

存志学校 2023 学年第一学期预备数学期中测验卷

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 下列说法正确的是 ()

A. 5 能被 2.5 整除

B. 正整数可分为素数、合数两类

C. 真分数不大于假分数

D. 任意数都有倒数

【答案】C

【解析】

【分析】根据整除的定义、整数的分类、分数的分类、倒数的定义逐项判断即可. 掌握相关定义是解题的关键.

【详解】解: A、整除是两个整数相除, 商是整数, 余数为 0, 2.5 不是整数, 故该选项错误;

B、正整数包括 1, 1 即不是素数也不是合数, 故该选项错误;

C、真分数一定小于 1, 假分数一定等于或大于 1, 因此真分数不大于假分数, 故该选项正确;

D、任意一个非 0 的数才有倒数, 故该选项错误;

故选 C.

2. 一根绳子长 $\frac{5}{6}$ 米, 它的 $\frac{1}{4}$ 是多少米? 错误的列式是 ()

A. $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$

B. $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4}$

C. $\frac{5}{6} \div 4 \times 1$

D. $\frac{5}{6} \div 4$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查求一个数的几分之几, 求一个数的几分之几, 用这个数乘以几分之几即可, 根据分数的乘除法的转化, 判断即可.

【详解】解: 由题意, 得: 列式为 $\frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{6} \div 4 \times 1 = \frac{5}{6} \div 4$;

故 B, C, D 选项正确, A 选项错误;

故选 A.

3. 下列哪个分数不能化成有限小数 ()

A. $\frac{3}{16}$

B. $\frac{6}{30}$

C. $\frac{8}{25}$

D. $\frac{1}{6}$

【答案】D

【解析】

【详解】解：A、 $\frac{3}{16}$ 是最简分数，分母中只含有质因数2，能化成有限小数，故本选项不合题意；

B、 $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ 是最简分数，分母中只含有质因数5，能化成有限小数，故本选项不合题意；

C、 $\frac{8}{25}$ 是最简分数，分母中只含有质因数5，能化成有限小数，故本选项不合题意；

D、 $\frac{1}{6}$ 是最简分数，分母中含有质因数3和2，不能化成有限小数，故本选项符合题意。

故选：D.

【点睛】本题主要考查什么样的分数可以化成有限小数，解题的关键是掌握根据一个最简分数，如果分母中除了2与5以外，不再含有其它的质因数，这个分数就能化成有限小数；如果分母中含有2与5以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。

4. 下列说法中正确的有（ ）

①一个数的倒数总是比它本身小

②约分就是将一个分数的分子和分母的公因数约去的过程

③约分和通分的依据都是分数的基本性质

④无限不循环小数不可以化成分数的形式

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】C

【解析】

【分析】根据倒数的定义“乘积为1的两个数互为倒数”，约分的定义“把一个分数的分子、分母同时除以公约数，分数的值不变”，通分的定义“根据分数的基本性质，把几个异分母分数化成与原来分数相等的同分母的分数过程”，以及无限不循环小数的特点逐项判断即可。解题的关键是理解相关概念。

【详解】解：一个数的倒数等于1除以它本身，小于1的数的倒数比它本身大，故①错误；

约分就是将一个分数的分子和分母的公因数约去的过程，故②正确；

约分和通分的依据都是分数的基本性质，故③正确；

无限不循环小数不可以化成分数的形式，故④正确；

综上所述，正确的有3个，

故选C.

5. 某班级有男生20名，女生24名，则下列叙述正确的是（ ）

A. 男生人数是女生人数的 $\frac{6}{5}$

B. 女生人数比男生人数多 $\frac{1}{5}$

C. 女生人数是男生人数的 $\frac{5}{6}$

D. 男生人数比女生人数少 $\frac{1}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】 A 是 B 的几分之几表示为 $\frac{A}{B}$, A 比 B 多几分之几表示为 $\frac{A-B}{B}$, B 比 A 少几分之几表示为 $\frac{A-B}{A}$, 掌握分数的意义是解题的关键.

