

2023-2024 学年六年级数学上册第一次月考卷 02 (测试范围 1.1-2.3)

一、单选题

1. 下列说法正确的是 ()

- A. 4 能被 20 整除 B. 偶数都是合数
C. 奇数和偶数一定互素 D. 一个合数至少有三个因数

【答案】 D

【分析】 根据整除，合数，素数的概念依次判断即可.

【解析】 解: A. $20 \div 4 = 5$, 20 能被 4 整除, 故该选项不正确, 不符合题意;

B. 2 是偶数, 但不是合数, 故该选项不正确, 不符合题意;

C. 奇数和偶数不一定互素, 例如 12 与 15 不互素 ;

D. 因为一个合数除了 1 和它本身外还有其它约数, 所以一个合数至少有三个因数, 故该选项正确, 符合题意,

故选 D.

【点睛】 本题考查了整除，合数，素数的概念，合数是指在大于 1 的整数中除了能被 1 和本身整除外，还能被其他数 (0 除外) 整除的数，与之相对的是素数，素数，指的是“大于 1 的整数中，只能被 1 和这个数本身整除的数”，掌握定义是解题的关键.

2. $A=2 \times 5 \times 7$, A 的因数有 ()

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 8 个

【答案】 D

【分析】 把 A 算出来等于 70, 看 70 能被哪些整数整除.

【解析】 因为 $A=2 \times 5 \times 7=70$

而 $70=1 \times 70=2 \times 35=5 \times 14=7 \times 10$

因此 A 的因数就有 1, 70, 2, 35, 5, 14, 7, 10 共 8 个.

故选: D

【点睛】 本题主要考查了因数的概念: 两个正整数相乘, 那么这两个数都叫做积的因数. 注意一个数最小的因数是 1, 最大的因数是它本身. 掌握因数的概念是解题关键.

3. 在 $\frac{45}{105}, \frac{21}{35}, \frac{39}{91}, \frac{21}{49}, \frac{33}{77}$ 中与 $\frac{3}{7}$ 大小相等的分数有 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】 C

【分析】 将分数化为最简分数，即可求解.

【解析】 解: $\frac{45}{105} = \frac{15 \times 3}{15 \times 7} = \frac{3}{7}$,

$$\frac{21}{35} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{3}{5},$$

$$\frac{39}{91} = \frac{13 \times 3}{13 \times 7} = \frac{3}{7},$$

$$\frac{21}{49} = \frac{7 \times 3}{7 \times 7} = \frac{3}{7},$$

$$\frac{33}{77} = \frac{11 \times 3}{11 \times 7} = \frac{3}{7},$$

其中有 4 个与 $\frac{3}{7}$ 大小相等,

故选 C.

【点睛】 本题考查了分数的约分，化为最简分数是解题的关键.

4. 将一个分数的分子扩大到原来的 6 倍，分母缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，那么 ()

A. 分数值扩大为原来的 6 倍

B. 分数值扩大为原来的 12 倍

C. 分数值缩小为原来的 $\frac{1}{3}$

D. 分数值不变

【答案】 B

【分析】 如果一个分数的分母不变，分子扩大(或缩小)多少倍，分数值就扩大(或缩小)多少倍，如果分子不变，分母扩大(或缩小)多少倍，分数值就缩小(或扩大)多少倍.本题中一个分数的分子扩大 6 倍，这个分数就扩大 6 倍，分母缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，这个分数扩大 2 倍，一共扩大 $6 \times 2 = 12$ 倍.

【解析】 解: 这个分数的分子扩大 6 倍，这个分数就扩大 6 倍，分母缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，这个分数的值扩大 2 倍，一共扩大 $6 \times 2 = 12$ 倍，

故选: B.

【点睛】 本题是考查分数的基本性质的运用，熟悉相关的性质是解题的关键.

