

# 2023 学年第一学期期末质量调研卷六年级数学学科

(时间: 90 分钟满分: 100 分)

考生注意: 本试卷中涉及圆周率 $\pi$ 的值取 3.14.

## 一、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

1. 最小的素数是\_\_\_\_\_.

【答案】 2

【解析】

【分析】自然数中, 除了 1 和它本身外没有别的约数的数为素数, 由此可知: 最小的素数是 2, 由此解答.

【详解】最小的素数是 2.

故答案为: 2.

【点睛】本题考查了质数, 解答此题应明确素数 (质数) 的含义, 注意对一些基础概念的理解.

2.  $\frac{2}{5}$  的倒数是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{5}{2}$  或  $2\frac{1}{2}$  或 2.5

【解析】

【分析】本题考查了倒数;

根据乘积为 1 的两个数互为倒数可得答案.

【详解】解:  $\frac{2}{5}$  的倒数是  $\frac{5}{2}$ ,

故答案为:  $\frac{5}{2}$ .

3. 12 和 30 的最小公倍数是\_\_\_\_\_.

【答案】 60

【解析】

【分析】根据最小公倍数的概念求解即可.

【详解】解:  $12=2\times 2\times 3$ ,  $30=2\times 3\times 5$ ,

$\therefore 12$  和  $30$  的最小公倍数是  $2\times 2\times 3\times 5=60$ .

故答案为: 60.

【点睛】此题考查了最小公倍数的概念, 解题的关键是熟练掌握最小公倍数的概念.

4. 比较大小:  $\frac{3}{14}$  \_\_\_\_\_  $\frac{5}{16}$  (填 “>”、“<” 或 “=”)

【答案】 <

【解析】

【分析】本题考查分数的大小比较，可以化为分子相同或分母相同的分数再进行比较。

先化为分子相同的分数，根据分子相同，分母越大分数越小进行比较即可。

【详解】解：  $\frac{3}{14} = \frac{15}{70}$ ，  $\frac{5}{16} = \frac{15}{48}$ ，

$$\frac{15}{70} < \frac{15}{48},$$

$$\frac{3}{14} < \frac{5}{16},$$

故答案为：<.

5. 求比值：24厘米:0.4米=\_\_\_\_\_.

【答案】3:5

【解析】

【分析】本题考查了比的基本性质，求比值，先统一单位，再求比值，即可求解。

【详解】解：24厘米:0.4米=24厘米:40厘米=3:5，

故答案为：3:5.

6. 水果店有苹果300千克，如果梨的重量是苹果的 $\frac{4}{5}$ ，那么梨有\_\_\_\_\_千克.

【答案】240

【解析】

【分析】此题考查了分数乘法的应用，把苹果的质量看作单位“1”，用苹果的质量乘以 $\frac{4}{5}$ 即可，解题的关键是确定单位“1”.

【详解】解：  $300 \times \frac{4}{5} = 240$ （千克），

故答案为：240.

7. 2克糖溶解在38克水中，那么糖占糖水的百分比是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{5}{100}$  或 5:100

【解析】

【分析】直接利用糖的质量除以糖水的质量得出答案。

【详解】解：  $2 \div (2+38)$

$$= 2 \div 40$$

$$= \frac{5}{100} \text{ 或 } 5:100.$$

故答案为：  $\frac{5}{100}$  或 5:100.

【点睛】 本题主要考查了百分比，正确理解题意是解题关键.

8. 一件商品打八折后售价为 180 元，那么这件商品的原价为\_\_\_\_\_元.

【答案】 225

【解析】

【分析】 本题考查百分数的应用，能够根据题意列出式子是解题的关键. 根据题意列出式子再进行计算即可.

【详解】 解： 八折 = 0.8，

$$180 \div 0.8 = 225 \text{ (元)},$$

则这件商品的原价为 225 元.

故答案为： 225.

