

2023 学年第一学期期中试卷

六年级数学学科

一、填空题（每格 2 分，共 36 分）

1. 既能被 6 整除，又能被 9 整除的数，它_____能被 54 整除（填“一定”或“不一定”或“一定不”）

【答案】不一定

【解析】

【分析】本题主要考查了数的整除，由于 6 和 9 的最小公倍数为 18，则 18 既能被 6 整除，又能被 9 整除的数，但不能被 54 整除，而 6，9，54 的最小公倍数为 54，则 54 既能被 6 整除，又能被 9 整除的数，还能被 54 整除，据此可得答案.

【详解】解：既能被 6 整除，又能被 9 整除的数，它不一定能被 54 整除，例如 18 既能被 6 整除，又能被 9 整除的数，但不能被 54 整除，54 既能被 6 整除，又能被 9 整除的数，还能被 54 整除，
故答案为：不一定.

2. 某个最简真分数，分子分母均为小于 100 的合数，满足要求的最大的分数是_____.

【答案】 $\frac{98}{99}$

【解析】

【分析】本题考查真分数的定义，理解最简真分数的概念是解题关键.

【详解】某个最简真分数，分子分母均为小于 100 的合数，满足要求的最大的分数是 $\frac{98}{99}$.
故答案为 $\frac{98}{99}$.

3. 甲乙两数的最大公约数是 13，最小公倍数是 195，如果甲数是 39，则乙数是_____.

【答案】65

【解析】

【分析】本题考查有理数的乘法、最大公约数、最小公倍数，解答本题的关键根据甲乙两数的最大公约数是 13，最小公倍数是 195， $195 = 13 \times 15 = 13 \times 3 \times 5$ ，甲数是 $39 = 13 \times 3$ ，即可求得乙数.

【详解】解： $\because$ 甲乙两数的最大公约数是 13，最小公倍数是 195， $195 = 13 \times 15 = 13 \times 3 \times 5$ ，甲数是 $39 = 13 \times 3$ ，
 $\therefore$ 乙数是 $13 \times 5 = 65$ ，

故答案为：65.

4. 从 31 到 50 这 20 个数中，所有素数的和是_____.

【答案】 199

【解析】

【分析】 本题主要考查了素数的定义，除了 1 和它本身外没有其他因数的数叫做素数，据此求出 31 到 50 这 20 个数中的所有素数，再求和即可得到答案.

【详解】 解： $31+37+41+43+47=199$ ，

所以从 31 到 50 这 20 个数中，所有素数的和是 199，

故答案为： 199.

5. 把 46 写成两个素数的和的形式，可以是_____ (写一个即可)，这样的素数对共有_____对.

【答案】 ①. $46=5+41$ ②. 4

【解析】

【分析】 本题主要考查素数，根据素数的定义先将 46 以内的素数写出来，再从中找到满足条件的即可.

【详解】 解： 46 以内的素数有： 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43；

则 $46=3+43=5+41=17+29=23+23$.

故答案为： $46=5+41$ ， 4.

6. 已知 $a=3^3 \times 5^3$ ，则 a 的素因数有_____个，因数有_____个.

【答案】 ①. 2 ②. 15

【解析】

【分析】 此题考查因数，关键是根据素因数的概念解答.

【详解】 $\because a=3^3 \times 5^3=3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

$\therefore a$ 的素因数有 2 个，因数有 1, 3×3 , $3 \times 3 \times 3$, $3 \times 3 \times 3 \times 5$, $3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$,

$3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$, $3 \times 3 \times 5$, $3 \times 3 \times 5 \times 5$, $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$, 3×5 , $3 \times 5 \times 5$, $3 \times 5 \times 5 \times 5$, $5 \times 5 \times 5$, $3^3 \times 5^3$, 共 15

个.

故答案为： 2， 15.

7. 某体育用品先降价 $\frac{2}{7}$ ，若要恢复到原价，则需要涨价_____ (填几分之几)

【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式减法的应用，根据题意求出原价比现价多 $\frac{7}{5}-1=\frac{2}{5}$ ，则需要涨价 $\frac{2}{5}$ 可以恢复原价.

【详解】解：由题意得，降价后的价格为原价的 $1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ ，

所以原价比现价多 $\frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}$ ，

所以要恢复到原价，则需要涨价 $\frac{2}{5}$ ，

故答案为： $\frac{2}{5}$ 。

8. 用最简分数表示：1 小时 40 分钟=_____天

【答案】 $\frac{5}{72}$

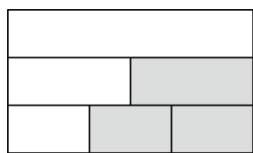
【解析】

【分析】本题考查单位换算，掌握 1 小时=60 分钟，1 天=24 小时是解题的关键。

【详解】解：1 小时 40 分钟= $\frac{5}{3}$ 小时= $\frac{5}{72}$ 天，

故答案为： $\frac{5}{72}$ 。

9. 如图，三个大小相同的长方形拼在一起，组成一个大长方形，把第二个长方形平均分成 2 份，再把第三个长方形平均分成 3 份，那么图中阴影部分面积是大长方形面积的_____。