5. 长度分别为 24、36、48 分米的三段钢管，要把它截成长度相等的小段 (没有剩余)，小段钢管的最大长度是 ()

A. 8 分米

B. 12 分米

C. 18 分米

D. 24 分米

【答案】 B

【分析】根据题意，要求 24、36、48 这三个数的最大公因数。

【解析】根据短除法，

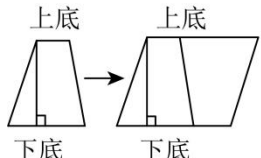
$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 24 & 36 & 48 \\ \hline 4 & 8 & 12 & 16 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array},$$

算出 24、36、48 这三个数的最大公因数是 $3 \times 4 = 12$ 。

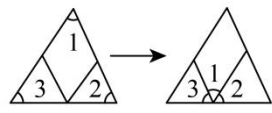
故选：B。

【点睛】本题考查最大公因数的计算，解题的关键是先根据题意读懂题目中需要我们求解最大公因数，然后用短除法计算最大公因数。

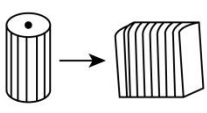
6. 下面用到“转化法”的有（ ）



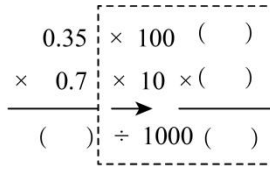
①



②



③



④

A. ①③④ B. ①②③ C. ②③④ D. ①②③④

【答案】D

【分析】根据图示用到的计算方法解答即可。

【解析】解：①把梯形的面积转化为平行四边形的面积求解，用到了转化法；

②把三角形的三个角的和转化为平角求解，用到了转化法；

③把圆柱的体积转化为长方体的体积求解，用到了转化法；

④把小数的乘法转化为整数的乘法求解，用到了转化法；

故选 D。

【点睛】本题考查了梯形面积公式的推导，三角形内角和的推导，圆柱体积公式的推导，小数乘法的计算等知识，熟练掌握转化法是解答本题的关键。

二、填空题

7. 比较大小： $\frac{21}{22}$ _____ $\frac{239}{250}$. (填“>”、“<”或“=”)

【答案】>

【分析】由 $\frac{21}{22} = 1 - \frac{1}{22} = 1 - \frac{11}{242}$, $\frac{239}{250} = 1 - \frac{11}{250}$, 再根据 $1 - \frac{11}{250} > 1 - \frac{11}{242}$ 可得答案.

【解析】解: $\frac{21}{22} = 1 - \frac{1}{22} = 1 - \frac{11}{242}$,

$$\frac{239}{250} = 1 - \frac{11}{250},$$

$$\text{而 } 1 - \frac{11}{250} > 1 - \frac{11}{242},$$

$$\text{所以 } \frac{239}{250} > \frac{21}{22},$$

故答案为: $>$

【点睛】本题考查的是分数的大小比较, 掌握分数的大小比较的方法是解本题的关键.

8. 在分数 $\frac{27}{72}$, $\frac{34}{51}$, $\frac{42}{97}$ 中, 最简分数是_____.

【答案】 $\frac{42}{97}$

【分析】分子和分母只有公因数 1 的分数, 叫做最简分数, 据此解答.

【解析】 $\frac{27}{72} = \frac{3 \times 9}{8 \times 9}$ 分子和分母有公因数 9, 故不是最简分数;

$\frac{34}{51} = \frac{2 \times 17}{3 \times 17}$ 分子和分母有公因数 17, 故不是最简分数;

$\frac{42}{97}$ 分子和分母只有公因数 1, 故是最简分数;

故填: $\frac{42}{97}$.

【点睛】本题考查最简分数的意义及应用, 难度较小.

9. 已知 $18 = 2 \times 3 \times 3$, $30 = 2 \times 3 \times 5$, 那么 18 和 30 的最大公因数是_____, 最小公倍数是_____.

【答案】 6 90

【分析】先把要求的两个数分别分解质因数, 然后把它们公有的质因数连乘起来, 所得的积就是它们的最大公因数, 把它们公有的质因数和独有的质因数连乘起来, 所得的积就是它们的最小公倍数.

【解析】解: $18 = 2 \times 3 \times 3$, $30 = 2 \times 3 \times 5$,

所以 18 和 30 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$

最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$

故答案为: 6; 90

【点睛】考查了求几个数的最大公因数的方法与最小公倍数的方法: 两个数的公有质因数连乘积是最大公因数; 两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积是最小公倍数.

10. 如图所示, 数轴上 A 点所表示的分数是_____.



【答案】 $1\frac{1}{4}$

【分析】 根据图象可知, A 点在数轴上 1 向右 $\frac{1}{4}$ 的位置上.