【详解】解: A, 男生人数是女生人数的 $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$, 该选项错误;

B, 女生人数比男生人数多 $\frac{24-20}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$, 该选项正确;

C, 女生人数是男生人数的 $\frac{24}{20} = \frac{6}{5}$, 该选项错误;

D, 男生人数比女生人数少 $\frac{24-20}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$, 该选项错误;

故选 B.

二、填空题 (每题 3 分, 共 39 分)

6. $3\frac{1}{4}$ 的倒数是_____.

【答案】 $\frac{4}{13}$

【解析】

【分析】根据倒数的定义“乘积为 1 的两个数互为倒数”, 即可求解, 掌握定义是解题的关键.

【详解】解: $1 \div 3\frac{1}{4} = 1 \div \frac{13}{4} = \frac{4}{13}$,

故 $3\frac{1}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{13}$.

故答案为: $\frac{4}{13}$.

7. 写出大于 80 小于 90 的正整数中的所有素数_____.

【答案】 83, 89

【解析】

【分析】根据素数的定义“除了 1 和该数本身以外不再其他的因数的数被称为素数”, 掌握定义是解题的关键.

【详解】解: 大于 80 小于 90 的正整数中的素数有: 83, 89.

故答案为: 83, 89.

8. $2.15 =$ _____ (化为分数).

【答案】 $2\frac{3}{20}$ 或 $\frac{43}{20}$

【解析】

【分析】有限小数化分数首先看小数点后面有几位数，如果是1位除以10，是2位就除以100，3位数除以1000，以此类推，然后分子和分母约分到不能再约分为止。掌握上述方法是解题的关键。

【详解】解： $2.15 = 2\frac{15}{100} = 2\frac{3}{20} = \frac{43}{20}$ ，

故答案为： $2\frac{3}{20}$ 或 $\frac{43}{20}$ 。

9. 计算： $\frac{1}{8} + 0.35 =$ _____。

【答案】 0.475

【解析】

【分析】本题考查分数和小数的计算，把分数化为小数，进行相加即可。

【详解】解： $\frac{1}{8} + 0.35 = 0.125 + 0.35 = 0.475$ ；

故答案为： 0.475

10. 循环小数 1.40606...用简便方法写作 _____。

【答案】 $1.4\dot{0}\dot{6}$

【解析】

【分析】根据循环小数的表示方法解答即可。

【详解】循环小数 1.40606...用简便方法写作 $1.4\dot{0}\dot{6}$ 。

故答案为： $1.4\dot{0}\dot{6}$ 。

【点睛】本题考查循环小数的表示方法，熟记定义是解题关键。

11. $\frac{4}{15}$ 的 $\frac{5}{6}$ 是 _____。

【答案】 $\frac{2}{9}$

【解析】

【分析】本题考查求一个的数的几分之几，直接用 $\frac{4}{15} \times \frac{5}{6}$ 即可。

【详解】解： $\frac{4}{15} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{9}$ ；

故答案为： $\frac{2}{9}$ 。

12. 小明把一个数除以 $\frac{3}{5}$ 错算成乘以 $\frac{3}{5}$ 得到结果 $7\frac{1}{5}$ ，那么这道题的正确答案应是 _____。

【答案】 20

【解析】

【分析】先根据得出的错误结果倒推出被除数，再进行除法运算即可。解题的关键是掌握分数的乘除运算法则。

【详解】解：被除数为： $7\frac{1}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{36}{5} \times \frac{5}{3} = 12$ ，

这道题的正确答案为： $12 \div \frac{3}{5} = 12 \times \frac{5}{3} = 20$ ，

故答案为：20。

13. 求比值：20cm : 0.35m = _____。

【答案】 $\frac{4}{7}$

【解析】

【分析】本题考查求比值：先统一单位，再约分求比值，注意单位统一是解题的关键。

【详解】解：20cm : 0.35m = 20cm : 35cm = $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$ ，