9. 掷一枚正方体的骰子，朝上一面的点数为偶数的可能性大小是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 用偶数的个数除以所有数的个数即可得出答案.

【详解】 解：  $\because$  正方体骰子有上六个面分别标有 1， 2， 3， 4， 5， 6， 其中偶数有 2， 4， 6 共 3 个，

$\therefore$  掷一枚正方体的骰子，朝上一面的点数为偶数的可能性大小是  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为：  $\frac{1}{2}$  .

【点睛】 此题考查了可能性的大小，用到的知识点为：可能性等于所求情况数与总情况数之比.

10. 一个圆的半径是 10 厘米，这个圆的面积是\_\_\_\_\_平方厘米.

【答案】 314

【解析】

【分析】 根据圆面积公式进行求解即可.

【详解】 解：  $10 \times 10 \times 3.14 = 314$  平方厘米，

故答案为： 314.

【点睛】 本题主要考查了求圆的面积，熟知圆面积公式是解题的关键.

11. 已知扇形的圆心角是  $150^\circ$ ，半径是 3 厘米，那么扇形的周长是\_\_\_\_\_厘米.

【答案】  $\frac{5}{2}\pi + 6$

【解析】

【分析】 本题考查扇形的周长计算，扇形周长包括弧长和两个半径的长；

根据弧长公式求出弧长，再加上两个半径的长即可.

【详解】解：  $\frac{150 \times \pi \times 3}{180} = \frac{5}{2} \pi$ ,

$$\frac{5}{2} \pi + 3 + 3 = \frac{5}{2} \pi + 6,$$

故答案为：  $\frac{5}{2} \pi + 6$ .

12. 如果一个半径为 2 厘米的圆的面积恰好与一个半径为 4 厘米的扇形面积相等，那么这个扇形的圆心角度数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $90^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了圆和扇形的面积计算；

设这个扇形的圆心角度数为  $n$ ，利用圆和扇形的面积公式得出方程，求解即可.

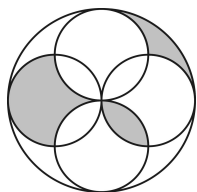
【详解】 解： 设这个扇形的圆心角度数为  $n$ ，

由题意得：  $\pi \times 2^2 = \frac{n\pi \times 4^2}{360}$ ,

解得：  $n = 90^\circ$ ,

故答案为：  $90^\circ$ .

13. 如图，大圆的半径等于小圆的直径，那么图中阴影部分的面积的和与大圆的面积之比是\_\_\_\_\_.



【答案】  $1:4$

【解析】

【分析】 本题考查了割补法求阴影部分面积；

如图，将大圆分成 4 部分，把大阴影分成了①②两部分，将①②③平移到④⑤⑥，可得阴影部分的面积占大圆面积的  $\frac{1}{4}$ ，问题得解.

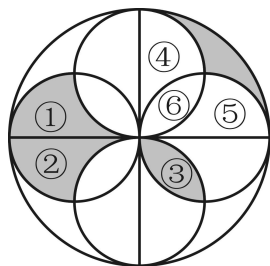
【详解】 解： 如图，将大圆分成 4 部分，把大阴影分成了①②两部分，

由图可得，①、②和④、⑤的面积相等，③和⑥的面积相等，

将①②③平移到④⑤⑥，可得阴影部分的面积占大圆面积的  $\frac{1}{4}$ ,

$\therefore$  图中阴影部分的面积的和与大圆的面积之比是  $1:4$ ,

故答案为：1:4.



14. 新定义：一个两位数是素数，如果交换它的个位数字和十位数字后还是素数，那么称这个两位数为“绝对素数”。在两位数中，所有“绝对素数”的乘积的个位数字是\_\_\_\_\_.

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了新定义，素数；

根据“绝对素数”的定义找出两位数中所有的“绝对素数”，再把它们的个位相乘，可得答案.