【解析】 有数轴表示得, 数轴上点 A 所表示得分数是 $1+\frac{1}{4}=1\frac{1}{4}$,

故答案为: $1\frac{1}{4}$.

【点睛】 本题考查了数轴上点的表示, 注意观察点所在的位置是解题关键.

11. 从 0, 1, 2, 3, 7 中选出四个数字, 组成一个能同时被 2、3、5 整除的最大四位数是_____.

【答案】 7320

【分析】 利用整除定义可以知道组成的这个四位数个位上只能是 0, 四位数要最大, 千位应该是 7, 还要满足被 3 整除, 四个数和是 3 的倍数还要保证数尽可能大.

【解析】 解: 从 0, 1, 2, 3, 7 中选出四个数字, 组成一个能同时被 2、3、5 整除的最大四位数是: 7320, 故答案为: 7320.

【点睛】 本题考查了整数的除法, 解题的关键是掌握数的整除.

12. 一根绳子长 16 米, 用去 $\frac{1}{4}$ 米, 还剩_____米; 如果用去它的 $\frac{1}{4}$, 那么还剩_____米.

【答案】 $15\frac{3}{4}$ 12

【分析】 一根绳子长 16 米, 用去 $\frac{1}{4}$ 米, 根据减法的意义, 还剩下 $16-\frac{1}{4}$ 米; 如果用去它的 $\frac{1}{4}$, 根据分数减法的意义, 还剩下全部的 $1-\frac{1}{4}$, 根据分数乘法的意义, 还剩下 $16\times(1-\frac{1}{4})$ 米.

【解析】 解: $16-\frac{1}{4}$

$=15\frac{3}{4}$ (米);

$16\times(1-\frac{1}{4})$

$=16\times\frac{3}{4},$

$=12$ (米).

答: 用去 $\frac{1}{4}$ 米, 还剩 $15\frac{3}{4}$ 米; 如果用去它的 $\frac{1}{4}$, 那么还剩 12 米.

故答案为： $15\frac{3}{4}$ ，12.

【点睛】本题考查了分数的意义，完成本题要注意题目中前一个分数表示具体数量，后一个表示占全长的分率.

13. 如果数 $m=2\times 2\times 3$ ， $n=2\times 3\times 7$ ，那么它们的最小公倍数是最大公因数的_____倍.

【答案】14

【分析】把两个数的公有质因数连乘起来，所得的积就是它们的最大公因数；把它们公有的质因数和独有的质因数连乘起来，所得的积就是它们的最小公倍数.

【解析】解：因为 $m=2\times 2\times 3$ ， $n=2\times 3\times 7$ ，
所以 m 和 n 的最大公因数是 $2\times 3=6$ ，最小公倍数是 $2\times 2\times 3\times 7=84$.
所以 $84\div 6=14$ ；
故答案为：14.

【点睛】本题考查了求几个数的最大公因数的方法与最小公倍数的方法：两个数的公有质因数的连乘积就是最大公因数；两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积就是最小公倍数；数字大的可以用短除法解答.

14. 已知一个两位数被 6 除、被 8 除都余 3，则这个数最小是_____.

【答案】27

【分析】根据题意求出 6 和 8 的最小公倍数，然后加 3 即可.

【解析】解：6 和 8 的最小公倍数为 $2\times 3\times 4=24$ ，
 $24+3=27$ ，
 $\therefore$ 这个数最小是 27.
故答案为：27.

【点睛】此题考查了最小公倍数的概念，解题的关键是熟练掌握最小公倍数的概念.

15. 有两个整数，它们的最小公倍数是 252，最大公因数是 12，其中一个数是 36，则另一个数是_____.

【答案】84

【分析】利用求最大公因数和最小公倍数的方法可求得另一个数

【解析】 $\because$ 36 的（除了因数 1）因数为：2，2，3，3；252 的（除了因数 1）因数为：2，2，3，3，7；
两数的最大公因数是 12，
 $\therefore$ 另一个数为 $12\times 7=84$ ，
故答案为：84

【点睛】 本题考查了有理数的乘法，解题的关键是熟练掌握最大公因数和最小公倍数的定义

16. 一包糖果，不论平均分给 6 个人还是 8 个人，都能正好分完，这包糖果至少_____块.