故答案为： $\frac{4}{7}$ 。

14. $a:b = \frac{1}{2}:3$ ， $b:c = 2:0.3$ ，则 $a:b:c =$ _____。（化为最简整数比）

【答案】 10:60:9

【解析】

【分析】本题考查比的性质，利用比的性质，得到 $3a = \frac{1}{2}b$, $2c = 0.3b$ ，进而得到 $a:b:c$ 的值即可。

【详解】解： $\because a:b = \frac{1}{2}:3$ ， $b:c = 2:0.3$ ，

$$\therefore 3a = \frac{1}{2}b, 2c = 0.3b,$$

$$\therefore b = 6a, 20c = 3b,$$

$$\therefore 20c = 3b = 18a,$$

$$\therefore a:b:c = 10:60:9;$$

故答案为：10:60:9。

15. 一盒粉笔用去 $\frac{3}{5}$ ，还剩 24 根，这盒粉笔共有 _____ 根。

【答案】 60

【解析】

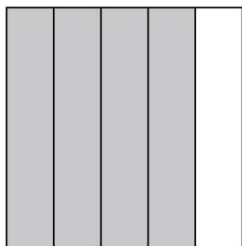
【分析】由题意还剩 $\frac{2}{5}$ ，即这盒粉笔的 $\frac{2}{5}$ 等于24根，运用除法即可求得.

【详解】 $24 \div \frac{2}{5} = 24 \times \frac{5}{2} = 60$ (根).

故答案为：60.

【点睛】本题考查了分数的除法，关键是知道剩下的占这盒粉笔的几分之几，另外所求的是单位1的量，用除法解决.

16. 如图，取一个边长为1的正方形，将一边5等分，取其中的4份涂上阴影，把所得到的阴影部分看成一个总体，再将其三等分并取其中的两份，这两份占原来正方形的_____ (填几分之几).

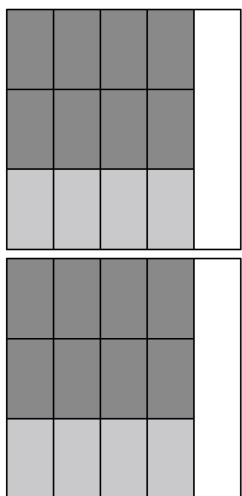


【答案】 $\frac{8}{15}$

【解析】

【分析】分数的意义为：将单位“1”平均分成若干份，表示这样一份或几份的数为分数. 将一个边长为1的正方形5等分，取其中的4份涂上阴影，则阴影部分占这个正方形的 $\frac{4}{5}$ ，又把所得到的阴影部分看成一个总体，再将其三等分并取其中的两份，则这两份占原来阴影部分的 $\frac{2}{3}$ ，根据分数乘法的意义，这两份占原来正方形的 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$.

如图：



【详解】如图：

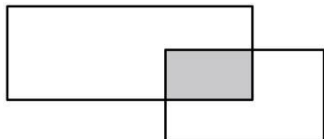
两份占原来正方形的：

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}.$$

故答案为: $\frac{8}{15}$.

【点睛】 本题考查分割图形的比例问题, 关键是对于分数意义的理解与应用.

17. 如图, 两个长方形重叠部分的面积是大长方形的 $\frac{1}{6}$, 是小长方形的 $\frac{3}{8}$. 则大长方形面积与小长方形面积的最简整数比为_____.



【答案】 9:4

【解析】

【分析】 本题考查最简整数比, 根据题意得到大长方形面积的 $\frac{1}{6}$ 等于小长方形面积的 $\frac{3}{8}$, 求解即可.

【详解】 解: 由题意, 得: 大长方形面积的 $\frac{1}{6}$ 等于小长方形面积的 $\frac{3}{8}$,

所以大长方形面积与小长方形面积的比为 $6:\frac{8}{3}$,

所以最简整数比为 9:4.

