

民立中学 2025 学年第一学期  
六年级期中学习质量检测数学试卷

一、单项选择题：(本大题共 6 题，每题 2 分，共 12 分.)

1. 下列各组数中，第一个数能被第二个整除的是 ( )

- A. 27 和 3                      B. 1.5 和 5                      C. 13 和 26                      D. 6 和 9

【答案】A

【解析】

【分析】若整数  $b$  除以非零整数  $a$ ，商为整数，且余数为零，我们就说  $b$  能被  $a$  整除（或说  $a$  能整除  $b$ ），据此逐项判断即可.

【详解】A 选项， $27 \div 3 = 9$ ，故该选项符合题意；

B 选项， $1.5 \div 5 = \frac{3}{10}$ ，故该选项不符合题意；

C 选项， $13 \div 26 = \frac{1}{2}$ ，故该选项不符合题意；

D 选项， $6 \div 9 = \frac{2}{3}$ ，故该选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了有理数的除法，注意本题的题意是第一个数能被第二个整除.

2. 下列运算正确的是 ( )

A.  $(-7) - (+4) = -3$

B.  $-(-4) + (-5) = -1$

C.  $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$

D.  $(+3) + (-5) = 2$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查有理数的加法和减法运算，解题的关键是掌握有理数的加、减的运算法则.

分别对每个选项按照有理数加减运算法则进行计算，然后判断其正确性.

【详解】解：A、 $(-7) - (+4) = -7 - 4 = -11 \neq -3$ ，A 错误；

B、 $-(-4) + (-5) = 4 - 5 = -1$ ，B 正确；

C、 $\left(+\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \neq 1$ ，C 错误；

D、 $(+3)+(-5)=3-5=-2\neq 2$ ， D 错误.

故选: B.

3. 在下列分数中不能化成有限小数的是 ( )

A.  $\frac{4}{25}$

B.  $\frac{9}{16}$

C.  $\frac{3}{12}$

D.  $\frac{1}{30}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 先把分数化为最简分数, 再根据一个最简分数, 如果分母中除了 2 与 5 之外, 不能含有其他的质因数, 这个分数就能化成有限小数逐一判断即可.

【详解】 解: A.  $\frac{4}{25}$  的分母只含有质因数 5, 能化成有限小数;

B.  $\frac{9}{16}$  的分母只含有质因数 2, 能化成有限小数;

C.  $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$  的分母只含有质因数 2, 能化成有限小数;

D.  $\frac{1}{30}$  的分母含有质因数 3, 所以不能化成有限小数;

故选: D.

【点睛】 本题考查什么样的分数可以化成有限小数, 一个最简分数, 如果分母中除了 2 与 5 之外, 不能含有其他的质因数, 这个分数就能化成有限小数.

4. 分数  $-\frac{36}{7}$  介于哪两个整数之间 ( )

A. -5 和 -4

B. -6 和 -5

C. -7 和 -6

D. -8 和 -7

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了分数的大小比较, 熟练掌握分数的大小比较丰富是解题的关键.

因为  $-6 < -\frac{36}{7} < -5$ , 所以分数  $-\frac{36}{7}$  介于 -6 和 -5 之间, 即可得到答案.

【详解】 解:  $\because -6 < -\frac{36}{7} < -5$ ,

$\therefore$  分数  $-\frac{36}{7}$  介于 -6 和 -5 之间,

故选: B.

5. 下列说法正确的是 ( )

A. 绝对值不大于 3 的整数有 6 个, 分别是  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$

- B. 若 $|a|=-a$ ，则 $a$ 必为负数
- C. 任意有理数的绝对值都是非负数
- D. 若 $a>0$ ，则 $|a|=a$ ，反之，若 $|a|=a$ ，则 $a>0$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查绝对值的性质.

根据绝对值的性质逐项判断即可.