【答案】 24

【分析】 根据最小公倍数可求解，因为 6 和 8 的最小公倍数是 24.

【解析】 $\because$ 不论平均分给 6 个人还是 8 个人，都能正好分完，

$\therefore$ 这包糖果的数量是 6 和 8 的公倍数，

$\therefore$ 这包糖果至少是 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 块，

故答案是 24.

【点睛】 本题考查的是最小公倍数的应用，理解公倍数的意义，能够在实际生活中深入分析、解决问题

17. 学校组织六年级部分学生参加春季植树活动，规定参加此活动的人数在 30 至 50 人之间.实际参加植树的学生，如果分成 4 人一组；或者 6 人一组；或者 8 人一组，都恰好分完，那么实际参加植树的学生共有_人.

【答案】 48

【分析】 即求 30~50 之间的 4、6、8 的公倍数，根据求两个数的最小公倍数的方法进行解答即可.

【解析】 解： $6 = 2 \times 3$ ， $8 = 2 \times 2 \times 2$ ，

6 和 8 的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ ，

$\therefore$ 在 30~50 之间，

$\therefore$ 五年级植树的人数应为： $24 \times 2 = 48$ （人）

答：实际参加植树的学生有 48 人.

故答案为：48.

【点睛】 本题考查了求最小公倍数的方法：这两个数的公有质因数与独有质因数的连乘积.

18. 一个两位素数，如果将它的十位数字与个位数字对调后仍是一个两位素数，我们就称它是“美妙素数”. 那么请你写出一个“美妙素数”：_____.

【答案】 11（答案不唯一）

【分析】 首先列举一个两位素数，再按照“美妙素数”的定义验证即可解决问题.

【解析】 解： 选取一个两位素数： 11，

按照“美妙素数”定义，将它的十位数字与个位数字对调后仍是 11，是一个两位素数，

故答案为： 11（答案不唯一）.

【点睛】 本题考查素数定义及“美妙素数”的定义，正确列举出一个两位素数是解决问题的关键.

19. 桌上放有多于 4 堆的糖块, 每堆数量均不相同, 而且都是不大于 100 的质数, 其中任意三堆糖块可以平分给三位小朋友, 任意四堆糖块可以平分给四位小朋友, 已知其中有一堆是 17 块糖, 则这桌子上放的糖块最多的一堆是_____块.

【答案】 89

【分析】 各堆糖块数被 3 除都余 2, 被 4 除余 1, 则每堆糖块的数量都是 $(12k+5)$ 块且是不大于 100 的质数, 这些质数只有 5, 17, 29, 41, 53, 89, 据此即可求解.

【解析】 解: 因为任意 3 堆数量之和能被 3 整除, 所以每堆被 3 除的余数相同, 又因为 17 被 3 除余 2, 所以各堆糖块数被 3 除都余 2; 同理, 各堆糖块数被 4 除余 1, 所以每堆糖块的数量都是 $(12k+5)$ 块, 且是小于 100 的质数, 这些质数只有 5, 17, 29, 41, 53, 89, 即这桌子上放的糖块最多的一堆是 89, 故答案为: 89.

【点睛】 本题是一道有关带余除法 (中国剩余定理) (奥数) 的题目.

三、解答题

20. 分别把 12、48 分解素因数, 并写出它们有哪些相同的素因数.

【答案】 $12=2\times 2\times 3$, $48=2\times 2\times 2\times 2\times 3$, 相同素因数有: 2、3.

【分析】 分解素因数就是把一个合数写成几个质数的连乘积形式, 一般先从简单的质数试着分解, 然后写出相同的素因数即可.

【解析】 解: $12=2\times 2\times 3$, $48=2\times 2\times 2\times 2\times 3$

$\therefore$ 12、48 的相同素因数有: 2、3.

【点睛】 此题主要考查分解素因数的方法, 能把一个合数写成几个质数的连乘积形式是解题的关键.

21. 求下列各组数的最大公因数和最小公倍数:

(1) 18 和 42

(2) 27 和 135

(3) 12、18 和 90

【答案】 (1) 最大公约数是 6, 最小公倍数是 126;

(2) 最大公约数是 27, 最小公倍数是 135;

(3) 最大公约数是 6, 最小公倍数是 180.