故答案为: 9:4.

18. 把 $\frac{7}{25}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{67}{99}$, 0.6, 0.676 从小到大用 “<” 号连接_____.

【答案】 $\frac{7}{25} < 0.6 < \frac{2}{3} < 0.676 < \frac{67}{99}$

【解析】

【分析】 先将分数都化为小数, 再比较大小即可. 解题的关键是会比较循环小数的大小.

【详解】 解: $\frac{7}{25} = 0.28$, $\frac{2}{3} = 0.\dot{6}$, $\frac{67}{99} = 0.\dot{6}\dot{7}$,

$0.28 < 0.6 < 0.\dot{6} < 0.676 < 0.\dot{6}\dot{7}$,

因此 $\frac{7}{25} < 0.6 < \frac{2}{3} < 0.676 < \frac{67}{99}$,

故答案为: $\frac{7}{25} < 0.6 < \frac{2}{3} < 0.676 < \frac{67}{99}$.

三、计算题 (每题 5 分, 共 20 分)

19. 计算: $\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{3}{8} + \frac{4}{5}\right)$.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 根据题意先利用去括号的原则进行运算，再利用添括号的原则进行运算，最后进行分数的加减运算即可.

【详解】 解： $\left(1\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\right)-\left(\frac{3}{8}+\frac{4}{5}\right)$

$$\begin{aligned}&= \left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{8}\right)-\left(\frac{3}{8}+\frac{4}{5}\right) \\&= 1+\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{8}-\frac{3}{8}-\frac{4}{5} \\&= 1+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{8}-\frac{3}{8} \\&= \frac{1}{2}+\frac{1}{8}-\frac{3}{8} \\&= \frac{4}{8}+\frac{1}{8}-\frac{3}{8} \\&= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查分数的加减运算，熟练掌握分数的加减运算法则以及带分数表示整式加真分数是解题的关键.

20. 计算： $5\frac{3}{5}\times 8.2-5.6\times 7\frac{1}{5}$

【答案】 $\frac{28}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查分数的运算，将带分数化为假分数，小数化为分数，利用乘法分配律进行求解即可.

【详解】 解： 原式 $= \frac{28}{5}\times \frac{41}{5}-\frac{28}{5}\times \frac{36}{5}= \frac{28}{5}\left(\frac{41}{5}-\frac{36}{5}\right)= \frac{28}{5}$;

故答案为： $\frac{28}{5}$.

21. 计算： $\frac{5}{6}\div \left(\frac{1}{5}-\frac{1}{30}\right)\times \frac{8}{5}+3\frac{4}{5}$

【答案】 $11\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查分数的四则运算，先算括号，再把除法变成乘法，进行乘法运算，最后算加法.

【详解】解：原式 $= \frac{5}{6} \div \left(\frac{6}{30} - \frac{1}{30} \right) \times \frac{8}{5} + 3\frac{4}{5} = \frac{5}{6} \times 6 \times \frac{8}{5} + 3\frac{4}{5} = 8 + 3\frac{4}{5} = 11\frac{4}{5}$;

故答案为： $11\frac{4}{5}$.

22. 计算： $1\frac{1}{3} \times \left(2.5 - \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{12} \div 1.25 \times 4$.

【答案】 $4\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】根据分数的四则运算直接求解即可.

【详解】 $1\frac{1}{3} \times \left(2.5 - \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{12} \div 1.25 \times 4$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{9}{4} + \frac{5}{12} \times \frac{4}{5} \times 4$$

$$= 3 + 1\frac{1}{3}$$

$$= 4\frac{1}{3}.$$

【点睛】本题主要考查分数的混合运算，关键是熟练掌握运算法则及运算顺序.

四、应用题 (23 题 8 分, 24 题 8 分, 25 题 10 分)

23. 工程队修一条路，计划六天修完. 第一天修了全长的 $\frac{2}{5}$ ，第二天修了剩下的 $\frac{2}{7}$.