【详解】解：A：绝对值不大于3的整数包括 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ ，共7个， $\therefore$  A 错误；

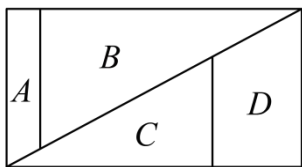
B：若 $|a|=-a$ ，则 $a \leq 0$ ， $a$ 可以是0或负数，不一定是负数， $\therefore$  B 错误；

C：任意有理数的绝对值都是非负数， $\therefore$  C 正确；

D：若 $a>0$ ，则 $|a|=a$ ，但反之若 $|a|=a$ ，则 $a \geq 0$ ， $\therefore$  D 错误；

故选：C.

6. 如图，长方形被分成4部分， $A$ 部分面积是 $B$ 部分面积的 $\frac{1}{6}$ ， $B$ 部分面积是 $D$ 部分面积的2倍，则 $C$ 部分面积是 $D$ 部分面积的（ ）



- A.  $\frac{6}{5}$                       B.  $\frac{5}{4}$                       C.  $\frac{4}{3}$                       D.  $\frac{3}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意得： $A = \frac{1}{6}B$ ， $B = 2D$ ，进而可得 $A = \frac{1}{3}D$ ，根据长方形的面积得 $A + B = C + D$ ，进而可求解.

【详解】解：由题意得：

$$A = \frac{1}{6}B, \quad B = 2D,$$

$$\text{则 } A = \frac{1}{6}B = \frac{1}{6} \cdot 2D = \frac{1}{3}D,$$

$$\text{则 } A + B = C + D, \text{ 即 } \frac{1}{3}D + 2D = C + D,$$

得:  $C = \frac{4}{3}D$ ,

故选: C.

【点睛】 本题考查了分数乘法的应用, 熟练掌握长方形的对角线把面积均分是解题的关键.

## 二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 3 分, 共 36 分.)

7. 分解素因数:  $12 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $2 \times 2 \times 3$

【解析】

【分析】 此题主要考查合数分解质因数的方法, 用 12 最小的质因数去除, 一直除到商是质数为止最后把这个合数写成除数和商相乘的形式即可.

【详解】 解: 如图所示:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$\therefore 12 = 2 \times 2 \times 3.$$

故答案为:  $2 \times 2 \times 3$ .

8. 微信收付款具有“二维码收款”和“向商家付款”两项功能, 若使用二维码收款 100 元记作 +100 元, 那么向商家付款 50 元记作\_\_\_\_\_.

【答案】 -50 元

【解析】

【分析】 本题主要考查了具有相反意义的量, 正负数是一对具有相反意义的量, 若二维码收款用“+”表示, 那么向商家付款就用“-”表示, 据此求解即可.

【详解】 解: 若使用二维码收款 100 元记作 +100 元, 那么向商家付款 50 元记作 -50 元,  
故答案为: -50 元.

9. 把 2 千克糖放在 28 千克水中, 则糖占糖水的\_\_\_\_\_. (填入最简分数)

【答案】  $\frac{1}{15}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的应用.

根据题意, 糖水的总质量为糖与水的质量之和, 再求糖占糖水的比例, 并化简为最简分数.

【详解】 解: 糖水的总质量为:  $2 + 28 = 30$  (千克).

糖占糖水的比例为:  $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ .

故答案为:  $\frac{1}{15}$ .

10. 1 小时 40 分 = \_\_\_\_\_ 小时 (填入最简分数).

【答案】  $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了单位的换算.

将 40 分钟转换为小时单位, 再与 1 小时相加, 并化简为最简分数.

【详解】 解: 1 小时 40 分中, 40 分钟相当于  $\frac{40}{60}$  小时, 化简得  $\frac{2}{3}$  小时.

因此, 总时间为  $1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$  小时.

故答案为:  $\frac{5}{3}$ .

11. 若有理数  $x, y$  满足  $|x-2| + |2y+1| = 0$ , 则  $x$  与  $y$  的和的倒数为 \_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查绝对值的非负性以及倒数的计算, 解题的关键是根据绝对值的非负性求出  $x, y$  的值.

