

2025-2026 学年六年级上学期期中模拟卷

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
- 测试范围: 沪教版 2024 六年级数学上册新教材补充+第 1 章 (数的整除+分数+有理数)。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列算式中, 第一个数能整除第二个数的是 ()

- A. 2.5 和 5 B. 25 和 5 C. 25 和 75 D. 0.5 和 0.5

【答案】C

【详解】解: 根据整除的定义, 被除数和除数是整数, 可排除 A、D 选项,

$$5 \div 25 = \frac{1}{5}, \quad 75 \div 25 = 3,$$

$\frac{1}{5}$ 不是整数,

所以, 25 能整除 75, 符合题意,

故选: C.

2. 三个素数的积是 110, 这三个素数中, 最大的是 ()

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 11

【答案】D

【详解】把 110 分解质因数:

$$110 = 2 \times 5 \times 11;$$

答: 最大的是 11.

故选: D.

3. 在数4.19, 0, 29, $\frac{\pi}{3}$, $-3\frac{1}{8}$, $-0.010010001\cdots$, $-0.232323\cdots$, 中, 有理数有 ()

A. 3个

B. 4个

C. 5个

D. 6个

【答案】C

【详解】解: 4.19 是有限小数, 属于分数, 是有理数,

0 是整数, 是有理数,

29 是正整数, 是有理数,

因为 π 是无限不循环小数, 所以 $\frac{\pi}{3}$ 也是无限不循环小数, 不是有理数,

$-3\frac{1}{8}$ 是负分数, 属于有理数,

$-0.010010001\cdots$, 是无限不循环小数, 不是属于有理数,

$-0.232323\cdots$, 是循环小数, 属于分数, 是有理数,

共 5 个,

故选: C.

4. 下列各对数中, 互为相反数的是 ()

A. $-\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$

B. 2^3 与 -3^2

C. 2^2 与 $(-2)^2$

D. $(-2)^3$ 与 -2^3

【答案】A

【详解】解:A. $\because -\left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{81}$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$,

$\therefore -\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 互为相反数, 符合题意;

B. $\because 2^3 = 8$, $-3^2 = -9$,

$\therefore 2^3$ 与 -3^2 不是相反数, 不符合题意;

C. $\because 2^2 = 4$, $(-2)^2 = 4$,

$\therefore 2^2$ 与 $(-2)^2$ 不是相反数, 不符合题意;

D. $\because (-2)^3 = -8$, $-2^3 = -8$,

$\therefore (-2)^3$ 与 -2^3 不是相反数, 不符合题意.

故选 A.

5. 在分数 $\frac{7}{21}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{3}{40}$, $\frac{7}{32}$, $\frac{2}{15}$ 中, 能化为有限小数的分数有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【详解】 $\frac{7}{21}$ 化简后是 $\frac{1}{3}$, 分母中只含有质因数3, 不能化成有限小数;

$\frac{1}{50}$ 是最简分数, 分母中含有质因数2和5, 能化成有限小数;

$\frac{3}{40}$ 是最简分数, 分母中含有质因数2和5, 能化成有限小数;

$\frac{7}{32}$ 是最简分数, 分母中含有质因数2和5, 能化成有限小数;

$\frac{2}{15}$ 是最简分数, 分母中含有质因数3和5, 不能化成有限小数;

所以在分数 $\frac{7}{21}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{3}{40}$, $\frac{7}{32}$, $\frac{2}{15}$ 中, 能化为有限小数的分数有3个.

故选: C.

6. 计算 $(-2)^{11} + (-2)^{10}$ 的值是 ()

- A. -2 B. $(-2)^{21}$ C. 0 D. -2^{10}

【答案】D

【详解】解: 原式 $= -2 \times (-2)^{10} + (-2)^{10}$

$$= (-2)^{10} \times (-2 + 1)$$

$$= (-2)^{10} \times (-1)$$

$$= -2^{10}.$$

故选: D.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果存入银行 100 元钱, 记作“+100”元, 那么从银行提取 45 元钱, 记作_____元.