【分析】(1) 对于两个数来说：两个数的公有质因数连乘积是最大公约数，两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积是最小公倍数，由此解决问题即可。

(2) 对于两个数来说：两个数的公有质因数连乘积是最大公约数，两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积是最小公倍数，由此解决问题即可。

(3) 对于三个数来说：三个数的公有质因数连乘积是最大公约数，三个数的公有质因数、每两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积是最小公倍数，由此解决问题即可。

【解析】(1) 解： $18 = 2 \times 3 \times 3$ ， $42 = 2 \times 3 \times 7$ ，

最大公约数是 $2 \times 3 = 6$

最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times 7 = 126$ ；

(2) 解： $27 = 3 \times 3 \times 3$ ， $135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5$ ，

最大公约数是 $3 \times 3 \times 3 = 27$

最小公倍数是 $3 \times 3 \times 3 \times 5 = 135$ ；

(3) 解： $12 = 2 \times 2 \times 3$ ， $18 = 2 \times 3 \times 3$ ， $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ，

最大公约数是 $2 \times 3 = 6$

最小公倍数是 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$ 。

【点睛】此题主要考查求两个数的最大公约数与最小公倍数的方法：两个数的公有质因数连乘积是最大公约数，两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积是最小公倍数；数字大的可以用短除解答，掌握最大公约数与最小公倍数的求法是解题的关键。

22. 猜电话号码 $ABCDEF$

A：10 以内最大的素数

B：最小的合数

C：即是偶数，又是素数

D：它的所有因数是 1，2，3，6

E：它既是 4 的倍数，又是 4 的因数

F：最小的自然数

【答案】742640

【分析】根据数的特征，10 以内最大的素数是 7；最小的合数是 4；即是偶数，又是素数是 2；6 的所有因数是 1，2，3，6；4 既是 4 的倍数，又是 4 的因数；最小的自然数是 0，即可得到答案。

【解析】解：由题意可知，

10 以内最大的素数是 7，则 $A = 7$ ；

最小的合数是 4，则 $B = 4$ ；

即是偶数，又是素数是2，则 $C = 2$ ；

6的所有因数是1，2，3，6，则 $D = 6$ ；

4既是4的倍数，又是4的因数，则 $E = 4$ ；

最小的自然数是0，则 $F = 0$ ；

$\therefore$ 电话号码 $ABCDEF$ 是742640.

【点睛】 本题考查数的认识，涉及素数、质数、合数、偶数、自然数、倍数及因数等知识，熟记相关定义是解决问题的关键.

23. 一个三位数 $23\square$ ，求出所有满足已知条件的三位数：

(1) 这个三位数是偶数；

(2) 这个三位数能被5整除；

(3) 这个三位数能被3整除.

【答案】 (1) 230, 232, 234, 236, 238

(2) 230, 235

(3) 231, 234, 237

【分析】 (1) 三位数如果是偶数，则是2的倍数，只要该三位数个位是偶数即可确定答案；

(2) 三位数如果能被5整除，只要该三位数个位是0或5即可确定答案；

(3) 三位数如果能被3整除，只要该三位数各位上的数字之和为3的倍数即可确定答案.

【解析】 (1) 解： $\because$ 当三位数个位是偶数时，这个三位数个位数字必是偶数，

$\therefore$ 所有满足条件的三位数是 230, 232, 234, 236, 238；

(2) 解： $\because$ 当这个三位数能被5整除时，这个三位数个位数字必是0或5，

$\therefore$ 所有满足条件的三位数是 230, 235；

(3) 解： $\because$ 当这个三位数能被3整除时，这个三位数各位上的数字之和为3的倍数，

$\therefore$ 所有满足条件的三位数是 231, 234, 237.

【点睛】 本题考查整除概念，涉及偶数特征、3的倍数的特征、5的倍数的特征等知识，熟练掌握相关数的特征是解决问题的关键.

24. 一张长45厘米，宽6分米的铁皮，要把它切割成面积相等的正方形，且没有剩余，切割成的正方形铁皮至少有几张？

【答案】 切割成的正方形铁皮至少有12张

【分析】根据题意，正方形面积相等就意味着边长相等，切割成的正方形铁皮的边长最长就是 45 和 60 的最大公因数，在得到边长以后，求至少可以切割成几张正方形铁皮，直接用这张纸的面积除以正方形面积即可得到答案.