利用绝对值的非负性, 即几个非负数的和为 0 时, 这几个非负数都为 0, 求出  $x, y$  的值, 再计算  $x$  与  $y$  的和的倒数.

【详解】 解: 因为  $|x-2| \geq 0, |2y+1| \geq 0$ , 且  $|x-2| + |2y+1| = 0$ ,

所以  $|x-2| = 0, |2y+1| = 0$ .

由  $|x-2| = 0$ , 得  $x-2 = 0$ , 所以  $x = 2$ ;

由  $|2y+1| = 0$ , 得  $2y+1 = 0$ , 解得  $y = -\frac{1}{2}$ .

则  $x + y = 2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$ ,

所以  $x$  与  $y$  的和的倒数为  $\frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$ .

故答案为:  $\frac{2}{3}$ .

12. 若数  $m=2 \times 5 \times 7$ ,  $n=2 \times 3 \times 7$ , 则  $m$  和  $n$  的最小公倍数是 \_\_\_\_\_.

【答案】 210;

【解析】

【分析】两个数的最小公倍数是它们的公有质因数与独有质因数的连乘积，因此得解.

【详解】 $m=2\times 5\times 7$ ,  $n=2\times 3\times 7$

所以  $m$  和  $n$  的最小公倍数是  $2\times 3\times 7\times 5=210$ .

故答案为: 210.

【点睛】考查了求几个数的最小公倍数的方法: 两个数的公有质因数与每个数独有质因数的连乘积是最小公倍数; 数字大的可以用短除法解答.

13. 点  $A, B$  在数轴上, 点  $A$  表示的数为  $-3$ ,  $A, B$  两点之间的距离为  $7$ , 则点  $B$  表示的数为\_\_\_\_\_.

【答案】  $-10$  或  $4$

【解析】

【分析】本题考查数轴上两点的距离.

根据数轴上两点间距离公式, 点  $A$  与点  $B$  的距离等于两点坐标之差的绝对值, 列出方程求解即可.

【详解】解: 设点  $B$  表示的数为  $x$ , 则点  $A$  与点  $B$  的距离为  $|-3-x|=7$ .

解得:  $x=-10$  或  $x=4$ ,

故点  $B$  表示的数为  $-10$  或  $4$ .

故答案为:  $-10$  或  $4$ .

14. 分母是  $10$  的最简真分数有\_\_\_\_\_个.

【答案】  $4$

【解析】

【分析】本题考查最简分数的概念 (分子与分母只有公因数  $1$  的分数), 涉及分母为  $10$  时分子的筛选知识点, 运用了逐一验证法. 解题关键是明确分母为  $10$  时, 分子需与  $10$  互质 (最大公因数为  $1$ ); 易错点是错误判断分子与  $10$  的公因数, 导致遗漏或多选.

明确分母是  $10$ , 需找出与  $10$  的最大公因数为  $1$  的分子.

$10$  的因数有  $1, 2, 5, 10$ , 所以分子需满足不含有因数  $2$  和  $5$ .

在正整数中, 符合条件的分子有  $1, 3, 7, 9$ , 对应的分数分别为  $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ , 共  $4$  个.

【详解】分母是  $10$  的最简分数, 是指分子和  $10$  的最大公因数为  $1$  的分数.

分子可以是  $1, 3, 7, 9$ , 对应的分数为  $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ , 共  $4$  个.

故答案为：4.

15. 比较大小：  $-\frac{5}{9}$  \_\_\_\_\_  $-\frac{4}{7}$ .

【答案】 >

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的大小比较. 熟练掌握两个负数比较大小，绝对值大的反而小是解题的关键. 根据两个负数比大小，绝对值大的反而小进行判断作答即可.

【详解】 解：  $\because \left| -\frac{5}{9} \right| = \frac{5}{9}, \left| -\frac{4}{7} \right| = \frac{4}{7},$

$$\therefore \frac{5}{9} = \frac{35}{63} < \frac{4}{7} = \frac{36}{63},$$

$$\therefore -\frac{5}{9} > -\frac{4}{7},$$

故答案为： >.