(1) 第二天修了全长的几分之几?

(2) 要想按时完成计划，后面每天平均应该修这条路的几分之几?

【答案】 (1) $\frac{6}{35}$

(2) $\frac{3}{28}$

【解析】

【分析】把这条路的长度看作单位“1”，第一天修了全长的 $\frac{2}{5}$ ，剩下 $1 - \frac{2}{5}$ ，则第二天修了全长的 $\left(1 - \frac{2}{5} \right) \times \frac{2}{7}$ ，

用前两天剩下的工程量除以剩余天数可解第二问. 掌握单位“1”的概念是解题的关键.

【小问 1 详解】

解： $\left(1 - \frac{2}{5} \right) \times \frac{2}{7}$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$$

$$= \frac{6}{35}$$

答：第二天修了全长的 $\frac{6}{35}$ 。

【小问 2 详解】

$$\text{解：} \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{6}{35}\right) \div (6 - 2)$$

$$= \frac{3}{7} \div 4$$

$$= \frac{3}{28}$$

答：后面每天平均应该修这条路的 $\frac{3}{28}$ 。

24. 新学期开始，学校准备重新组建合唱队。已知原来合唱队中女生占总人数的 $\frac{2}{5}$ ，后来又新加入了 5 名女生，这样女生人数就占总人数的 $\frac{1}{2}$ 。求合唱队有多少男生？

【答案】合唱队有 15 名男生；

【解析】

【分析】本题考查了分数的意义和分数的除法：由题可知男生人数没有变化，把男生人数看作单位 1，原来

女生人数是男生人数的： $\frac{2}{5} \div (1 - \frac{2}{5}) = \frac{2}{3}$ ，现在女生人数是男生人数的： $\frac{1}{2} \div (1 - \frac{1}{2}) = 1$ ，男生有：

$5 \div (1 - \frac{2}{3}) = 15$ ，进而可求解。

【详解】解： $\frac{2}{5} \div (1 - \frac{2}{5}) = \frac{2}{3}$ ，

$\frac{1}{2} \div (1 - \frac{1}{2}) = 1$ ，

$5 \div (1 - \frac{2}{3}) = 15$ 名

∴合唱队有 15 名男生；

25. 某小区去年房子的价格为每平方米 50000 元. 今年房子的价格上涨了 $\frac{3}{100}$.

(1) 那么今年这套房子的售价为每平方米多少元?

(2) 买房需要缴纳 $\frac{1}{200}$ 的契税. 今年小丽想购买该小区一套 200 平方米的房子, 按照现在的售价购买她应付多少元?

【答案】(1) 51500 元

(2) 51500 元

【解析】

【分析】(1) 价格上涨后与上涨前的比值为 $\left(1 + \frac{3}{100}\right)$, 乘以上涨前的价格即可;

(2) 先计算房子的总价, 再乘以契税的比例, 理解题中百分数的意义是解题的关键.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 50000 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) \\ &= 50000 \times \frac{103}{100} \\ &= 51500 \text{ (元)}\end{aligned}$$

答: 今年这套房子的售价为每平方米 51500 元.

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 51500 \times 200 \times \frac{1}{200} \\ &= 51500 \times \left(200 \times \frac{1}{200}\right) \\ &= 51500 \times 1 \\ &= 51500 \text{ (元)}\end{aligned}$$

答: 按照现在的售价购买她应付 51500 元.