【解析】解：∵ 6 分米 = 60 厘米，
∴ $45 = 3 \times 3 \times 5$, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$,
∴ 45 和 60 的最大公因数为 15，
∴ 切割成的正方形铁皮的边长最长可以是 15 厘米，
∴ $(45 \times 60) \div (15 \times 15) = 2700 \div 225 = 12$ (张)，

答：切割成的正方形铁皮至少有 12 张.

【点睛】本题考查两个数的最大公因数解实际应用题，读懂题意，熟练掌握求两个数的最大公因数是解决问题的关键.

25. 书店里有两种书，甲种书厚 18 毫米，乙种书厚 24 毫米，将这两种书分别叠放起来，当两种书的高度第一次相平时，甲、乙两种书各叠了多少本？

【答案】甲种书叠了 4 本，乙种书叠了 3 本

【分析】根据最小公倍数知识直接求解即可得到答案.

【解析】解：∵ 18 与 24 最小公倍数为 72，
∴ 甲种书有 $72 \div 18 = 4$ (本)；乙种书有 $72 \div 24 = 3$ (本)；

答：甲种书叠了 4 本，乙种书叠了 3 本.

【点睛】本题考查最小公倍数，根据题意，准确找到最小公倍数是解决问题的关键.

26. 把一张长为 72 厘米，宽为 42 厘米的长方形纸片裁成大小相等的正方形纸片，而且没有剩余，那么裁出的正方形纸片最少有多少张？

【答案】84 张

【分析】根据 72 和 42 的最大公因数是 6，据此求解裁出的正方形纸片最少有 84 张.

【解析】解： $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ， $42 = 2 \times 3 \times 7$ ，
∴ 72 和 42 的最大公因数为 $2 \times 3 = 6$ ，
 $72 \div 6 = 12$ (张)，
 $42 \div 6 = 7$ (张)，
 $12 \times 7 = 84$ (张)，

答：裁出的正方形纸片最少是 84 张.

【点睛】 本题考查的是最大公因数的应用，理解公因数的意义，能够在实际生活中深入分析、解决问题.

27. 在地铁人民广场站，地铁 1 号线每隔 4 分钟有一列车开出，地铁 2 号线每隔 6 分钟有一列车开出，在早上 8 点恰好地铁 1 号线与 2 号线同时有车从这个站发车，那么到正午 12 点时，两条地铁线在本站同时发车的次数有多少？

【答案】 21

【分析】 由于地铁 1 号线每隔 4 分钟有一列车开出，地铁 2 号线每隔 6 分钟有一列车开出，在早上 8 点恰好地铁 1 号线与 2 号线同时有车从这个站发车，先求出 4 与 6 的最小公倍数，从而用 240 分除以 4 与 6 的最小公倍数即可得解.

【解析】 解： $\because 4=2\times 2, 6=2\times 3,$

$\therefore 4$ 与 6 的最小公倍数是 $2\times 2\times 3=12,$

又 $12-8=4$ 小时 $=240$ 分钟，

$\therefore 240\div 12=20$ (次)

再加上开始的一次，故恰有 21 次同时出发，

答：两条地铁线在本站同时发车的次数有 21 次.

【点睛】 本题考查一元一次方程，解题的关键是正确找出题中的等量关系，本题属于基础题型.

28. 两个自然数的和是 99，它们最大公因数和最小公倍数的和是 231，那么这两个数分别是多少？

【答案】 44 和 55

【分析】 设这两个数为 ax 和 bx ， x 为最大公因数，则最小公倍数为 abx ，因此 $ax+bx=99$ ， $x+abx=231$. 可知 x 既是 99 的因数，也是 231 的因数. 列出 99 和 231 的公因数，依次代入找到符合条件的 a, b 的值即可求出这两个数.

【解析】 设这两个数为 ax 和 bx ， x 为最大公因数，则最小公倍数为 abx ，由题意得

$$\begin{cases} ax+bx=99 \\ x+abx=231 \end{cases}$$

$$\text{所以 } \begin{cases} (a+b)x=99 \\ (1+ab)x=231 \end{cases}$$

因此 x 是 99 和 231 的公因数.