【答案】 $\frac{7}{18}$

【解析】

【分析】三个大小相同的长方形拼在一起，组成一个大长方形，把第二个长方形平均分成 2 份，则其中一份就是一个长方形的 $\frac{1}{2}$ ，再把第三个长方形平均分成 3 份，则其中 2 份就是一个小长方形的 $\frac{2}{3}$ ，所以阴影部分的面积等于一个小长方形的 $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$ ，又因为一个小长方形占大长方形的 $\frac{1}{3}$ ，所以阴影部分的面积等于大长方形的 $\frac{7}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{18}$ ，据此即可解答。

【详解】解：阴影部分的面积是大长方形面积的：

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{3}, \\ &= \frac{7}{6} \times \frac{1}{3}, \\ &= \frac{7}{18}, \end{aligned}$$

所以图中阴影部分的面积是大长方形面积的 $\frac{7}{18}$.

故答案为: $\frac{7}{18}$.

【点睛】 本题考查了认识平面图形. 解题的关键是能够把阴影部分转化为大长方形面积的几分之几.

10. 观察下面一系列数的规律 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{7}{11}$ 、 $\frac{9}{14}$ 、……, 第 100 个数是_____

【答案】 $\frac{199}{299}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了数字类的规律探索, 观察可知, 分子是从 1 开始的连续的奇数, 第 n 个数的分母比分子大 n , 据此规律求解即可.

【详解】 解: 第 1 个数为 $\frac{1}{2}$,

第 2 个数为 $\frac{3}{5}$,

第 3 个数为 $\frac{5}{8}$

第 4 个数为 $\frac{7}{11}$,

……,

以此类推可知, 分子是从 1 开始的连续的奇数, 第 n 个数的分母比分子大 n ,

$\therefore$ 第 n 个数为 $\frac{2n-1}{2n-1+n} = \frac{2n-1}{3n-1}$,

$\therefore$ 第 100 个数是 $\frac{2 \times 100 - 1}{3 \times 100 - 1} = \frac{199}{299}$,

故答案为: $\frac{199}{299}$.

11. $\frac{6}{13}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{15}$ 这组数中, 最小是_____, 最大的是_____.

【答案】 ①. $\frac{4}{9}$ ②. $\frac{12}{25}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的大小比较, 把四个分数分成小数, 再比较大小即可.

【详解】 解: $\frac{6}{13} \approx 0.46$, $\frac{12}{25} = 0.48$, $\frac{4}{9} \approx 0.44$, $\frac{7}{15} \approx 0.47$,

$\therefore 0.44 < 0.46 < 0.47 < 0.48$,

$\therefore \frac{6}{13}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{15}$ 这组数中, 最小是 $\frac{4}{9}$, 最大的是 $\frac{12}{25}$.

故答案为: $\frac{4}{9}, \frac{12}{25}$.

12. 如果 $\frac{1}{4} < \frac{3}{m} < \frac{5}{9}$, 那么满足条件的整数 m 有_____个.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查分数的值, 掌握把分数化成分子相同, 然后确定分母的取值范围是解题的关键.

【详解】 解: $\because \frac{1}{4} < \frac{3}{m} < \frac{5}{9}$,

$$\therefore \frac{3}{12} < \frac{3}{m} < \frac{3}{\frac{27}{5}},$$

$$\therefore \frac{27}{5} < m < 12,$$

$\therefore$ 整数 m 为 6, 7, 8, 9, 10, 11, 有 6 个,

故答案为: 6.

13. A 、 B 、 C 为正整数, 满足算式 $\frac{13}{7} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C}}$, $A + B + C =$ _____.

【答案】 8

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值, 先把带分数 $\frac{13}{7}$ 化成 $1 + \frac{6}{7}$, 再把 $\frac{6}{7}$ 化成 $\frac{1}{\frac{7}{6}}$, 进而把 $\frac{7}{6}$ 化成 $1 + \frac{1}{6}$ 即可得到答案.

【详解】 解: $\frac{13}{7} = 1 + \frac{6}{7} = 1 + \frac{1}{\frac{7}{6}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6}}$,

所以 $A = 1$, $B = 1$, $C = 6$,

所以 $A + B + C = 1 + 1 + 6 = 8$,

故答案为: 8.

14. 三个连续两位自然数, 它们的平方依次是 10, 9, 8 的倍数, 请问, 三个数中是小的一个是_____.