【答案】-45

【详解】解: 如果存入银行 100 元钱记作 + 100 元, 那么从银行取出 45 元记作 -45 元;

故答案为: -45.

8. 把 42 分解素因数, 那么 $42 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2 \times 3 \times 7$

【详解】解： $42=2\times 3\times 7$ ，

故答案为： $2\times 3\times 7$ 。

9. 如果最简分数 $\frac{9}{1+2x}$ 是假分数，那么正整数 x 的所有可能取值为_____。

【答案】 2 或 3

【详解】 $\because$ 最简分数 $\frac{9}{1+2x}$ 是假分数

$\therefore 1+2x$ 的值为 2, 4, 5, 7, 8

当 $x=\frac{1}{2}$ 时， $1+2x=2$ ， 不符合题意；

当 $x=\frac{3}{2}$ 时， $1+2x=4$ ， 不符合题意；

当 $x=2$ 时， $1+2x=5$ ， 符合题意；

当 $x=3$ 时， $1+2x=7$ ， 符合题意；

当 $x=\frac{7}{2}$ 时， $1+2x=8$ ， 不符合题意；

综上所述， 正整数 x 的所有可能取值为 2 或 3。

故答案为： 2 或 3。

10. 比较大小： $-\frac{16}{17}$ _____ $-\frac{17}{18}$ 。

【答案】 $>$

【详解】 解： $\because 1+\left(-\frac{16}{17}\right)=\frac{1}{17}$ ， $1+\left(-\frac{17}{18}\right)=\frac{1}{18}$ ， $\frac{1}{17}>\frac{1}{18}$ ，

$\therefore -\frac{16}{17}>-\frac{17}{18}$ ，

故答案为： $>$ 。

11. 若 $18\div b=3$ ， 则 18 和 b 的最大公因数是_____

【答案】 6

【详解】 解： $\because 18\div b=3$ ，

$\therefore b=6$ ，

$\because$ 18 和 6 的最大公因数为 6，

$\therefore$ 18 和 b 的最大公因数是 6，

故答案为： 6。

12. 如果 a 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数， 那么 $\frac{5a+5b-7cd}{(-cd)^3}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 7

【详解】解：∵ a 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数，

$$\therefore a+b=0, \quad cd=1,$$

$$\therefore \frac{5a+5b-7cd}{(-cd)^3}$$

$$= \frac{5(a+b)-7cd}{(-cd)^3}$$

$$= \frac{5 \times 0 - 7 \times 1}{(-1)^3}$$

$$= \frac{0-7}{-1}$$

$$= 7,$$

故答案为：7.

13. 已知 $A=2 \times 3 \times 7$ ， $B=2 \times 2 \times 7$ ，则 A 、 B 的最小公倍数是_____.

【答案】84

【详解】解：则 A 、 B 的最小公倍数是：

$$2 \times 7 \times 3 \times 2$$

$$= 14 \times 6$$

$$= 84,$$

故答案为：84.

14. 小明写作业时不慎将墨水滴在数轴上，根据图中的数值，墨迹盖住部分的整数的和是_____.



【答案】-11

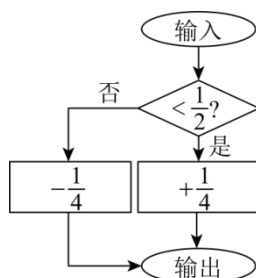
【详解】解：由图可知，左边盖住的整数是 $-2, -3, -4, -5$ ；

右边盖住的整数是 $0, 1, 2$ ；

所以它们的和是 $-2-3-4-5+0+1+2=-11$ ；

故答案为：-11.

15. 根据流程图计算：如果输入 $\frac{5}{8}$ ，那么输出的是_____.



