底面周长} \times \text{高} = \pi dh,$

$S = \pi \times 15 \times 20 = 300\pi$ (平方厘米). 2 分

(2) 解: 设每个礼品盒的标价为 x 元,

根据题意: 打八折后的售价 = 成本 $\times (1 + 25\%),$

列方程: $0.8x = 8 \times (1 + 25\%)$,

解得: $x = 12.5$,

答: 每个礼品盒的标价是12.5元. 4分

(3) 解: 8个标价总价格: $12.5 \times 8 = 100$ 元,

张鹏买8个礼品盒, 分别计算两种活动的花费:

活动一: 提价20%后总价: $100 \times (1 + 20\%) = 120$ 元,

满减: $120 \div 60 = 2$,

共减免 $17 \times 2 = 34$ 元,

活动一总花费: $120 - 34 = 86$ 元.

活动二:

80元以内打九折: $80 \times 0.9 = 72$ 元

超过80元的部分: $100 - 80 = 20$ 元,

这部分打八折: $20 \times 0.8 = 16$ 元,

实际花费: $72 + 16 = 88$ 元

$\therefore 86 < 88$,

$\therefore$ 活动一花钱更少.

答: 参与活动一花钱更少. 8分

27. (本题8分) 在学习扇形的面积公式时, 已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R , 可以推的公式:

$S_{\text{扇形}} = \text{-----}$ ①, 并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \text{-----}$ ②, 得出扇形面积的另一种计算方法:

$S_{\text{扇形}} = \text{-----}$ ③. 请解决下列问题:

问题 I: 求弧长为 4π , 圆心角为 120° 的扇形面积.

问题 II: 某小区设计的花坛形状如图1中的阴影部分, 已知弧 AB 和弧 CD 所在圆心都是点 O , 弧 AB 的长为 l_1 , 弧 CD 的长为 l_2 , $AC = BD = d$, 求花坛的面积.

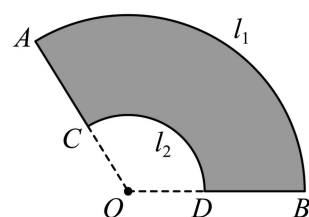


图1

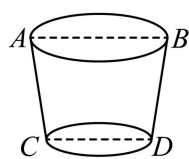


图2

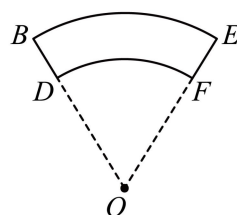


图3

(1)请你解答问题 I ；

(2)在解决问题 II 的过程中，有位同学发现扇形面积公式③类似于三角形面积公式：类比梯形面积公式，他猜想花坛的面积 $S = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d$. 他的猜想正确吗？如果正确，写出推导过程；如果不正确，请说明理由. (参考公式：

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b))$$

(3)乙同学发现平时所用的一次性纸杯（如图 2）的侧面展开的大致图形如图 3 所示，经测量（如图 2）杯口直径 $AB = 8\text{cm}$ ，杯底直径 $CD = 6\text{cm}$ ，杯壁母线长 $AC = BD = 6\text{cm}$ ，若忽略纸杯的连接部分和纸杯的厚度，请求出其在图 3 中其侧面展开的图形 $BDFE$ 面积.（结果保留 π ）

(4)丙同学认为，要想准确画出纸杯的侧面展开图，需要确定图 3 中弧 BE 和弧 DF 所在圆的半径 OE ， OF 的长以及圆心角 $\angle BOE$ 的度数，那么根据（3）中的尺寸，弧 DF 所在圆的半径 $OF = \underline{\hspace{2cm}}$ ；它所对的圆心角 $\angle BOE$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】(1) 12π (2)他的猜想正确. 理由见解析 (3) $42\pi\text{cm}^2$ (4) 18cm ； 60°

【详解】(1) 解：已知圆心角 n 和扇形所在圆的半径 R ，可以推的公式： $S_{\text{扇形}} = \frac{n \times \pi R^2}{360}$ ①，并通过比较扇形面积公式与弧长公式 $l = \frac{n\pi R}{180}$ ，得出扇形面积的另一种计算方法 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$.