16. 若  $|x|=2$ ， $|y|=3$ ，且  $xy < 0$ ，则  $x+y=$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $\pm 1$

【解析】

【分析】 根据  $|x|=2, |y|=3$  求出  $x, y$  的值，再根据  $xy < 0$ ，可得  $x, y$  异号，代入求值即可.

【详解】 解：  $\because |x|=2, |y|=3,$

$$\therefore x = \pm 2, y = \pm 3,$$

$$\because xy < 0,$$

$\therefore x, y$  异号,

$$\therefore x = 2, y = -3 \text{ 或 } x = -2, y = +3,$$

$$\therefore x + y = 2 - 3 = -1, \text{ 或 } x + y = -2 + 3 = 1.$$

故答案为：  $\pm 1$ .

【点睛】 本题考查了绝对值的意义，有理数的乘法法则和有理数的加法法则，由绝对值的意义和有理数的乘法法则求出  $x$  与  $y$  的值是解答本题的关键.

17. 若  $m, n$  互为相反数， $a, b$  互为倒数，则  $m + (-2024) + n - ab$  值为\_\_\_\_\_.

【答案】  $-2025$

【解析】

【分析】 本题考查了相反数的定义，倒数的定义，有理数的混合运算.

根据相反数和倒数的定义，可得  $m+n=0$  和  $ab=1$ ，代入原式计算即可.

【详解】 解：  $\because m, n$  互为相反数，

$$\therefore m+n=0.$$

$\because a, b$  互为倒数，

$$\therefore ab=1.$$

$$\text{原式} = m + (-2024) + n - ab = 0 - 2024 - 1 = -2025.$$

故答案为：  $-2025$  .

18. 定义新运算：  $a*b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ，  $a \otimes b = \frac{1}{ab}$  (右边的运算为平常的加、减、乘、除).

$$\text{例如： } 3*7 = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{4}{21}, \quad 3 \otimes 7 = \frac{1}{3 \times 7} = \frac{1}{21}.$$

若  $a \otimes b = a*b$ ，则称有理数  $a, b$  为“隔一数对”.

$$\text{例如： } 2*3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \quad 2 \otimes 3 = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}, \quad \text{即 } 2 \otimes 3 = 2*3, \text{ 所以 } 2, 3 \text{ 就是一对“隔一数对”}.$$

请同学们解答下列问题：已知两个连续的非零整数都是“隔一数对”，计算：

$$1 \otimes 2 + 2 \otimes 3 + 3 \otimes 4 + 4 \otimes 5 + \cdots + 2023 \otimes 2024 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】  $\frac{2023}{2024}$

【解析】

【分析】 本题考查了新定义的理解及有理数的计算，根据“隔一数对”的定义，两个连续的非零整数满足

$a \otimes b = a*b$ ，因此每个项  $k \otimes (k+1)$  可转化为  $k*(k+1) = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ ，求和后利用有理数的加减运算，中间项相互抵消，得到结果.

【详解】 解：  $\because$  两个连续的非零整数都是“隔一数对”，

$$\therefore \text{对于任意非零整数 } k, \text{ 有 } k \otimes (k+1) = k*(k+1),$$

$$\therefore 1 \otimes 2 + 2 \otimes 3 + 3 \otimes 4 + \cdots + 2023 \otimes 2024 = 1*2 + 2*3 + 3*4 + \cdots + 2023*2024$$

$$\because k*(k+1) = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1},$$

$$\therefore \text{原式} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}\right) = 1 - \frac{1}{2024} = \frac{2023}{2024},$$

$$\text{故答案为： } \frac{2023}{2024}.$$

### 三、计算题：(第 19-24 题，每题 5 分，共 30 分)

19. 计算：  $-12 - (-11) + (-28) + 39$  .

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查有理数的加减混合运算，解题的关键是掌握有理数加减运算法则.

根据有理数减法法则，将减法转化为加法，再利用加法结合律进行简便计算.