五、附加题 (计入总分共 50 分. 26 题 16 分, 27 题 4 分, 28 题 6 分, 29 题 10 分, 30 题 14 分)

26. 计算:

$$\begin{aligned}(1) & \frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \frac{2}{99} + \frac{2}{143} + \frac{2}{195} \\ (2) & \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{99}{98 \times 99 \times 100}\end{aligned}$$

【答案】(1) $\frac{14}{15}$

(2) $\frac{14651}{19800}$

【解析】

【分析】(1) 利用裂项相消法，把每一项拆成两个分数的差，即可求解；

(2) 先将原式各项约分化简，再利用裂项相消法，把每一项拆成两个分数的差，即可求解。掌握裂项相消法是解题的关键。

【小问1详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \frac{2}{99} + \frac{2}{143} + \frac{2}{195} \\
 &= 2 \times \frac{1}{1 \times 3} + 2 \times \frac{1}{3 \times 5} + 2 \times \frac{1}{5 \times 7} + 2 \times \frac{1}{7 \times 9} + 2 \times \frac{1}{9 \times 11} + 2 \times \frac{1}{11 \times 13} + 2 \times \frac{1}{13 \times 15} \\
 &= 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} \\
 &= 1 - \frac{1}{15} \\
 &= \frac{14}{15}
 \end{aligned}$$

【小问2详解】

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4}{3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{99}{98 \times 99 \times 100} \\
 &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{98 \times 100} \\
 &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{100}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{98} - \frac{1}{100}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{14651}{9900} \\
 &= \frac{14651}{19800}
 \end{aligned}$$

27. $\frac{a}{b}$ 是最简分数，且 $2 < a < 10$ ， $8 < b < 19$ ，则满足条件的最大分数为_____。

【答案】 $\frac{9}{10}$

【解析】

【分析】 根据分数的分子越大，分母越小，分数越大，进行求解即可.

【详解】 解： 因为 $\frac{a}{b}$ 是最简分数，

所以 a, b 均为整数，且不能约分，

因为 $2 < a < 10$ ， $8 < b < 19$ ，且 $\frac{a}{b}$ 最大，

所以 $a = 9$ ， $b = 10$ ，即： $\frac{a}{b} = \frac{9}{10}$ ；

故答案为： $\frac{9}{10}$

28. 为预防流感，医院要为某小区所有居民接种疫苗. 但因甲医院疫苗库存数量有限，只能为 $\frac{7}{10}$ 的居民接种，如果乙医院能提供它库存疫苗的 $\frac{1}{3}$ ，那么两个医院就可以为所有居民接种，乙医院就只剩下 600 支疫苗. 则小区有_____名居民；甲医院库存疫苗数量为_____支.

【答案】 ①. 1000 ②. 700

【解析】

【分析】 乙医院提供它库存疫苗的 $\frac{1}{3}$ 后剩 600 支，据此求出乙医院提供的疫苗数，该数量对应小区 $\left(1 - \frac{7}{10}\right)$

的居民，进而可得居民总数、甲医院库存疫苗数量. 找准数量关系，掌握分数的运算法则是解题的关键.

【详解】 解： 由题意知，乙医院提供的疫苗数为： $600 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{3} = 600 \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = 300$ (支)，

小区居民总数为： $300 \div \left(1 - \frac{7}{10}\right) = 300 \div \frac{3}{10} = 1000$ (名)，

甲医院库存疫苗数量为： $1000 \times \frac{7}{10} = 700$ (支)，

故答案为： 1000； 700.

29. 根据实际需要，计算的结果有时要用小数表示，有时要用分数表示. 分数、小数进行比较时也需要进行互化. 我们已经学会了一些基本的互化方法. 但还有很多知识可能没学会，但又非常重要.

例如：如何将 $0.\dot{6}$ ， $0.3\dot{6}$ 化成分数？

解 1： 因为 $0.\dot{6} \times 10 = 6.\dot{6}$ ，所以 $0.\dot{6} \times 10 - 0.\dot{6} = 6$

又因为 $0.\dot{6} \times 10 - 0.6 = 9 \times 0.\dot{6}$ ，所以 $9 \times 0.\dot{6} = 6$ ，从而得 $0.\dot{6} = \frac{6}{9}$