【答案】 $\frac{3}{8}$

【详解】解： $\because \frac{5}{8} > \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 输出结果为 $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$,

故答案为： $\frac{3}{8}$.

16. 一根 1 米长的木棒，第 1 次截去一半，第二次截去剩下部分的一半，如此截下去，第 8 次后剩下的木棒的长度是_____.

【答案】 $\frac{1}{256}$

【详解】解：第一次截完后剩下 $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ 米，

第二次截完后剩下 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ 米，

第三次截完后剩下 $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ 米，

第四次截完后剩下 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ 米，

.....,

以此类推，第 n 次截完后剩下 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 米，

$\therefore$ 第 8 次后剩下的木棒的长度为： $\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}$ 米.

故答案为： $\frac{1}{256}$.

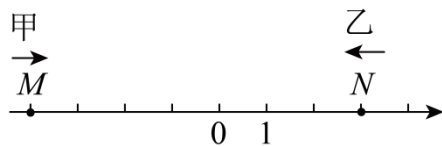
17. **新考向** 我们平常用的数是十进制数，如 $2639 = 2 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 9 \times 10^0$ ，表示十进制的数要用 10 个数码（又叫数字）：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 在电子数字计算机中用的是二进制，只要两个数码：0 和 1. 如二进制中 $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制的数 5， $10111 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$ 等于十进制中的数 23，那么二进制中的 1011 等于十进制的数_____.

【答案】 11

【详解】解：二进制数 1011 等于十进制的数为 $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11$ ，

故答案为： 11.

18. **新考向** 机器人甲、乙沿着数轴相向而行，且各自运动的方向和速度都不改变. 在某一时刻它们分别在点 M 和点 N 两个整数点处 (如图)，如果乙的速度是平均每秒 $\frac{4}{5}$ 个单位长度，经过 2 秒后，甲、乙之间的距离是 4，那么此时甲所在位置表示的数是_____.



【答案】 $-\frac{13}{5}$ 或 $\frac{27}{5}$

【详解】解：根据数轴可得 M ， N 表示的数分别为 -4 和 3 ，

$\because$ 乙的速度是平均每秒 $\frac{4}{5}$ 个单位长度，

经过 2 秒后，乙所在位置表示的数为 $3 - 2 \times \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$

$\because$ 经过 2 秒后，甲、乙之间的距离是 4，

$\therefore$ 此时甲所在位置表示的数是 $\frac{7}{5} - 4 = -\frac{13}{5}$ 或 $\frac{7}{5} + 4 = \frac{27}{5}$

故答案为： $-\frac{13}{5}$ 或 $\frac{27}{5}$.

三.解答题 (本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

19. (8 分) 计算：

$$(1) 3\frac{2}{5} - 2.875 - 3\frac{5}{12} + 5\frac{3}{5} - 1\frac{1}{8} + 5\frac{5}{12};$$

$$(2) -3\frac{1}{6} \times \frac{5}{4} + \left(-3\frac{5}{6}\right) \times \frac{5}{4} - \frac{5}{4} \times 1;$$

$$(3) \left(1\frac{2}{7} - 2\frac{1}{2} + \frac{9}{14}\right) \times (-28);$$

$$(4) \left|0.125 - \frac{5}{8}\right| - \left[-3\frac{1}{2} - 4^2 \times \left(-\frac{3}{16} + \frac{9}{8}\right)\right].$$

【详解】(1) 解： $3\frac{2}{5} - 2.875 - 3\frac{5}{12} + 5\frac{3}{5} - 1\frac{1}{8} + 5\frac{5}{12}$
 $= \left(3\frac{2}{5} + 5\frac{3}{5}\right) - \left(2.875 + 1\frac{1}{8}\right) + \left(5\frac{5}{12} - 3\frac{5}{12}\right)$
 $= 9 - 4 + 2$
 $= 7; \dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 解： $-3\frac{1}{6} \times \frac{5}{4} + \left(-3\frac{5}{6}\right) \times \frac{5}{4} - \frac{5}{4} \times 1$
 $= \left(-3\frac{1}{6} - 3\frac{5}{6} - 1\right) \times \frac{5}{4}$
 $= -8 \times \frac{5}{4}$