问题 I: $l = \frac{n\pi R}{180} = 4\pi$ ，圆心角为 120° ，

$$\text{即 } \frac{120}{180}\pi R = 4\pi,$$

$$\therefore R = 6,$$

$$\therefore S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 6 = 12\pi; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 解：他的猜想正确. 理由如下：

设大扇形半径为 R ，小扇形半径为 r ，圆心角度数为 n ，则由 $l = \frac{n\pi R}{180}$ 得 $R = \frac{180}{n\pi}l_1, r = \frac{180}{n\pi}l_2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{花坛的面积 } S &= \frac{1}{2}l_1R - \frac{1}{2}l_2r = \frac{1}{2}l_1 \times \frac{180}{n\pi}l_1 - \frac{1}{2}l_2 \times \frac{180}{n\pi}l_2 \\ &= \frac{90}{n\pi}(l_1^2 - l_2^2) \\ &= \frac{90}{n\pi}(l_1 + l_2)(l_1 - l_2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{180}{n\pi} \left(\frac{n\pi}{180}R - \frac{n\pi}{180}r \right) (l_1 + l_2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot (l_1 + l_2)(R - r) \\ &= \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d; \dots\dots\dots 3 \text{ 分} \end{aligned}$$

(3) 解: $\because AB = 8\text{cm}, CD = 6\text{cm}$

$$\therefore l_1 = l_{\widehat{BE}} = \pi \times AB = 8\pi\text{cm}, l_2 = l_{\widehat{DF}} = \pi \times CD = 6\pi\text{cm}, d = AC = BD = 6\text{cm},$$

由 (2) 可得, 侧面展开的图形 $BDFE$ 面积为:

$$S_{\text{扇形}OBE} - S_{\text{扇形}ODE} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)d = \frac{1}{2}(8\pi + 6\pi) \times 6 = 42\pi\text{cm}^2;$$

$$(4) \text{ 解: } \because l_{\widehat{DF}} = \frac{n\pi r}{180} = 6\pi, l_{\widehat{BE}} = \frac{n\pi R}{180} = 8\pi,$$

$$\therefore r = \frac{1080}{n}, R = \frac{1440}{n},$$

$$\therefore AC = BD = 6\text{cm}, \text{ 即 } \frac{1440}{n} - \frac{1080}{n} = 6,$$

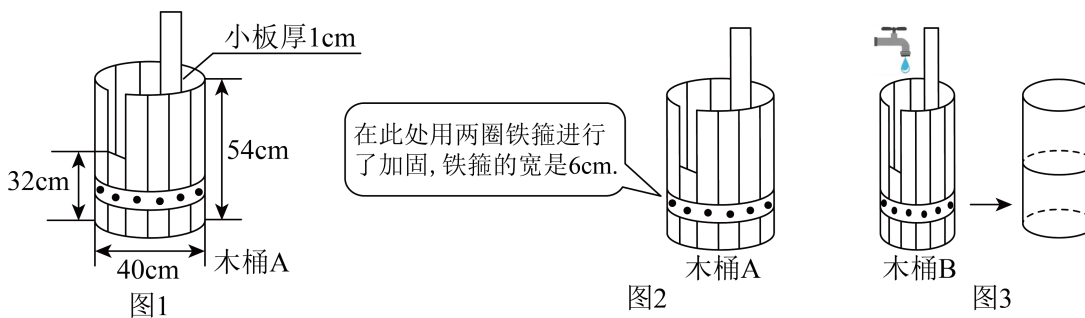
解得: $n = 60$

$$\therefore r = \frac{1080}{60} = 18\text{cm}, \text{ 即 } OF = 18\text{cm}$$

故答案为: $18\text{cm}, 60^\circ$ 8 分

28. (本题 10 分) “木桶效应”是指一只木桶能盛多少水, 并不取决于最长的那块木板, 而是取决于最短的那块木板, 又称“短板效应”. 木桶效应原理给我们的启示是学习上不能放弃任何一门科目, 应扬长避短, 均衡发展各科!