解2：因为 $0.3\dot{6} \times 10 = 3.\dot{6}$ ， $0.3\dot{6} \times 100 = 36.\dot{6}$ ，所以 $0.3\dot{6} \times 100 - 0.3\dot{6} \times 10 = 36.\dot{6} - 3.\dot{6} = 33$

又因为 $0.3\dot{6} \times 100 - 0.3\dot{6} \times 10 = 90 \times 0.3\dot{6}$ ，所以 $90 \times 0.3\dot{6} = 33$ ，从而得 $0.3\dot{6} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$

(1) 利用上述方法将 $0.\dot{8}$ 和 $0.15\dot{4}$ 化成分数（需写出过程）；

(2) $1.\dot{2} \div 1.2\dot{4} =$ _____；

(3) 纯循环小数 $0.\overline{abc}$ 写成最简分数时，分子和分母的和是 58，求这个三位数 $\overline{abc}$ 。

【答案】(1) $0.\dot{8} = \frac{8}{9}$ ， $0.15\dot{4} = \frac{139}{900}$

(2) $\frac{55}{56}$

(3) 567

【解析】

【分析】本题考查循环小数与分数的转换，掌握题目中的例题的方法是解题的关键。

(1) 根据题目中的例题的方法解答即可；

(2) 根据题目中的例题的方法分别计算出 $1.\dot{2}$ ， $1.2\dot{4}$ ，再计算除法即可；

(3) 根据题目中的例题的方法可得 $0.\overline{abc} = \frac{\overline{abc}}{999}$ ，再将 999 分解成 27×37 ，结合分子和分母的和是 58，

可求出最简分数，通过通分将分母变为 999，对应的分子即为 $\overline{abc}$ 。

【小问 1 详解】

解：因为 $0.\dot{8} \times 10 = 8.\dot{8}$ ，所以 $0.\dot{8} \times 10 - 0.\dot{8} = 8.\dot{8} - 0.\dot{8} = 8$ ，

又因为 $0.\dot{8} \times 10 - 0.\dot{8} = 9 \times 0.\dot{8}$ ，所以 $9 \times 0.\dot{8} = 8$ ，从而得 $0.\dot{8} = \frac{8}{9}$ ；

因为 $0.15\dot{4} \times 1000 = 154.\dot{4}$ ， $0.15\dot{4} \times 100 = 15.\dot{4}$ ，所以 $0.15\dot{4} \times 1000 - 0.15\dot{4} \times 100 = 154.\dot{4} - 15.\dot{4} = 139$ ，

又因为 $0.15\dot{4} \times 1000 - 0.15\dot{4} \times 100 = 900 \times 0.15\dot{4}$ ，所以 $900 \times 0.15\dot{4} = 139$ ，从而得 $0.15\dot{4} = \frac{139}{900}$ ；

综上所述， $0.\dot{8} = \frac{8}{9}$ ， $0.15\dot{4} = \frac{139}{900}$ ；

【小问 2 详解】

解：因为 $1.\dot{2} \times 10 = 12.\dot{2}$ ，所以 $1.\dot{2} \times 10 - 1.\dot{2} = 12.\dot{2} - 1.\dot{2} = 11$ ，

又因为 $1.\dot{2} \times 10 - 1.\dot{2} = 9 \times 1.\dot{2}$ ，所以 $9 \times 1.\dot{2} = 11$ ，从而得 $1.\dot{2} = \frac{11}{9}$ ；

$$\text{同理可得 } 1.\dot{2}\dot{4} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45},$$

$$\text{所以 } 1.\dot{2} \div 1.\dot{2}\dot{4} = \frac{11}{9} \div \frac{56}{45} = \frac{11}{9} \times \frac{45}{56} = \frac{55}{56},$$

$$\text{故答案为: } \frac{55}{56}$$

【小问3 详解】

解: 因为 $0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} \times 1000 = abc.\dot{a}\dot{b}\dot{c}$, 所以 $0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} \times 1000 - 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} = \overline{abc}$,