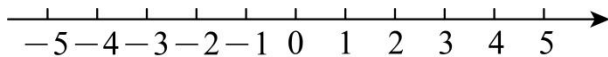
$= -10$; (4分)

(3) 解: $\left(1\frac{2}{7}-2\frac{1}{2}+\frac{9}{14}\right)\times(-28)$
 $=\frac{9}{7}\times(-28)-\frac{5}{2}\times(-28)+\frac{9}{14}\times(-28)$
 $=-36+70-18$
 $=16$; (6分)

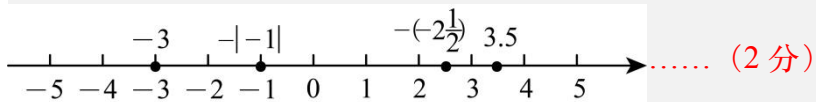
(4) 解: $\left|0.125-\frac{5}{8}\right|-\left[-3\frac{1}{2}-4^2\times\left(-\frac{3}{16}+\frac{9}{8}\right)\right]$
 $=\left|-\frac{4}{8}\right|-\left[-\frac{7}{2}-16\times\left(-\frac{3}{16}+\frac{9}{8}\right)\right]$
 $=\frac{1}{2}-\left(-\frac{7}{2}+16\times\frac{3}{16}-16\times\frac{9}{8}\right)$
 $=\frac{1}{2}-\left(-\frac{7}{2}+3-18\right)$
 $=\frac{1}{2}+\frac{7}{2}-3+18$
 $=19$ (8分)

20. (4分) 在下面的数轴上表示下列各数, 并用“<”把这些数连接起来.

-3 ; 3.5 ; $-\left(-2\frac{1}{2}\right)$; $-|-1|$.



【详解】解: $-|-1|=-1$, $-\left(-2\frac{1}{2}\right)=2\frac{1}{2}$, 把各数表示在数轴上, 如图所示:



用“<”连接为: $-3 < -|-1| < -\left(-2\frac{1}{2}\right) < 3.5$ (4分)

21. (6分) 六年级学生参加探究性课题的研究, 每人只能参加一组, 其中全年级的 $\frac{3}{8}$ 参加了课题组 1, 全年级的 $\frac{5}{12}$ 参加了课题组 2, 剩下的 55 人参加了课题组 3. 求:

(1)该六年级总共有多少人?

(2)参加课题组 3 的人数是参加课题组 1 的几分之几?

【详解】(1) $55 \div \left(1 - \frac{3}{8} - \frac{5}{12}\right)$

$$= 55 \div \frac{5}{24}$$

$$= 55 \times \frac{24}{5}$$

$$= 264 \text{ (人)},$$

答：六年级总共有 264 人。…… (3 分)

$$(2) \left(1 - \frac{3}{8} - \frac{5}{12}\right) \div \frac{3}{8} = \frac{5}{9},$$

答：参加课题组 3 的人数是参加课题组 1 的 $\frac{5}{9}$ 。…… (6 分)

22. (6 分) **新考向** 观察下列等式： $\frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$, $\frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}$, $\frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9}$, $\frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$.