【详解】解：由“绝对素数”的定义可知，两位数中的“绝对素数”有9个，分别为：11、13、17、31、37、71、73、79、97，

它们的个位分别是1、3、7、1、7、1、3、9、7，

因为 $1 \times 3 \times 7 \times 1 \times 7 \times 1 \times 3 \times 9 \times 7 = 27783$ ，

所以在两位数中，所有“绝对素数”的乘积的个位数字是3，

故答案为：3.

## 二、选择题（本大题共6题，每题2分，满分12分）

15. 下列算式中，表示整除的算式是（ ）

A.  $0.8 \div 0.4 = 2$

B.  $16 \div 3 = 5 \dots 1$

C.  $8 \div 16 = 0.2$

D.  $2 \div 1 = 2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查整除的定义，若整数 $b$ 除以非零整数 $a$ ，商为整数，且余数为零，我们就说 $b$ 能被 $a$ 整除；根据整除的定义求解即可.

【详解】解：A、被除数和除数是小数，故不是整除；

B、有余数，故不是整除；

C、商是小数，故不是整除；

D、符合整除定义，故是整除；

故选：D.

16. 下列分数中，属于最简分数的是（ ）

A.  $\frac{6}{10}$

B.  $\frac{19}{38}$

C.  $\frac{2}{7}$

D.  $\frac{2}{4}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了最简分数. 根据最简分数是分子，分母只有公因数 1 的分数即可得出答案.

【详解】解：A.  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ，不是最简分数，故该选项不正确，不符合题意；

B.  $\frac{19}{38} = \frac{1}{2}$ ，不是最简分数，故该选项不正确，不符合题意；

C.  $\frac{2}{7}$ ，是最简分数，故该选项正确，符合题意；

D.  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，不是最简分数，故该选项不正确，不符合题意；

故选：C.

17. 如果  $x$ 、 $y$  都不为零，且  $4x = 5y$ ，那么下列比例中，正确的是（ ）

A.  $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$

B.  $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$

C.  $\frac{x}{4} = \frac{5}{y}$

D.  $\frac{x}{5} = \frac{4}{y}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查比例的性质，比例的内项之积等于外项之积；

根据比例的性质进行判断即可.

【详解】解：A. 由  $\frac{x}{y} = \frac{4}{5}$  可得  $5x = 4y$ ，故不正确；

B. 由  $\frac{x}{5} = \frac{y}{4}$  可得  $4x = 5y$ ，故正确；

C. 由  $\frac{x}{4} = \frac{5}{y}$  可得  $xy = 20$ ，故不正确；

D. 由  $\frac{x}{5} = \frac{4}{y}$  可得  $xy = 20$ ，故不正确；

故选：B.

18. 下列说法中错误的是（ ）

A.  $\pi$  的值等于 3.14

B.  $\pi$  的值是圆周长与直径的比值

C.  $\pi$  的值与圆的大小无关

D.  $\pi$  是一个无限小数

【答案】A

【解析】

【分析】根据圆周率的含义：圆的周长和它直径的比值，叫做圆周率，用字母“ $\pi$ ”表示，它是一个定值，不随圆的大小的改变而改变，圆周率是一个无限不循环小数，它的近似值是 3.14；据此判断。

【详解】解：由圆周率的含义：圆的周长和它直径的比值，叫做圆周率，用字母“ $\pi$ ”表示，它是一个定值，不随圆的大小的改变而改变，圆周率是一个无限不循环小数，它的近似值是 3.14；可知：

A、 $\pi$ 的值等于 3.14，说法错误；

B、 $\pi$ 的值是圆周长与直径的比值，说法正确；

C、 $\pi$ 的值与圆的大小无关，说法正确；

D、 $\pi$ 是一个无限小数，说法正确；

故选：A。

【点睛】此题考查了实数，明确圆周率的含义，是解答此题的关键。

19. 某公司 2022 年的总支出为 800 万元，总收入为 1000 万元。2023 年，该公司控制成本，提高效益，共支出 720 万元，总收入增加到 1200 万元。那么 2023 年与 2022 年相比，下列判断中，错误的是（ ）