【答案】 50

【解析】

【分析】 本题主要考查倍数. 根据平方是 10 的倍数, 则原数也是 10 的倍数, 可设第一个数是 $10x$, 由题意得 $(10x + 1)^2$ 是 9 的倍数, 则 $100x^2 + 20x + 1$, $1 + 2 + 1 = 4$, x 和 x^2 的各位相加是 $9y + 5$, $(10x + 2)^2$

是8的倍数，化简后 $12.5x^2 + 0.5$ 是整数， x^2 必须是奇数，符合条件的最小 $x = 5$ ，进而求得答案.

【详解】解：设第一个数是 $10x$ ，则 $(10x + 1)^2$ 是9的倍数；

那么 $100x^2 + 20x + 1$ ， $1 + 2 + 1 = 4$ ， x 和 x^2 的各位相加是 $9y + 5$ ；

$(10x + 2)^2$ 是8的倍数，则 $(100x^2 + 40x + 4) \div 8 = 12.5x^2 + 5x + 0.5$ ，那么 $12.5x^2 + 0.5$ 是整数， x^2 必须是奇数，符合条件的最小 $x = 5$ 。

则最小的是 $5 \times 10 = 50$ 。

故答案为：50.

15. 对生活的仔细观察常有意想不到的收获，小生同学就喜欢在生活中观察数学. 小兰问小生今天是几月几日，小生说，你随便写一个六位数，并对此进行如下操作：数字中“偶数数字个数”记为 a ，“奇数数字个数”记为 b ，“数字位数”记为 c ，得到新的三位数 $\overline{abc}$ （此处 a 允许为0），并对 $\overline{abc}$ 进行同样的操作，如此操作3次之后，把结果乘以9就能得到今天的日期，请问今天日期是_____（用四位数字表示，比如10月1日记为1001）

【答案】1107

【解析】

【分析】此题考查了整数问题的综合应用，解题的关键是读懂题意，找出其中的规律求出这个数. 先根据题意任意写一个自然数，再按照每一步的要求写出下一个数，当出现相同的数时，即可得出答案.

【详解】任意写一个自然数200004，

第一步：200004的偶数数字是2、0、0、0、0、4，有6个数字，

$\therefore$ 新三位数是606，

第二步：606的偶数数字为3个，奇数个为0个，总共3个数；

$\therefore$ 新三位数是303；

第三步：303的偶数数字为1个，奇数个为2个，总共3个数；

$\therefore$ 新三位数是123；

$123 \times 9 = 1107$ ，

故答案为：1107.

二、单选题（每题3分，共15分）

16. 下列分数中不能化成有限小数的是（ ）

A. $\frac{4}{25}$

B. $\frac{132}{400}$

C. $\frac{9}{27}$

D. $\frac{13}{52}$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了小数与分数的互化. 用分子除以分母, 即可求解.

【详解】 解: A、 $\frac{4}{25} = 0.16$, 故本选项不符合题意;

B、 $\frac{132}{400} = 0.33$, 故本选项不符合题意;

C、 $\frac{9}{27} = \frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, 故本选项符合题意;

D、 $\frac{13}{52} = 0.25$, 故本选项不符合题意;

故选: C

17. 如果一个真分数 $\frac{a}{b}$ (a, b 为正整数) 的分子和分母都加上相同的正整数, 所得的分数 ()

A. 一定比原来的分数大

B. 一定比原来的分数小

C. 与原来的分数相等

D. 可能比原来的分数大, 也有可能比原来的分数相等

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查真分数和分数的基本性质, 根据题意将真分数同时加 n , 再与原分数做差, 通分后判断结果与零的关系即可.

【详解】 解: $\frac{a+n}{b+n} - \frac{a}{b} = \frac{b(a+n) - a(b+n)}{b(b+n)} = \frac{ba + bn - ab - an}{b(b+n)} = \frac{bn - an}{b(b+n)} = \frac{(b-a)n}{b(b+n)}$

$\because \frac{a}{b}$ 为真分数,

$\therefore a < b$, 且 a 和 b 大于零,

则 $b - a > 0$,

$\because n$ 为正整数,

$\therefore \frac{(b-a)n}{b(b+n)} > 0$,

则 $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b}$,

故选: A.

18. 下列运算正确的是 ()

A. $1\frac{1}{4} \times 3 = 1 + \frac{1 \times 3}{4}$

B. $6 \times 1\frac{1}{3} = 2 \times 1\frac{1}{1}$

$$C. 6 \div \left(1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) = 6 \div 1\frac{1}{3} - 6 \div \frac{1}{3}$$

$$D. \left(2\frac{2}{5} + 1\frac{5}{7}\right) \div 6 = 2\frac{2}{5} \div 6 + 1\frac{5}{7} \div 6$$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查分数的混合运算，掌握运算方法是解题的关键。

【详解】解：A. $1\frac{1}{4} \times 3 = 1 \times 3 + \frac{1 \times 3}{4}$ ，计算错误；

B. $6 \times 1\frac{1}{3} = 6 \times 1 + 6 \times \frac{1}{3}$ ，计算错误；

C. $6 \div \left(1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) = 6 \div 1$ ，计算错误；

D. $\left(2\frac{2}{5} + 1\frac{5}{7}\right) \div 6 = 2\frac{2}{5} \div 6 + 1\frac{5}{7} \div 6$ ，计算正确；

故选 D.