运用以上规律，回答下列问题：

$$(1) \text{ 填空: } \frac{2}{19 \times 21} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}.$$

$$(2) \text{ 计算: } \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{61 \times 63}.$$

【详解】 (1) 解： $\frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5},$

$$\frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7},$$

$$\frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9},$$

$$\frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11},$$

……,

以此类推可知， $\frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}$ (n 为正整数)，

$$\therefore \frac{2}{19 \times 21} = \frac{1}{19} - \frac{1}{21},$$

故答案为：19；21；…… (2 分)

$$(2) \text{ 解: } \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{61 \times 63}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{61 \times 63} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{63} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{63} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{20}{63}$$

$$= \frac{10}{63} . \dots\dots (6 \text{ 分})$$

23. (6 分) 某日一辆交通巡逻车从甲地出发, 在东西向的马路上巡逻, 约定向东为正, 向西为负, 巡逻车从出发至收工所走的路线记录如下 (单位: 千米)

$$-10, +3, -4, +2, -8, +12, -2, +10, -6, +1$$

- (1) 收工时距甲地多远? 在甲地的什么位置?
- (2) 巡逻车在巡逻过程当中, 离开甲地最远是多少千米?
- (3) 若每千米耗油 0.2 升, 该车这一次巡逻共耗油多少升?

【详解】解: (1) $-10+3-4+2-8+12-2+10-6+1=-2$,
 所以收工时距甲地 2 千米, 在甲地的西面; $\dots\dots$ (1 分)

(2) 第一次: -10 千米;
 第二次: $-10+3=-7$ 千米;
 第三次: $-7-4=-11$ 千米;
 第四次: $-11+2=-9$ 千米;
 第五次: $-9-8=-17$ 千米;
 第六次: $-17+12=-5$ 千米;
 第七次: $-5-2=-7$ 千米;
 第八次: $-7+10=3$ 千米;
 第九次: $3-6=-3$ 千米;
 第十次: $-3+1=-2$ 千米;
 $\therefore$ 巡逻车在巡逻过程当中, 离开甲地最远是 17 千米; $\dots\dots$ (4 分)

(3) $(10+3+4+2+8+12+2+10+6+1) \times 0.2$
 $=58 \times 0.2$
 $=11.6$ (升)

答: 该车这一次巡逻共耗油 11.6 升. $\dots\dots$ (6 分)

24. (8 分) **新考向** 晓风在学习《数的整除》这一章节后, 对于找一个合数的因数进行了研究 (如下表所示):

整数	分解素因数	素因数	所有因数	素因数个数	因数个数
----	-------	-----	------	-------	------

4	$4 = 2 \times 2$	2、2	1、2、4	2	3
6	$6 = 2 \times 3$	2、3	1、2、3、6	2	4
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	2、2、2	1、2、4、8	3	4
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	2、2、3	1、2、3、4、6、12	3	6
90	$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$	2、3、3、5	1、2、3、5、6、9、10、15、18、30、45、90	4	12
216	$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$	2、2、2、3、3、3	1、2、3、4、6、8、9、12、18、24、27、36、54、72、108、216	6	16

(1)观察表格，晓风发现：如果要找到一个整数的所有因数，可以先对其进行分解质因数，

例如： $75 = 3 \times 5 \times 5$ ，它有_____个因数，分别是_____；

$3q = 3 \times q$ ($q \neq 3$ 且 q 是素数)，它有_____个因数，分别是_____；

(2)进一步观察因数的个数和素因数个数之间的关系，填空：

若 $a = p \times p$ (其中 p 为素数)，则 a 的因数个数为_____；

若 $b = \underbrace{p \times p \times p \times \cdots \times p}_{m \text{ 个 } p \text{ 连乘}}$ (其中 p 为素数， m 为正整数)，则 b 的因数个数为_____；(用含字母 m 的式子表示)

若 $c = \underbrace{p \times p \times p \times \cdots \times p}_{7 \text{ 个 } p \text{ 连乘}} \times \underbrace{q \times q \times q \times \cdots \times q}_{8 \text{ 个 } q \text{ 连乘}}$ (其中 p 、 q 为不同大小的素数)，则 c 的因数个数为_____。

【详解】(1) 解：因为 $75 = 3 \times 5 \times 5$ ，

所以 75 的因数为 1，3，5， $3 \times 5 = 15$ ， $5 \times 5 = 25$ ， $3 \times 5 \times 5 = 75$ ，