A. 支出减少了 10%

B. 总收入增加了 20%

C. 盈利增加了 30%

D. 盈利增加了 140%

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了百分数的应用；根据题意分别求得支出、盈利、总收入再求比，即可求解。

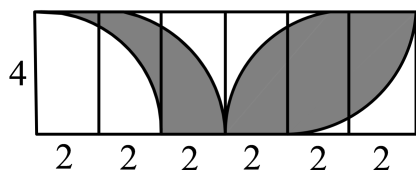
【详解】解：2023 年与 2022 年相比，支出由 800 万元变为 720 万元，支出减少了  $\frac{800-720}{800} \times 100\% = 10\%$ ，故 A 正确；

总收入由 1000 万元增加到 1200 万元，总收入增加了  $\frac{1200-1000}{1000} \times 100\% = 20\%$ ，故 B 选项正确；

盈利增加了  $\frac{(1200-720)-(1000-800)}{1000-800} \times 100\% = \frac{280}{200} \times 100\% = 140\%$ ，故 D 正确，C 不正确，

故选：C。

20. 如图中阴影部分的周长是（ ）



A. 25.12

B. 29.12

C. 33.12

D. 37.12

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查不规则图形的周长，需要将不规则图形转化为规则图形，再进行求解；观察图形可得，阴影部分可看作四个圆心角为 90 度、半径为 4 的扇形和 4 个长度为 2 的线段围成，据此求解即可。

【详解】 解：阴影部分可看作四个圆心角为 90 度、半径为 4 的扇形和 4 个长度为 2 的线段围成，四个圆心角为 90 度、半径为 4 的扇形可看作一个半径为 4 的圆形，

∴ 阴影部分周长：  $3.14 \times 4 \times 2 + 2 \times 4 = 33.12$ ，

故选：C.

### 三、简答题（本大题共 5 题，每小题 4 分，满分 20 分）

21. 计算：  $5.2 - 2\frac{1}{3} + \frac{4}{5}$  .

【答案】  $3\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查分数加减混合运算；

先将小数化为带分数，再根据分数加减混合计算法则进行计算即可。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解：} & 5.2 - 2\frac{1}{3} + \frac{4}{5} \\ &= 5\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3} + \frac{4}{5} \\ &= 5\frac{1}{5} + \frac{4}{5} - 2\frac{1}{3} \\ &= 6 - 2\frac{1}{3} \\ &= 3\frac{2}{3} \end{aligned}$$

22. 计算：  $2\frac{5}{6} \div 3\frac{7}{9} \times \frac{1}{18}$  .

【答案】  $\frac{1}{24}$

【解析】

【分析】 先将带分数化为假分数，再将除法变形为乘法，然后计算，即可求解。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解：} & 2\frac{5}{6} \div 3\frac{7}{9} \times \frac{1}{18} \\ &= \frac{17}{6} \div \frac{34}{9} \times \frac{1}{18} \\ &= \frac{17}{6} \times \frac{9}{34} \times \frac{1}{18} \\ &= \frac{1}{24} . \end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查了分数乘除混合运算，熟练掌握分数乘除混合运算法则是解题的关键.

23. 计算:  $1.5 \times \left(2\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{10} \div 1.25$ .

【答案】  $\frac{84}{25}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的乘除;

先将带分数化成假分数，同时把除法变成乘法，然后根据分数乘法的运算法则计算即可.

【详解】 解: 原式  $= \frac{3}{2} \times \left(\frac{11}{5} - \frac{1}{3}\right) + \frac{7}{10} \div \frac{5}{4}$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{11}{5} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{7}{10} \times \frac{4}{5}$$
$$= \frac{33}{10} - \frac{1}{2} + \frac{28}{50}$$
$$= \frac{165}{50} - \frac{25}{50} + \frac{28}{50}$$
$$= \frac{84}{25}.$$

24. 已知:  $1\frac{7}{8} : 0.6 = 2\frac{1}{7} : x$ , 求  $x$  的值.