又因为 $0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} \times 1000 - 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} = 999 \times 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c}$, 所以 $999 \times 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} = \overline{abc}$,

$$\text{从而得 } 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} = \frac{\overline{abc}}{999},$$

因为 $999 = 3 \times 3 \times 3 \times 37 = 27 \times 37$,

所以分母只能是 27 和 37,

又因为分子和分母的和是 58, 该分数是真分数,

所以分子小于分母, 可得分母为 37, 分子为 $58 - 37 = 21$,

$$\text{所以 } 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c} = \frac{21}{37} = \frac{567}{999},$$

所以这个三位数 $\overline{abc} = 567$.

30. 我们知道, 任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = p \times q$ (p, q 均为正整数且 $p \leq q$), 在 n 的所有这种分解中, 如果 $q - p$ 的值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的“最优分解”, 并规定在“最优分解”时,

$F(n) = \frac{p}{q}$. 例如: $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$, 因为 $18 - 1 > 9 - 2 > 6 - 3$, 所以 3×6 是 18 的“最优分解”,

$$F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$(1) F(9) = \underline{\hspace{2cm}}; F(24) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) \text{ 若正整数 } a \text{ 小于 } 300, \text{ 且 } F(a) = \frac{5}{6}, \text{ 写出正整数 } a \text{ 的所有可能值 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) \text{ 若正整数 } m \text{ 为小于 } 300 \text{ 的三位数, 那么 } F(m) \text{ 的最大值是 } \underline{\hspace{2cm}}, F(m) \text{ 的最小值是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】(1) $1, \frac{2}{3}$

(2) 30, 120, 270

(3) $1, \frac{1}{293}$

【解析】

【分析】(1) 根据“最优分解”的定义找出 9 和 24 的“最优分解”, 再根据 $F(n)$ 的定义求解;

(2) 设 $5x \times 6x$ 是 a 的“最优分解”，根据正整数 a 小于 300 求出 x 的可能的值，代入求解即可；

(3) 根据“最优分解”及 $F(n)$ 的定义，可得 $F(m)$ 的最大值，找出 300 以内的最大质数，可得 $F(m)$ 的最小值.

【小问 1 详解】

解：由“最优分解”的定义可知， 3×3 是 9 的“最优分解”， 4×6 是 24 的“最优分解”，

$$\therefore F(9) = \frac{3}{3} = 1, \quad F(24) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

故答案为：1, $\frac{2}{3}$ ；

【小问 2 详解】

$$\text{解：} \because F(a) = \frac{5}{6},$$

$\therefore$ 设 $5x \times 6x$ 是 a 的“最优分解”，

$\because$ 正整数 a 小于 300,

$$\therefore 0 < 5x \times 6x < 300,$$

$$\therefore 0 < x^2 < 10,$$

$$\therefore x = 1 \text{ 或 } 2 \text{ 或 } 3,$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } a = 5 \times 6 = 30,$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } a = 5 \times 2 \times 6 \times 2 = 120,$$

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, } a = 5 \times 3 \times 6 \times 3 = 270,$$

$\therefore$ 正整数 a 的可能为 30, 120, 270,

故答案为：30, 120, 270;

【小问 3 详解】

解：当 m 为完全平方数，设 $m = n^2$ (n 为正整数),

$$\because n - n = 0,$$

$\therefore n \times n$ 是 m 的“最优分解”，

$$\therefore F(m) = \frac{n}{n} = 1,$$

$$\because F(m) = \frac{p}{q} \quad (p, q \text{ 均为正整数且 } p \leq q),$$

$\therefore F(m)$ 的最大值为 1,

当 m 为 300 以内的最大的质数 293 时, $F(m)$ 存在最小值, 最小值为 $\frac{1}{293}$.

故答案为: $1, \frac{1}{293}$.

【点睛】 本题主要考查了因数与倍数、素数与合数以及新定义, 理解“最优分解”和 $F(n)$ 的定义是解题的关键.