所以因数个数为 6 个，分别是 1，3，5，15，25，75；

因为 $3q = 3 \times q$ ，

所以 $3q$ 的因数为 1，3， a ， $3q$ ，

所以因数个数为 4 个，分别是 1，3， a ， $3q$ ；…… (4 分)

(2) 解：因为 $a = p \times p$ ，

所以 a 的因数为 1， p ， p^2 ，故因数个数为 3 个；

因为 $b = \underbrace{p \times p \times p \times \cdots \times p}_{m \text{ 个 } p \text{ 连乘}}$ ，

所以 b 的因数为 $1, p, p^2, \dots, p^m$, 故因数个数为 $(m+1)$ 个;

令 $c = xy$ 其中, $x = \underbrace{p \times p \times p \dots \times p}_{7 \text{ 个 } p \text{ 连乘}}, y = \underbrace{q \times q \times q \dots \times q}_{8 \text{ 个 } q \text{ 连乘}}$

因为 $x = \underbrace{p \times p \times p \dots \times p}_{7 \text{ 个 } p \text{ 连乘}},$

所以 x 的因数为 $1, p, p^2, \dots, p^7$, 故因数个数为 8 个;

因为 $y = \underbrace{q \times q \times q \dots \times q}_{8 \text{ 个 } q \text{ 连乘}},$

所以 y 的因数为 $1, q, q^2, \dots, q^8$, 故因数个数为 9 个;

所以 c 的因数个数为 $8 \times 9 = 72$ (个). $\dots\dots$ (8 分)

25. (10 分) **新考向** 数形结合是解决数学问题的一种重要的思想方法. 阅读材料, 并完成下列相关问题.

材料一: 如图 1, 将一个边长为 1 的正方形纸片分割成 7 个部分, 部分①的面积是正方形面积的一半, 部分②的面积是①面积的一半, 部分③的面积是②面积的一半, 以此类推, 则阴影部分的面积是 $\frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$,

空白部分的面积之和为: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} = 1 - \frac{1}{2^6}$.

材料二: 欲求 $1+2+4+8+16+\dots+2^{30}$ 的值, 可以按照如下步骤进行:

令 $S = 1+2+4+8+16+\dots+2^{30}$ ①,

等式两边同时乘以 2, 得 $2S = 2+4+8+16+32+\dots+2^{31}$ ②,

由②式减去①式, 得 $S = 2^{31} - 1$,

$\therefore 1+2+4+8+16+\dots+2^{30} = 2^{31} - 1$.

解决问题:

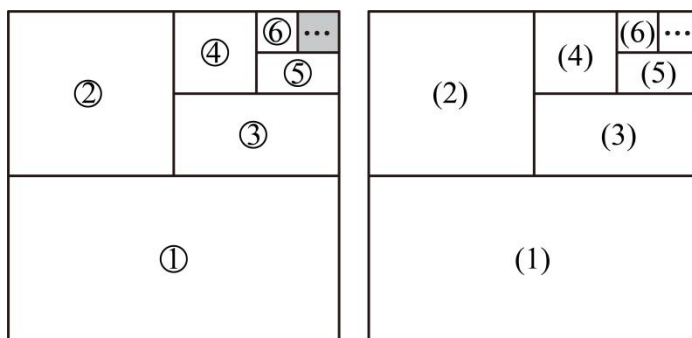


图1

图2

(1) 图 1 部分③的面积为_____.

(2) 如图 2, 若按这样的方式继续分割下去, 受材料一的启发, 可求得 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2024}}$ 的值为_____.

(3) 利用材料二提供的方法, 请你求出 $1+5+5^2+5^3+5^4+\dots+5^{20}$ 的值.

(4)通过学习材料一、材料二，选择你喜欢的方法解决问题： $\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \cdots + \frac{1}{4^{100}}$ 的值为_____.