因为 99 的因数有 1、3、9、11、33、99，231 的因数有 1、3、7、11、21、33、77、231.

因此 x 可能为 3 或 11 或 33.

当 $x=3$ 时 $\begin{cases} a+b=33 \\ 1+ab=77 \end{cases}$ ，找不到符合条件的自然数 a, b .

当 $x=11$ 时， $\begin{cases} a+b=9 \\ 1+ab=21 \end{cases}$ 则 $a=4, b=5$,

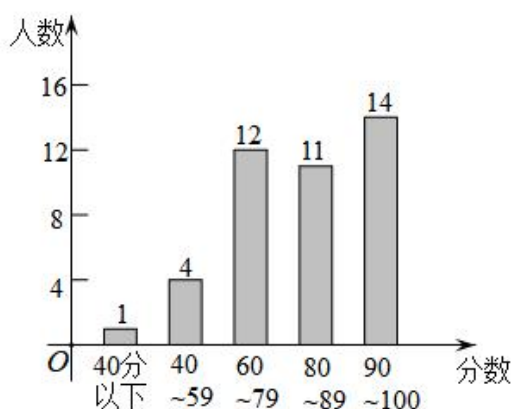
所以 $ax=44$, $bx=55$.

当 $x=33$ 时 $\begin{cases} a+b=3 \\ 1+ab=7 \end{cases}$, 找不到符合条件的自然数 a, b .

综上, 这两个数为 44 和 55.

【点睛】 本题主要考查了最小公倍数与最大公因数的倍数关系. 根据题意列关系式找到符合条件的解是解题的关键.

29. 看图回答:



某次数学测验情况如图, 看图回答下列问题:

- (1) 求不及格人数占全部学生人数的几分之几?
- (2) 80~100 分段的学生人数占全部学生人数的几分之几?
- (3) 及格人数占全部学生人数的几分之几?

【答案】 (1) $\frac{5}{42}$

(2) $\frac{25}{42}$

(3) $\frac{37}{42}$

【分析】 (1) 用不及格的人数除以总人数求解即可;

(2) 用 80~100 分段的学生人数除以总人数求解即可;

(3) 用及格的人数除以总人数求解即可;

【解析】 (1) 解: 总人数 $= 1 + 4 + 12 + 11 + 14 = 42$, 不及格的人数 $= 1 + 4 = 5$,

$$\therefore 5 \div 42 = \frac{5}{42},$$

答: 不及格人数占全部学生人数的 $\frac{5}{42}$;

(2) 解: $80 \sim 100$ 分段的学生人数 $= 11 + 14 = 25$,

$$\therefore 25 \div 42 = \frac{25}{42},$$

答: $80 \sim 100$ 分段的学生人数占全部学生人数的 $\frac{25}{42}$;

(3) 解: 及格的人数 $= 12 + 11 + 14 = 37$,

$$\therefore 37 \div 42 = \frac{37}{42},$$

答: 及格人数占全部学生人数的 $\frac{37}{42}$.

【点睛】此题考查了百分比的求解, 解题的关键是正确计算.

30. 在判断一个较大的整数是否为素数时, 常常使用“ N 法”. 对于一个较大的整数 a ,

第一步, 找到一个整数 N , 要求: $N \times N < a$ 且 $(N+1) \times (N+1) > a$;

第二步, 用小于等于这个整数 N 的所有素数从小到大依次去除这个整数 a ;

若 a 能够其中一个素数被整除, 则 a 不是一个素数; 反之, a 是一个素数.

以 667 为例,

第一步, $25 \times 25 = 625 < 667$

$(25+1) \times (25+1) = 26 \times 26 = 676 > 667$;

所以, $N = 25$

第二步, 用 2、3、5、7、11、13、17、19、23 分别去除 667,

得到 $667 \div 23 = 29$,

所以, 667 不是一个素数.

(1) 模仿上述方法, 判断 323 是一个素数? 还是一个合数?