【详解】 解：  $-12 - (-11) + (-28) + 39$

$$= -12 + 11 - 28 + 39$$

$$= (-12 - 28) + (11 + 39)$$

$$= -40 + 50$$

$$= 10 .$$

20. 计算：  $-1.4 \times \frac{5}{8} \div \left(-1\frac{3}{4}\right)$  .

【答案】  $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的乘除法，熟练掌握有理数的乘除法法则是解题的关键. 根据有理数的乘除法法则计算即可.

【详解】 解： 原式  $= -\frac{7}{5} \times \frac{5}{8} \times \left(-\frac{4}{7}\right)$

$$= \frac{1}{2} .$$

21. 计算：  $\left(-6\frac{6}{7}\right) + (-6.6) - \left(-2\frac{6}{7}\right) + (-4.4)$  .

【答案】 -15

【解析】

【分析】 本题考查有理数的加减混合运算，解题的关键是利用加法交换律和结合律进行简便计算.

通过观察式子，将同分母的分数结合，小数结合，再分别计算，最后求和.

【详解】 解：  $\left(-6\frac{6}{7}\right) + (-6.6) - \left(-2\frac{6}{7}\right) + (-4.4)$

$$\begin{aligned}
&= \left(-6\frac{6}{7}\right) + 2\frac{6}{7} + (-6.6) + (-4.4) \\
&= \left(-6\frac{6}{7} + 2\frac{6}{7}\right) + [(-6.6) + (-4.4)] \\
&= -4 + (-11) \\
&= -15.
\end{aligned}$$

22. 计算:  $(-81) \div \frac{9}{4} \times \frac{4}{9} \div 16$ .

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的乘除混合运算，准确的计算是解决本题的关键，根据有理数的乘除混合运算法则进行求解即可.

【详解】 解：原式  $= (-81) \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{16}$

$$= -1.$$

23. 计算:  $\frac{1}{30} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}\right)$ .

【答案】  $\frac{1}{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的四则混合运算，先计算小括号内的分数加减混合运算，再进行括号外的除法运算即可.

【详解】 解：原式  $= \frac{1}{30} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} - \frac{2}{5}\right)$

$$= \frac{1}{30} \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{30} \div \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{30} \times 3$$

$$= \frac{1}{10}.$$

24. 计算:  $-1\frac{2}{5} \div \left(2.2 - \frac{1}{10}\right) + \frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4}$ .

【答案】  $\frac{5}{6}$

【解析】

【分析】 本题主要考查分数的混合运算，解答的关键是对相应的运算法则的掌握。先算括号里的运算，再把除法转为乘法，接着算乘法，最后算加法即可。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & -1\frac{2}{5} \div (2.2 - \frac{1}{10}) + \frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} \\ & = -\frac{7}{5} \div \frac{21}{10} + \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} \\ & = -\frac{7}{5} \times \frac{10}{21} + \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} \\ & = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2} \\ & = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

#### 四、解答题 (第 25, 26 题, 每题 5 分, 第 27, 28 题, 每题 6 分, 共 22 分)

25. 一个数减去  $\frac{5}{6}$  的差的 2 倍, 再加上  $2\frac{1}{3}$  等于  $1\frac{1}{6}$ , 求这个数.

【答案】  $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，解题关键是正确列出算式。根据题意列出算式，再根据混合运算的顺序计算即可。

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \left(1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3}\right) \div 2 + \frac{5}{6} \\ & = -\frac{7}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \\ & = -\frac{7}{12} + \frac{10}{12} \\ & = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

26. 仓库存货 50 吨, 第一次运走 10 吨, 第二次运走了剩下的  $\frac{1}{4}$ , 现在仓库中还剩存货多少吨?

【答案】 30 吨

【解析】

【分析】 本题考查分数的四则混合运算，解题的关键是分步骤计算剩余存货量。

先算出第一次运走后剩下的存货量，再算出第二次运走的量，最后用第一次运走后剩下的量减去第二次运走的量得到最终剩余量。

【详解】解：首先，第一次运走 10 吨后，剩下的存货量为  $50 - 10 = 40$  吨.