19. 下列说法中错误的有（ ）个

- (1) 正数可以分为 1、素数、合数三类
- (2) 如果两个数的最小公倍数是它们的乘积，那么这两个数都是素数
- (3) 两个数互素，则这两个数没有公因数
- (4) 任意两个正整数的积一定是这两个数的公倍数

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查对素数、合数、公倍数、最小公倍数意义的理解，掌握相关概念是解决问题的关键。

【详解】(1) 正整数可以分为 1、素数、合数三类，原说法错误；

(2) 如果两个数的最小公倍数是它们的乘积，那么这两个数都是素数，如 4 和 9 互素，但都不是素数，原说法错误；

(3) 两个数互素，则这两个数有公因数 1，原说法错误；

(4) 任意两个正整数的积一定是这两个数的公倍数，原说法正确；

∴ 错误的有 3 个，

故选 C.

20. 两个正整数的和是 72，它们的最大公因数是 8，则它们的积不可能是（ ）

A. 512

B. 896

C. 1152

D. 1280

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了最大公因数，根据大公因数是8，得到这两个正整数都是8的倍数，再根据和为72推出这两个正整数可以为64和8，56和16，40和32，据此求出这三组数据中对应两个数的乘积即可得到答案.

【详解】解：因为最大公因数是8，
所以这两个正整数都是8的倍数，
所以这两个正整数可以为64和8，56和16，40和32，
 $\therefore$ 这两个正整数的乘积可以为 $64 \times 8 = 512$ ， $56 \times 16 = 896$ ， $40 \times 32 = 1280$ ，
 $\therefore$ 四个选项中只有C选项中的数字不可能，符合题意，
故选C.

三、计算题（第21题9分第22—26题每题4分，共29分）

21. 计算以下两数的最大公因数和最小公倍数

(1) 135 和 180

(2) 10001 和 20075

(3) 144、360 和 540

【答案】(1) 45，540

(2) 73，2750275

(3) 36，2160

【解析】

【分析】本题考查最大公因数和最小公倍数，根据求最大公因数方法，即求这几个数的共有质因数的积，最小公倍数即求共有质因数和独有质因数的积.

【小问1 详解】

解：由于 $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$ ， $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ，
则135和180的最大公因数是 $3 \times 3 \times 5 = 45$ ，
135和180的最小公倍数是： $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 = 540$ ；

【小问2 详解】

由于 $10001 = 137 \times 73$ ， $20075 = 275 \times 73$ ，
则10001和20075的最大公约数是73，
最小公倍数是： $137 \times 73 \times 275 = 2750275$ ；

【小问3 详解】

由于 $144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$, $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$, $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$,

则 144、360 和 540 的最大公因数是： $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$,

144、360 和 540 的最小公倍数是： $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = 2160$.

22. $2\frac{4}{11} - 1\frac{1}{3} + 3\frac{3}{22} - 1\frac{1}{6}$

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的加减混合运算. 利用加法的交换律和结合律解答, 即可求解.

【详解】 解: $2\frac{4}{11} - 1\frac{1}{3} + 3\frac{3}{22} - 1\frac{1}{6}$

$$= \left(2\frac{4}{11} + 3\frac{3}{22} \right) - \left(1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} \right)$$
$$= \left(\frac{26}{11} + \frac{69}{22} \right) - \left(\frac{4}{3} + \frac{7}{6} \right)$$
$$= \left(\frac{52}{22} + \frac{69}{22} \right) - \left(\frac{8}{6} + \frac{7}{6} \right)$$
$$= \frac{11}{2} - \frac{5}{2}$$
$$= 3$$

23. 计算: $4\frac{2}{5} \div \frac{3}{2} - 1.4 \times \left(2 - \frac{4}{3} \right)$

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了加减乘除混合运算, 把小数化成分数, 除法转化成乘法, 去括号, 然后利用乘法运算律计算即可.

【详解】 解: $4\frac{2}{5} \div \frac{3}{2} - 1.4 \times \left(2 - \frac{4}{3} \right)$

$$= \frac{22}{5} \times \frac{2}{3} - \frac{7}{5} \times \frac{2}{3}$$
$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{22}{5} - \frac{7}{5} \right)$$
$$= \frac{2}{3} \times 3$$
$$= 2$$

$$24. 11 \div \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \right) \times 12$$

【答案】 144

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的四则混合运算，根据有理数的四则混合运算法则计算即可.