【答案】  $x = \frac{24}{35}$

【解析】

【分析】 本题考查解比例; 根据比例的性质: 内项之积等于外项之积变形, 再进行求解即可.

【详解】 解:  $1\frac{7}{8} : 0.6 = 2\frac{1}{7} : x$

$$1\frac{7}{8}x = 0.6 \times 2\frac{1}{7}$$
$$\frac{15}{8}x = \frac{9}{7}$$
$$x = \frac{24}{35}$$

25. 已知  $x:y = 4:6$ ,  $y:z = \frac{1}{5}:\frac{1}{3}$ , 求  $x:y:z$  的值.

【答案】  $x:y:z = 2:3:5$

【解析】

【分析】 本题考查比的性质: 比的前项和后项同时乘或除以同一个不为 0 的数, 比值不变; 根据比的性质进行变形即可求解.

【详解】  $x:y=4:6=2:3$

$$y:z=\frac{1}{5}:\frac{1}{3}=3:5$$

$$x:y:z=2:3:5.$$

#### 四、解答题 (本大题共 6 题, 每题 8 分, 满分 40 分)

26. 某修路队计划修一条全长 60 千米的公路, 第一季度计划修全长的  $\frac{2}{5}$ , 第二季度计划修全长的 30%, 余下的计划第三季度修完, 问第三季度计划修多少千米?

【答案】 第三季度计划修 18 千米

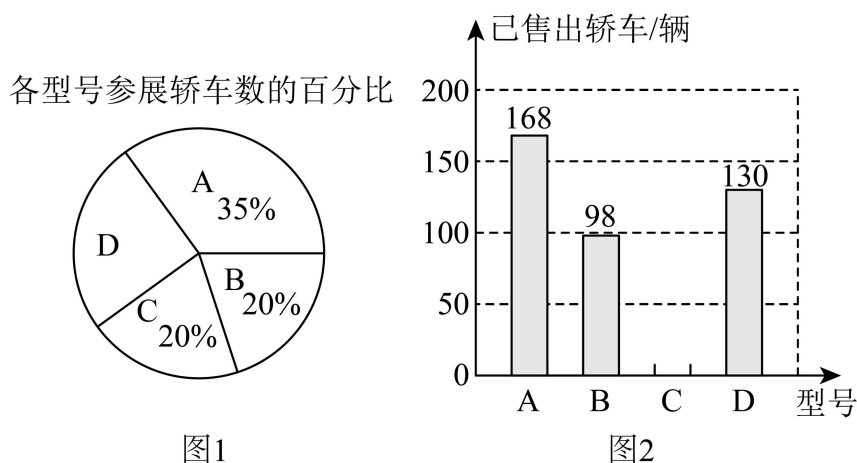
【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算, 根据题意列出算式, 即可求解.

【详解】 解:  $60 - \frac{2}{5} \times 60 - 30\% \times 60 = 60 - 24 - 18 = 18$  (千米)

答: 第三季度计划修 18 千米.

27. 在一次汽车展销中, 某汽车经销商推出 A、B、C、D 四种型号的小轿车共 1000 辆进行展销. C 型号轿车销售的成交率为 50%, 其它型号轿车的展销情况绘制在图 1 和图 2 两幅尚不完整的统计图中.



- (1) 参加展销的 D 型号轿车有多少辆?
- (2) 参加展销的 C 型号轿车已售出多少辆?
- (3) 通过计算说明, 哪一种型号的轿车成交率最高?