为了形象直观地说明“木桶效应”蕴含的道理, 制作两个高相同、底面积不同的圆柱形木桶, 制作每个木桶底面与侧面用的木板的厚度相同, 侧面木板长短不一. 从木桶 A 外部测量的数据, 如图 1 所示, 高度分别为 $32\text{cm}, 54\text{cm}$, 底面直径为 40cm , 木板厚度为 1cm . (π 取 3.14)



- (1) 如图 1 的数据, 把木桶 A 平放时, 这个木桶 A 最多能盛多少升水? (结果保留整数)
- (2) 如图 2, 为了加固圆柱形木桶 A , 用薄铁皮制作的铁箍在 A 木桶外侧面捆两圈铁箍, 铁箍的宽是 6cm (接头处、铁皮厚度都忽略不计), 加固的过程中有 10% 的铁皮损耗, 求至少需要多少平方厘米的薄铁皮? (结果保留整数)
- (3) 如图 3, 若向圆柱形木桶 B 里注入一定量的水, 水面高度为 h 厘米, 将一个圆柱形钢件和一个圆锥形钢件全部浸入水中, 水面上升的高为 $\frac{1}{10}h$ 厘米, 其中圆锥形钢件的底面半径是 2 厘米, 圆柱形钢件的底面半径是

圆锥形钢件底面半径的 $\frac{3}{2}$ ，圆柱形钢件的高是 10 厘米，圆锥形钢件的高比圆柱形钢件的高少 $\frac{1}{4}$ ；如果再把圆柱形钢件垂直露出水面 4 厘米，容器的水面下降 0.9 厘米。现在把两个钢件全部浸入水中，他们的底部与木桶 B 的底部完全接触，取出木桶 B 中所有水的 73.1%，圆锥形钢件依然全部浸入水中，而圆柱形钢件有一部分垂直水面露出，求这时圆柱形钢件浸入水中部分的高是多少厘米。（其他因素忽略不计）

【答案】(1)35 升水 (2)1675 平方厘米 (3)9 厘米

【详解】(1) 解： $d: 40 - 1 - 1 = 38(cm)$, $r: 38 \div 2 = 19(cm)$

$$3.14 \times 19^2 \times (32 - 1) = 35139.74 (cm^3) = 35.13974 (升) \approx 35 (升)$$

答：这个木桶 A 最多能盛 35.13974 升水 3 分

$$(2) \text{ 解： } 314 \times 40 \times 6 \times 2 = 1507.2 (cm^2),$$

$$1507.2 \div (1 - 10\%) \approx 1675 (cm^2),$$

答：至少需要 1675 平方厘米的薄铁皮. 6 分

$$(3) \text{ 解：圆锥形钢件的高： } 10 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{2} (cm)$$

$$\text{圆柱形钢件的底面半径： } 2 \times \frac{3}{2} = 3 (cm)$$

$$\text{圆锥形钢件的体积： } \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times \frac{15}{2} = 10\pi (cm^3), \quad 10 \times 3.14 = 31.4 (cm^3),$$

$$\text{圆柱形钢件的体积： } \pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi (cm^3), \quad 90 \times 3.14 = 282.6 (cm^3),$$

$$\text{木桶 B 的底面积： } \pi \times 3^2 \times 4 \div 0.9 = 40\pi (cm^2), \quad 40 \times 3.14 = 125.6 (cm^2),$$

$$\text{木桶 B 中原有水的液面高度 } h: (10\pi + 90\pi) \div (40\pi) \div \frac{1}{10} = 25,$$

$$\text{木桶 B 中原有水的体积为： } 40\pi \times 25 = 1000\pi (cm^3), \quad 1000 \times 3.14 = 3140 (cm^3),$$

设这时圆柱形钢件浸入水中部分的高是 x 厘米，

$$3140 \times (1 - 73.1\%) + 31.4 + 3.14 \times 3^2 \times x = 125.6x,$$

解得 $x = 9$,

答：这时圆柱形钢件浸入水中部分的高是 9 厘米. 10 分