$$\text{【详解】 解: } 11 \div \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \right) \times 12$$

$$= 11 \div \left(\frac{9}{12} + \frac{10}{12} - \frac{8}{12} \right) \times 12$$

$$= 11 \div \frac{11}{12} \times 12$$

$$= 11 \times \frac{12}{11} \times 12$$

$$= 12 \times 12$$

$$= 144$$

$$25. 61\frac{1}{9} \div \frac{10}{9} + 51\frac{2}{3} \div \frac{5}{3} + 41\frac{1}{7} \div \frac{8}{7} + 33\frac{1}{3} \div \frac{10}{3}$$

【答案】 132

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的混合运算，把分数变形，然后除法变成乘法，先算乘法，最后算加法计算即可.

$$\text{【详解】 解: } 61\frac{1}{9} \div \frac{10}{9} + 51\frac{2}{3} \div \frac{5}{3} + 41\frac{1}{7} \div \frac{8}{7} + 33\frac{1}{3} \div \frac{10}{3}$$

$$= \frac{550}{9} \times \frac{9}{10} + \frac{155}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{288}{7} \times \frac{7}{8} + \frac{100}{3} \times \frac{3}{10}$$

$$= 55 + 31 + 36 + 10$$

$$= 132$$

$$26. 2023 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{1012} \right) + 1011 \times \left(\frac{1}{1012} + \frac{1}{2023} \right) - 1012 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{2023} \right)$$

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的混合计算，先把 2023 变成 $1011 + 1012$ ，再利用乘法分配律去括号，再计算加减法即可得到答案.

$$\begin{aligned}
& \text{【详解】解：} 2023 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{1012} \right) + 1011 \times \left(\frac{1}{1012} + \frac{1}{2023} \right) - 1012 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{2023} \right) \\
&= (1011 + 1012) \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{1012} \right) + 1011 \times \left(\frac{1}{1012} + \frac{1}{2023} \right) - 1012 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{2023} \right) \\
&= 1011 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{1012} \right) + 1012 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{1012} \right) + 1011 \times \left(\frac{1}{1012} + \frac{1}{2023} \right) - 1012 \times \left(\frac{1}{1011} - \frac{1}{2023} \right) \\
&= 1 - \frac{1011}{1012} + \frac{1012}{1011} - 1 + \frac{1011}{1012} + \frac{1011}{2023} - \frac{1012}{1011} + \frac{1012}{2023} \\
&= \frac{1011}{2023} + \frac{1012}{2023} \\
&= \frac{2023}{2023} \\
&= 1.
\end{aligned}$$

四、解答题 (27 题 6 分, 28 题 1 分, 29 题 7 分, 共 20 分)

27. 一辆公共汽车载了一些乘客从起点出发, 在第一站下车的乘客是车上总人数 (含一名司机和两名售票员) 的 $\frac{1}{7}$, 第二站下车的乘客是车上总人数的 $\frac{1}{6}$, 依此类推, 第六站下车的乘客是车上总人数的 $\frac{1}{2}$, 再开车时车上就剩下 1 名乘客了. 已知途中没有人上车, 问从起点出发时, 车上有多少名乘客?

【答案】从起点出发时, 车上有 25 名乘客

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次方程的实际应用, 设从起点出发时, 车上有 x 人, 根据下车 6 次后还剩一名乘客, 即剩下 4 人列出方程求解即可.

【详解】解: 设从起点出发时, 车上有 x 人,

$$\text{由题意得, } \left(1 - \frac{1}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) x = 1 + 2 + 1,$$

$$\text{所以 } \frac{6}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} x = 4$$

$$\text{所以 } \frac{1}{7} x = 4,$$

$$\text{所以 } x = 28,$$

$$28 - 1 - 2 = 25 \text{ (名)}$$

答: 从起点出发时, 车上有 25 名乘客.

28. 为了丰富学生的课余生活, 学校计划新买一批球类体育用品, 其中购买的篮球数量占这批球类体育用品的 $\frac{3}{5}$, 购买的排球数量是篮球数量的 $\frac{5}{12}$, 其余是足球.

- (1) 如果购买的足球数量是 6 个，那么该学校计划新买的球类体育用品的总数量是多少个？
- (2) 如果要使得购买的足球数量与排球数量相等，那么要将计划购买的排球数量的几分之几改去购买足球？

【答案】 (1) 购买球类体育用品的总数量为 40 个.

(2) 将计划购买的排球数量的 $\frac{1}{20}$ 改去购买足球.

【解析】

【分析】 (1) 假设球类体育用品的总数量是单位“1”，则篮球数量占 $\frac{3}{5}$ ，排球数量占 $\frac{3}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{4}$ ，求出足球数量占 $1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$ ，再利用 $6 \div \frac{3}{20} = 40$ 即可求出总数量；

(2) 利用 $\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{20}\right) \div 2 = \frac{1}{20}$ 即可解答.

【小问 1 详解】

解：假设球类体育用品的总数量是单位“1”，则篮球数量占 $\frac{3}{5}$ ，排球数量占 $\frac{3}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{4}$ ，

$\therefore$ 足球数量占 $1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$ ，

$\therefore 6 \div \frac{3}{20} = 40$ (个)，即球类体育用品的总数量为 40 个.