【答案】 (1) 参加展销的 D 型号轿车有 250 辆

(2) 参加展销的 C 型号轿车已售出 100 辆

(3) D 型号轿车销售的成交率最高

【解析】

【分析】 本题考查了扇形统计图和条形统计图;

- (1) 根据扇形统计图求出  $D$  型号轿车参展的百分比，再乘 1000 可得答案；
- (2) 求出  $C$  型号轿车的参展数量再乘成交率可得答案；
- (3) 求出  $A$  型号， $B$  型号轿车参加展销的数量，然后计算出  $A$ 、 $B$ 、 $D$  型号轿车的成交率，再比较即可。

【小问 1 详解】

解： $(1-35\%-20\%-20\%) \times 1000 = 250$  (辆)，

答：参加展销的  $D$  型号轿车有 250 辆；

【小问 2 详解】

$1000 \times 20\% \times 50\% = 100$  (辆)，

答：参加展销的  $C$  型号轿车已售出 100 辆；

【小问 3 详解】

参加展销的  $A$  型号轿车数量为  $1000 \times 35\% = 350$  (辆)，

故  $A$  型号轿车销售的成交率为  $168 \div 350 \times 100\% = 48\%$ ；

参加展销的  $B$  型号轿车数量为  $1000 \times 20\% = 200$  (辆)，

故  $B$  型号轿车销售的成交率为  $98 \div 200 \times 100\% = 49\%$ ；

参加展销的  $D$  型号轿车有 250 辆，

故  $D$  型号轿车销售的成交率为  $130 \div 250 \times 100\% = 52\%$ ；

而  $C$  型号轿车销售的成交率为 50%，

因为  $52\% > 50\% > 49\% > 48\%$ ，

所以  $D$  型号轿车销售的成交率最高。

28. 某超市对顾客实行优惠购物，规定如下：

- ①如果一次购物少于 200 元，则不予优惠；
- ②如果一次购物满 200 元，但不超过 500 元，按标价给予九折优惠；
- ③如果一次购物超过 500 元，其中 500 元给予九折优惠，超过 500 元的部分给予八折优惠；小明两次去该超市购物；分别付款 252 元和 554 元，现在小亮决定一次去购买小明分两次购买的同样多的物品，他可比小明少付多少元？（请通过计算说明）

【答案】28 元

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次方程的应用。先根据题意分析清楚小明所付的 252 元和 554 元的实际价值是多少，然后再分别代入对应的优惠方案中求得其实价值后再计算小亮所要购物的实际价值是多少，代入对应优惠方案中即可求解。

【详解】解：∵  $252 > 200$ ， $500 \times 0.8 = 400$ ，

∴ 小明付款 252 元所购的实际价值为  $252 \div 0.9 = 280$  元，

∵  $554 > 500$ ，

∴ 可设小明付款 554 元所购的实际价值设为  $x$  元，根据题意得：

$$500 \times 0.9 + 0.8(x - 500) = 554,$$

解得：  $x = 630$ ，

∴ 小亮决定一次去购买小明分两次购买的同样多的物品，实际价值为  $280 + 630 = 910$ （元），

即所付款数为  $500 \times 0.9 + (910 - 500) \times 0.8 = 778$ （元），

$$252 + 554 - 778 = 28 \text{ 元},$$

答：他可比小明少付 28 元.

29. 我们已经学习了扇形的面积，试回忆扇形面积公式的推导过程，并解决下列问题.

(1) 已知扇形的半径为  $r$ ，圆心角为  $n^\circ$ ，那么该扇形的面积是\_\_\_\_\_.

(2) 你认为上述扇形面积公式的推导过程，与下列哪个公式的推导使用的方法基本相同( )

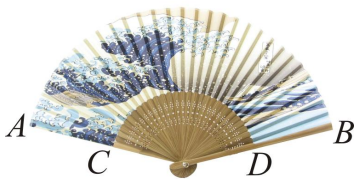
A. 圆的面积公式      B. 圆的周长公式      C. 平行四边形的面积公式      D. 弧长公式

(3) 在上述扇形面积的推导过程中，下列哪些知识起着重要的作用(有几个选几个)( )

A. 圆的面积公式      B. 圆的周长公式      C. 弧长公式      D. 分数的意义      E. 角的相关概念

(4) 已知扇形的弧长为  $l$ ，半径为  $r$ ，试用  $l$  和  $r$  表示该扇形的面积，并写出简要的推导过程.