【详解】(1) 解： $\because$ 正方形边长为1，

$\therefore$ 正方形面积为1，

$\because$ ①是边长为1的正方形纸片面积的一半，

$\therefore$ ①的面积为 $\frac{1}{2}$ ，

依此论推②的面积为 $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ ，

③的面积为 $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ，

故答案为： $\frac{1}{8}$ ；…… (2分)

(2) 解：由(1)得求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{2024}}$ 的值，即为求将图形分割下去空白部分的面积，此时剩余阴影部分面积为： $\frac{1}{2^{2024}}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^{2023}} = 1 - \frac{1}{2^{2024}}$ ，

故答案为： $1 - \frac{1}{2^{2024}}$ ；…… (4分)

(3) 解：令 $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \cdots + 5^{20}$ ①，

等式两边同时乘以5，得 $5S = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5 + \cdots + 5^{21}$ ②，

由②式减去①式，得 $4S = 5^{21} - 1$ ，

$\therefore S = \frac{5^{21} - 1}{4}$ ，

$\therefore 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \cdots + 5^{20} = \frac{5^{21} - 1}{4}$ ；…… (7分)

(4) 解：令 $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \cdots + \frac{1}{4^{100}}$ ①，

等式两边同时乘以4，得 $4S = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \cdots + \frac{1}{4^{99}}$ ②，

② - ①得： $3S = 1 - \frac{1}{4^{100}}$ ，

$\therefore S = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^{100}} \right)$ ，

即 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \cdots + \frac{1}{4^{100}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^{100}} \right)$ ，

故答案为： $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^{100}} \right)$ 。…… (10分)

26. (10分) 数轴是一个非常重要的工具，它使数和数轴上的点建立起一一对应的关系，揭示了数与点之

间的内在联系，它是“数形结合”的基础：我们知道 $|4|=|4-0|$ ，它的几何意义是数轴上表示4的点与原点（即表示0的点）之间的距离，又如式子 $|7-3|$ ，它的几何意义是数轴上表示7的点与表示3的点之间的距离，也就是说，在数轴上，如果点A表示的数记为 a ，点B表示的数记为 b ，则A、B两点间的距离就可记作 $|a-b|$ 。回答下列问题：

(1)几何意义是数轴上表示2的点与表示-3的点之间的距离的式子是_____；式子 $|a+5|$ 的几何意义是_____。

(2)根据绝对值的几何意义，当 $|x-2|=3$ 时， $x=_____$ ；

(3)当表示 x 的点在-2与5之间移动时， $|x-5|+|x+2|$ 的值为一个固定的值是_____；

(4)探究： $|x+1|+|x-7|$ 的最小值是_____； $|x+1|+|x-7|+|x-15|$ 的最小值为_____，此时 x 满足的条件是_____。

【详解】(1) 数轴上表示数2的点与数-3的点之间的距离的式子是 $|2-(-3)|$ ；

式子 $|a+5|$ 的几何意义是数轴上表示数 a 的点与数-5的点之间的距离；

故答案为： $|2-(-3)|$ ，数轴上表示数 a 的点与数-5的点之间的距离；…… (2分)

(2) 等式 $|x-2|=3$ 的几何意义是表示 x 到数2的距离为3的点，
则 x 的值为-1或5；

故答案为：-1或5；…… (3分)

(3) $\because$ 表示 x 的点在-2与5之间移动时，

$\therefore |x-5|+|x+2|=5-x+x+2=7$ ，

故答案为：7；…… (4分)

(4) 当 $-1 \leq x \leq 7$ 时， $|x+1|+|x-7|=x+1+7-x=8$ 的值最小，

$\therefore |x+1|+|x-7|$ 的最小值为8；

当 $x=7$ 时， $|x+1|+|x-7|+|x-15|$ 有最小值为： $8+x0+8=16$ ；

故答案为：8；16； $x=7$ 。…… (10分)