答：购买球类体育用品的总数量为 40 个.

【小问 2 详解】

解：由 (1) 可得：排球数量占 $\frac{3}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{4}$ ，足球数量占 $1 - \frac{3}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$ ，

$\therefore \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{20}\right) \div 2 = \frac{1}{20}$ ，

$\therefore$ 将计划购买的排球数量的 $\frac{1}{20}$ 改去购买足球，

答：将计划购买的排球数量的 $\frac{1}{20}$ 改去购买足球.

【点睛】 本题考查分数的混合运算，求一个数的几分之几，解题的关键是理解题意，表示出篮球，排球和足球所占的数量.

29. 在数的学习过程中，我们总会对其中一些具有某种特性的数充满好奇，如学习自然数时，我们发现一种特殊的自然数——“好数”.

定义：对于三位自然数 n ，各位数字都不为 0，且百位数字与十位数字之和恰好能被个位数字整除，则称这个自然数 n 为“好数”.

例如：426 是“好数”. 因为 4, 2, 6 都不为 0，且 $4 + 2 = 6$ ，6 能被 6 整除；

643 不是“好数”，因为 $6+4=10$ ，10 不能被 3 整除.

(1) 判断 312, 875 是否是“好数”？并说明理由；

(2) 求出百位数字比十位数字大 5 的所有“好数”的个数，并说明理由.

【答案】 (1) 312, 875 均是“好数”，理由见解析

(2) 611, 617, 721, 723, 729, 831, 941, 理由见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据“好数”的意义，判断即可得出结论；

(2) 设十位数数字为 a ，则百位数字为 $a+5$ ($0 < a \leq 4$ 的整数)，得出百位数字和十位数字的和为 $2a+5$ ，再分别取 $a=1, 2, 3, 4$ ，计算判断即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：312 是“好数”，因为 3, 1, 2 都不为 0，且 $3+1=4$ ，4 能被 2 整除；

875 是“好数”，因为 8, 7, 5 都不为 0，且 $8+7=15$ ，15 能被 5 整除；

【小问 2 详解】

解：611, 617, 721, 723, 729, 831, 941 共 7 个，理由：

设十位数数字为 a ，则百位数字为 $a+5$ ($0 < a \leq 4$ 的整数)，

$$\therefore a+a+5=2a+5,$$

$$\text{当 } a=1 \text{ 时, } 2a+5=7,$$

$\therefore 7$ 能被 1, 7 整除,

$\therefore$ 满足条件的三位数有 611, 617,

$$\text{当 } a=2 \text{ 时, } 2a+5=9,$$

$\therefore 9$ 能被 1, 3, 9 整除,

$\therefore$ 满足条件的三位数有 721, 723, 729,

$$\text{当 } a=3 \text{ 时, } 2a+5=11,$$

$\therefore 11$ 能被 1 整除,

$\therefore$ 满足条件的三位数有 831,

$$\text{当 } a=4 \text{ 时, } 2a+5=13,$$

$\therefore 13$ 能被 1 整除,

$\therefore$ 满足条件的三位数有 941,

即满足条件的三位自然数为 611, 617, 721, 723, 729, 831, 941 共 7 个.

【点睛】 本题主要考查了数的整除问题和新定义问题，理解并灵活运用新定义是解本题的关键.

附加题

(1—6 题每空 2 分, 7—9 题每空 3 分. 共 20 分)

30. 甲、乙、丙三个非零自然数满足, 甲和乙的最大公约数恰有 1 个约数, 乙和丙的最大公约数恰有 2 个约数, 丙和甲的最大公约数恰有 3 个约数, 那么, 甲、乙、丙三数之和的最小值是_____.

【答案】 19

【解析】

【分析】 本题考查有理数的加法, 最大公因数, 理解题意并灵活运用相关知识, 是解决问题的关键. 根据甲乙丙之间的公约数的特征分别确定符合条件的数即可.

【详解】 $\because$ 甲和乙的最大公约数恰有 1 个约数,

$\therefore$ 甲乙互质,

$\therefore$ 甲、乙的最大公因数是 1,

$\therefore$ 乙和丙的最大公约数恰有 2 个约数,

$\therefore$ 乙、丙的最大公因数是质数,

$\therefore$ 丙和甲的最大公约数恰有 3 个约数,

$\therefore$ 甲、丙的最大公因数是质数的平方, 故甲、乙不能有相同质因数, 还要尽量小, 则取甲、丙最大公因数为 4, 乙、丙最大公因数为 3,

$\therefore$ 甲为 4、乙为 3、丙为 12,

$\therefore 4+3+12=19$,

故答案为: 19.

31. 将 $\frac{3}{20} = \frac{1}{A} - \frac{1}{B}$, A, B 为非零自然数, 则 $A+B$ 最大值是_____.