(5) 如图，一把展开的扇子的扇面的外弧  $AB$  的长是 31.4 厘米，内弧  $CD$  的长为 15.7 厘米，扇面宽  $AC$  的长是 6 厘米，求扇面的面积.



【答案】(1)  $S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi r^2$

(2) D      (3) A、D、E

(4) 见解析      (5)  $141.3 \text{ cm}^2$

【解析】

【分析】本题考查了圆的面积公式，扇形面积公式，分数的运算；

(1) 根据扇形面积公式填空即可求解；

- (2) 由扇形面积公式的推导过程可知，跟弧长公式的推导方法相同，据此选择即可；
- (3) 在扇形面积公式的推导过程中，用到了圆的面积公式、分数的意义、角的有关知识，据此选择即可；
- (4) 根据扇形的弧长占所在圆周长的几分之几，就等于其面积占圆面积的几分之几来推导即可；
- (5) 设  $OC = r$ ，先根据两段弧长求得半径，进而根据扇形面积公式进行计算即可求解。

【小问 1 详解】

解：一个半径为  $r$ ，圆心角为  $n^\circ$  的扇形，其面积为：
$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi r^2,$$

故答案为：
$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi r^2.$$

【小问 2 详解】

由扇形面积公式的推导过程可知，跟弧长公式的推导方法相同，所以 D 选项正确；

故答案为：D.

【小问 3 详解】

在扇形面积公式的推导过程中，用到了圆的面积公式、分数的意义、角的有关知识，

所以 A、D、E 都正确；

故答案为：A、D、E.

【小问 4 详解】

因为扇形的弧长占所在圆周长的几分之几，就等于其面积占圆面积的几分之几；

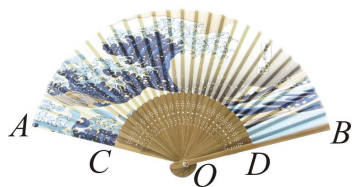
已知一个扇形的弧长为  $l$ ，半径为  $r$ ，

则扇形的面积占所在圆面积的：
$$\frac{l}{2\pi r},$$

$$\therefore S = \frac{l}{2\pi r} \times \pi r^2 = \frac{1}{2} r \cdot l$$

【小问 5 详解】

解：如图所示，设  $OC = r$ ，



$\therefore$  外弧  $AB$  的长是 31.4 厘米，内弧  $CD$  的长为 15.7 厘米，

$$\therefore 31.4 = \frac{n\pi(r+6)}{180}, 15.7 = \frac{n\pi r}{180}$$

$$\therefore r = 6$$

$$\therefore \text{扇面的面积为 } S_{\text{扇形}AOB} - S_{\text{扇形}COD} = \frac{1}{2}(6+6) \times 31.4 - \frac{1}{2} \times 6 \times 15.7 = 141.3 \text{ cm}^2$$

30. 圆的滚动问题探索:

(1) 如图 1, 已知半径为 1 厘米的圆  $O$  沿直线  $AB$  无滑动滚动一周, 求圆心  $O$  经过的距离.

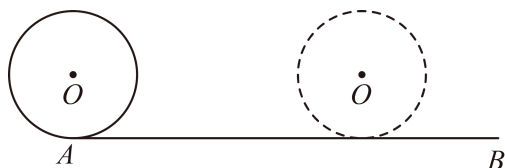


图1

(2) 如图 2, 将圆  $A$  固定, 让圆  $O$  绕着圆  $A$  外侧边缘作无滑动滚动一周, 已知圆  $O$ 、圆  $A$  的半径都为 1 厘米, 求圆心  $O$  经过的距离.