(2) 利用上述方法, 判断下列分数是否为最简分数, 若不是, 请进行约分:

$$\frac{221}{299} \qquad \frac{2717}{1001}$$

【答案】(1) 素数

(2) 不是; $\frac{221}{299} = \frac{17}{23}$; $\frac{2717}{1001} = \frac{247}{91}$

【分析】(1) 根据“ N 法”, 用 2、3、5、7、11、13, 依次去除 323 即可得出结论;

(2) 根据“ N 法”可得 $221 = 13 \times 17$, $299 = 13 \times 23$, $2717 = 11 \times 247$, $1001 = 11 \times 91$ 即可判断分数是 $\frac{221}{299}$ 、 $\frac{2717}{1001}$ 不是最简分数, 再约分即可化简分数.

【解析】(1) 解：第一步， $\because 17 \times 17 = 289$ ， $(17+1)(17+1) = 324 > 323$ ，

$\therefore N = 17$

第二步，用 2、3、5、7、11、13 分别去除 323，发现没有质数能整除，

所以 323 是一个素数；

(2) 解： $\frac{221}{299}$ 和 $\frac{2717}{1001}$ 都不是最简分数，

用“N 法”可得 $221 = 13 \times 17$ ， $299 = 13 \times 23$ ，

$$\therefore \frac{221}{299} = \frac{13 \times 17}{13 \times 23} = \frac{17}{23}；$$

用“N 法”可得 $2717 = 11 \times 247$ ， $1001 = 11 \times 91$ ，

$$\therefore \frac{2717}{1001} = \frac{11 \times 247}{11 \times 91} = \frac{247}{91}。$$

【点睛】本题考查新定义；能够读懂材料，根据“N 法”步骤求解是解题的关键。

31. 阅读以下材料：若关于 x 的三次方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 为整数) 有整数解 n ，则将 n 代入方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ，得 $n^3 + an^2 + bn + c = 0$ 。

$$\therefore c = -n^3 - an^2 - bn = -n(n^2 + an + b)，$$

$\because a, b, n$ 都是整数，

$\therefore n^2 + an + b$ 都是整数，

$\therefore n$ 是 c 的因数，

上述过程说明：整数系数方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 的整数解 n 只能是常数项 c 的因数。

如：

$\because$ 方程 $x^3 + 4x^2 + 3x - 2 = 0$ 中常数项 -2 的因数为 ± 1 和 ± 2 ，

$\therefore$ 将 ± 1 和 ± 2 分别代入方程 $x^3 + 4x^2 + 3x - 2 = 0$ ，

得 $x = -2$ 是该方程的整数解， $-1, 1, 2$ ，不是方程的整数解。

解决下列问题：

(1) 根据上面的学习，方程 $x^3 + 7x^2 + 11x + 5 = 0$ 的整数解可能是_____。

(2) 请根据材料中的方法，判断方程 $-2x^3 - 9x^2 + 17x - 6 = 0$ 有整数解吗？若有，求出整数解；若没有，请说明理由。

【答案】(1) $\pm 1, \pm 5$

(2) 该方程的整数解为 $x = 1$

【分析】(1) 认真学习题目给出的材料, 掌握“整数系数方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 的整数解只可能是 c 的因数”, 即可得到答案;

(2) 根据题目给出的材料, 对方程进行变形求解即可得到答案.

【解析】(1) 解: 由阅读理解可知: 该方程如果有整数解, 它只可能是 5 的因数, 而 5 的因数只有: ± 1 , ± 5 这四个数,

故答案为: ± 1 , ± 5 ;

(2) 解: 根据题意得: $6 = -2x^3 - 9x^2 + 17x = x(-2x^2 - 9x + 17)$,

$\therefore -2, -9, 17, x$ 均为整数,

$\therefore -2x^2 - 9x + 17$ 为整数,

$\therefore x$ 为 6 的因数,

$\therefore 6$ 的因数为: ± 1 和 ± 2 和 ± 3 和 ± 6 ,

将 ± 1 和 ± 2 和 ± 3 和 ± 6 分别代入 $-2x^3 - 9x^2 + 17x - 6 = 0$,

得 $x = 1$ 是该方程的整数解, $-1, 2, -2, 3, -3, 6, -6$ 不是方程的整数解,

$\therefore$ 该方程的整数解为 $x = 1$.

【点睛】 本题考查了阅读能力以及自主学习、自主探究的能力, 该类型的题目是近几年的热点考题, 认真学习题目中给出的材料, 掌握“整数系数方程 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 的整数解只可能是 c 的因数”是解答问题的关键.