【答案】 66

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的减法运算. 根据题意可得求 $A+B$ 最大值, 即 A, B 也取最大值, 则此时 $\frac{1}{A}$

最小, 且大于并接近 $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{B}$ 最小, 再由 $\frac{1}{A}$ 的分子为 1, 分母为自然数, 可得 $\frac{1}{A}$ 的最小值为 $\frac{1}{6}$, 从而得到

$A=6$, 进球出 $\frac{1}{B}$, 可求出 B , 即可求解.

【详解】解: $\because$ 求 $A+B$ 最大值,

$\therefore A, B$ 也取最大值,

$\therefore \frac{1}{A}$ 最小, 且大于并接近 $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{B}$ 最小,

$\because \frac{1}{A}$ 的分子为 1, 分母为自然数,

$\therefore \frac{1}{A}$ 的最小值为 $\frac{1}{6}$, 此时 $A=6$,

$\therefore \frac{1}{B} = \frac{1}{6} - \frac{3}{20} = \frac{1}{60}$, 此时 $B=60$,

$\therefore A+B$ 最大值是 $6+60=66$.

故答案为: 66

32. 某正整数除以 6 的结果因数个数变为原来因数个数的 $\frac{1}{3}$, 则满足要求最小的两个正整数分别是_____.

【答案】12 和 18

【解析】

【分析】本题主要考查了因数有关的问题. 设原数分解质因数后的形式为 $2^a \times 3^b$, 因数的个数为 $(a+1)(b+1)$, 求出除以 3 后的结果, 由题意, 列出等式, 把问题转化成求整数解的问题解答即可.

【详解】解: 设原数分解质因数后的形式为 $2^a \times 3^b$, 因数的个数为 $(a+1)(b+1)$,

由题意得: $(a+1)(b+1) = 3ab$,

若要使这个正整数最小, 则 b 越小越好,

当 $b=1$ 时, $a=2$,

当 $b=2$ 时, $a=1$,

所以这个正整数的最小值为 $2^2 \times 3 = 12$, $2 \times 3^2 = 18$.

故答案为: 12 和 18

33. 将 1-8 排列成一圈, 使得相邻两数互质的排列方式有_____种 (旋转后可以重叠的当做同一种)

【答案】72

【解析】

【分析】本题主要考查互质和排列, 先排列互质的数, 再结合题意将剩余的数进行插空, 注意 6 与 3 的特

殊性即可.

【详解】解：由题意知相邻两数互质，则 4 个奇数排列有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 种，

$\therefore$ 旋转后可以重叠的当做同一种，

$\therefore$ 排列方式有 6 种，

再把偶数插入奇数与奇数之间的空，且 6 与 3 不能相邻，则 6 有 2 个空可以插入，剩余其他 3 个偶数可以随意插入，有 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 种，

那么，共有 $6 \times 2 \times 6 = 72$ 种，

故答案为：72.

34. 控制论之父维纳在某年曾经说过：“我现在的年龄的三次方是一个四位数，现在年龄的四次方是一个六位数，并且这两个数刚好包含 0 至 9 各一次，所以所有数字都得朝拜我，我将在数学领域干成一番大事业”。请问，他是在_____岁的时候说的这个话.

【答案】18

【解析】

【分析】本题主要考查了实验法. 本题先通过缩小范围然后再试验. 首先一个数的立方是四位数，四次方是六位数，得出年龄在 18 和 21 之间，然后再去掉 20、21，因为它的个位数字分别是“0”，“1”；然后再试一试，可得答案为 18.

【详解】解： $\because 17^4 = 83521, 18^4 = 104976, 19^4 = 130321$ ，

$\therefore$ 他的年龄大于或等于 18 岁；

$\because 18^3 = 5832, 19^3 = 6859, 21^3 = 9261$ ， $22^3 = 10648$ ，

$\therefore$ 他的年龄小于 22 岁

$\therefore$ 他的年龄可能为 18，19，20，21，22，

$\because$ 个位数是 0 和 1 的数，无论是几次方，个位数仍是 0 和 1，重复，

$\therefore$ 21，22 不符合题意，

当 $x = 18$ 时， $18^3 = 5832, 18^4 = 104976$ ，符合题意；

当 $x = 19$ 时， $19^3 = 6859, 19^4 = 130321$ ，不符合题意；

所以他是在 18 岁的时候说的这个话.

故答案为：18

35. 有两个循环小数 a 和 b ， a 的循环节有 3 位， b 的循环节有 6 位， a 与 b 之和的循环节最少是_____位.

【答案】2

【解析】

【分析】此题考查了循环小数及分类. 设 $a+b=c$, 则 $b=c-a$, 可得当 c 有 1 位循环节时, b 最多有 3 位循环节, 矛盾, 即可求解.