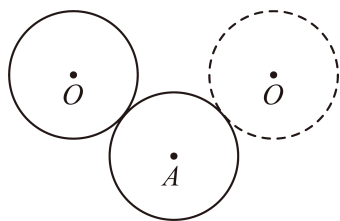


图2

(3) 如图 3, 已知等边  $\triangle ABC$  的边长为 6 厘米, 将半径为 1 厘米的圆  $O$  从某一位置沿等边三角形的三边作无滑动滚动, 当第一次回到原出发位置时, 求圆  $O$  滚过区域的面积.

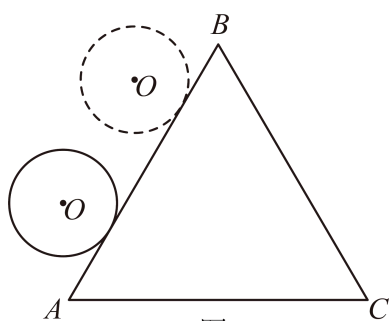


图3

(4) 如图 4, 长方形  $ABCD$  的长  $AB = 7 \text{ cm}$ , 宽  $BC = 5 \text{ cm}$ , 点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $CD$  上的点, 且

$$FC:DF = 2:5, \quad AE = \frac{1}{7}AB, \quad \text{半径为 } 1 \text{ cm 的圆 } O \text{ 在长方形外侧从点 } E \text{ 经过点 } B、C \text{ 无滑动滚动到点 } F,$$

求圆  $O$  滚过区域的面积.

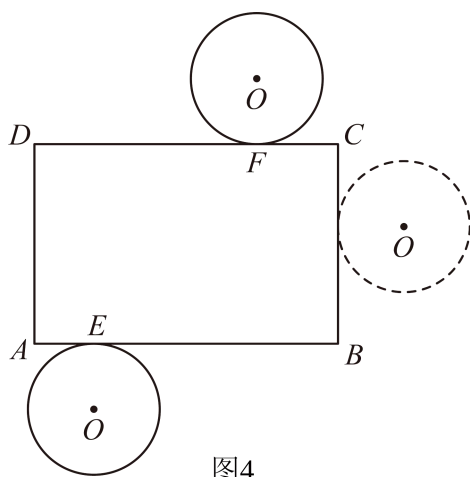


图4

【答案】(1)  $2\pi$  厘米

(2)  $4\pi$  厘米

(3)  $(\pi + 36)$  平方厘米

(4)  $(\pi + 26)$  平方厘米

【解析】

【分析】 本题考查圆的周长和面积问题，将圆的运动轨迹转化为规则的圆或者扇形即可解答；

- (1) 圆心  $O$  经过的距离为半径为 1 厘米的圆的周长；
- (2) 圆心  $O$  经过的距离为以  $OA$  为半径的圆的周长；
- (3) 圆  $O$  滚过区域的面积为圆的面积加上三个长方形的面积；
- (4) 圆  $O$  滚过区域的面积为圆的面积加上三个长方形的面积.

【小问 1 详解】

解:  $2\pi \times 1 = 2\pi$  (厘米)

【小问 2 详解】

解:  $OA = 1 + 1 = 2$  (厘米)

$2\pi \times 2 = 4\pi$  (厘米)

【小问 3 详解】

解:  $1 + 1 = 2$  (厘米)

$(6 \times 2) \times 3 = 36$  (平方厘米)

$\pi \times 1^2 = \pi$  (平方厘米)

圆  $O$  滚过区域的面积为  $(\pi + 36)$  平方厘米；

【小问 4 详解】

解:  $FC:DF=2:5$ ,  $AB=7\text{cm}$ ,  $AE=\frac{1}{7}AB$

$$CF=2\text{cm}, \quad BE=7-7\times\frac{1}{7}=6\text{cm},$$

$$\pi\times 1^2=\pi \quad (\text{平方厘米})$$

$$1+1=2 \quad (\text{厘米})$$

$$2\times 2+5\times 2+2\times 6=26 \quad (\text{平方厘米})$$

圆  $O$  滚过区域的面积为  $(\pi+26)$  平方厘米