【详解】解: 设 $a+b=c$, 则 $b=c-a$,

$\therefore a$ 有 3 位循环节, b 有 6 位循环节,

当 c 有 1 位循环节时, b 最多有 3 位循环节, 矛盾;

$\therefore c$ 最少有两位循环节,

$\therefore$ 循环节最少是 2 位.

答: 两个循环小数 a 和 b , a 的循环节有 3 位, b 的循环节有 6 位. 这两个数之和的循环节最少有 2 位.

故答案为: 2.

36. 一个偶数有 6 个因数不是 3 的倍数, 有 8 个因数不是 5 的倍数, 请问, 这个偶数是_____.

【答案】1350

【解析】

【分析】本题主要利用约数个数的计算方法: 一个合数的约数的个数是在严格分解质因数之后, 将每个质因数的指数(次数)加 1 后所得的乘积, 首先根据约数个数的计算方法, 得出所含数个数的可能性, 进一步从最小的质数分析探讨得出答案即可.

【详解】解: $6 = 2 \times 3 = (1+1) \times (1+2)$,

因此要让这个偶数恰有 6 个约数不是 3 的倍数,

那么这个偶数可以包含: $2 \times 5 \times 5$,

$8 = 2 \times 4 = (1+1) \times (1+3)$, $8 = 1 \times 8$,

因此要让这个偶数恰有 8 个约数不是 5 的倍数, 那么这个偶数可以包含:

$2 \times 3 \times 3 \times 3$, $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$,

这样同时满足以上两个条件的最小公倍数是: $2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 = 1350$ 或

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 3200$ (不是 3 的倍数有 24 不合题意舍去);

$\therefore$ 这个偶数是 1350.

故答案为: 1350.

37. $\frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100$ 的整数部分是_____.

【答案】101

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的性质. 根据分数的性质, 原式变形为 $101 + \frac{11 \times 35 + 12 \times 34 + \cdots + 15 \times 31}{11 \times 65 + 12 \times 66 + \cdots + 15 \times 69}$, 即可求解.

【详解】 解:
$$\begin{aligned} & \frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 \\ &= \left(\frac{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} + \frac{11 + 12 + \cdots + 15}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \right) \times 100 \\ &= \left(1 + \frac{11 + 12 + 13 + 14 + 15}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \right) \times 100 \\ &= 100 + \frac{11 \times 100 + 12 \times 100 + \cdots + 15 \times 100}{11 \times 65 + 12 \times 66 + \cdots + 15 \times 69} \\ &= 100 + \frac{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} + \frac{11 \times 35 + 12 \times 34 + 13 \times 35 + 14 \times 36 + 15 \times 37}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \\ &= 100 + 1 + \frac{11 \times 35 + 12 \times 34 + 13 \times 35 + 14 \times 36 + 15 \times 37}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \\ &= 101 + \frac{11 \times 35 + 12 \times 34 + 13 \times 35 + 14 \times 36 + 15 \times 37}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69}, \\ &\because \frac{11 \times 35 + 12 \times 34 + 13 \times 35 + 14 \times 36 + 15 \times 37}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} < 1, \\ &\text{所以 } \frac{11 \times 66 + 12 \times 67 + 13 \times 68 + 14 \times 69 + 15 \times 70}{11 \times 65 + 12 \times 66 + 13 \times 67 + 14 \times 68 + 15 \times 69} \times 100 \text{ 的整数部分是 } 101. \end{aligned}$$

故答案为: 101.

38. 有一些正整数, 它可以表示成连续 20 个正整数的和, 而且当把它表示成连续正整数之和 (至少 2 个) 的形式时, 恰好有 20 种方法. 请问, 这样的正整数最小是_____.

【答案】 $2 \times 5 \times 3^{19}$

【解析】

【分析】 本题关键是明确, 一个正整数的分解方法(成连续正整数之和)等于奇质因数的个数. 连续 20 个正整数, 设第一个为 a , 则第二个为 $a+1$, ..., 那么这 20 个连续正整数和为 $20a+190=10 \times (2a+19)$, 这个数可以被 2 和 10 整除, 即这个整数一定含有因数 2 和 5, 又因为恰好有 20 种方法, 所以它的奇质因数的个数也必须是 20 个, 因此要最小, 除了质因数 2、5 外最小是 3, 因此 3 的个数是 19 个, 据此解答即可.

【详解】 解: 连续 20 个正整数, 设第一个为 a , 则第二个为 $a+1 \cdots$, 那么这 20 个连续正整数和为 $20a+190=10 \times (2a+19)$, 这个数可以被 2 和 10 整除, 即这个整数一定含有因数 2 和 5, 又因为恰好有 20 种方法, 所以它的奇质因数的个数也必须是 20 个,

因此要最小, 除了质因数 2 、 5 只有一个外, 最小是 3 , 因此 3 的个数是 $20-1=19$ 个,

所以, 这个数最小为 $2 \times 5 \times 3^{19}$,

故答案为: $2 \times 5 \times 3^{19}$.