然后，第二次运走了剩下的  $\frac{1}{4}$ ，即运走的量为  $40 \times \frac{1}{4} = 10$  吨.

所以，现在仓库中还剩的存货量为  $40 - 10 = 30$  吨.

27. 外卖送餐为我们生活带来了许多便利，某学习小组调查了一名外卖小哥一周的送餐情况，规定送餐量超过 40 单（送一次外卖称为一单）的部分记为“+”，低于 40 单的部分记为“-”，如表是该外卖小哥一周的送餐量：

| 星期                | 一  | 二   | 三  | 四   | 五   | 六   | 七  |
|-------------------|----|-----|----|-----|-----|-----|----|
| 送餐量<br>(单位：<br>单) | -4 | +11 | -2 | +19 | +20 | +22 | -3 |

(1) 直接写出该外卖小哥这一周平均每天送餐\_\_\_\_\_单.

(2) 该外卖小哥每天的工资由底薪 30 元加上送单补贴构成，送单补贴的方案如下：每天送餐量不超过 40 单的部分，每单补贴 4 元；超过 40 单但不超过 50 单的部分，每单补贴 6 元；超过 50 单的部分，每单补贴 8 元. 求该外卖小哥这一周工资收入多少元？

【答案】(1) 49 单      (2) 1790 元

【解析】

【分析】本题考查正负数的应用、有理数混合运算应用，理解题意，正确列出算式是解答的关键.

(1) 先求得表格数据的平均数，再加上标准数 40 即可求解；

(2) 根据工资底薪及补贴标准列式求解即可.

【小问 1 详解】

解：由题意， $40 + [(-4) + (+11) + (-2) + (+19) + (+20) + (+22) + (-3)] \div 7$

$$= 40 + 63 \div 7$$

$$= 40 + 9$$

$$= 49 \text{ (单)},$$

故答案为：49；

【小问 2 详解】

解：

$$30 \times 7 + (40 - 4) \times 4 + (40 \times 4 + 10 \times 6 + 1 \times 8) + (40 - 2) \times 4 + (40 \times 4 + 10 \times 6 + 9 \times 8) + (40 \times 4 + 10 \times 6 + 10 \times 8) + (40 \times 4$$

$$= 210 + 144 + 228 + 152 + 292 + 300 + 316 + 148$$

$$= 1790 \text{ (元)},$$

答：该外卖小哥这一周工资收入 1790 元.

28. 【阅读材料】数轴是学习有理数的一种重要工具，任何有理数都可以用数轴上的点表示，这样能够运用数形结合的方法解决一些问题. 例如： $|4 - (-1)|$  表示 4 与  $-1$  的差的绝对值，实际上也可以理解为 4 与  $-1$  两数在数轴上所对应的两点之间的距离. 类似的， $|5 + 3| = |5 - (-3)|$  表示 5 与  $-3$  两数在数轴上所对应的两点之间的距离. 一般地， $A$ ， $B$  两点在数轴上表示有理数  $a$ ， $b$ ，那么  $A$ ， $B$  两点之间的距离表示为  $|a - b|$ .

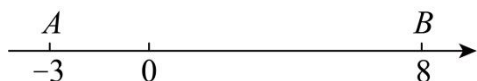
【解决问题】如图，已知数轴上两点  $A$ ， $B$  表示的数分别为  $-3$ ， $8$ ，数轴上另一个点  $P$  表示的数为  $x$ ，试探索：

(1) 点  $P$ ， $A$  之间的距离  $PA = \underline{\hspace{2cm}}$ ；折叠数轴，使得点  $A$  与点  $B$  重合，则表示  $-4$  的点与表示  $\underline{\hspace{2cm}}$  的点重合；

(2) 若  $|x + 3| = 7$ ，则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

【联系拓广】

(3) 若点  $P$  在  $A$ ， $B$  两点之间，则  $|x + 3| + |x - 8| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；若  $|x + 3| + |x - 8| = 13$ ，则点  $P$  表示的数  $x$  为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ；由此可得：点  $P$  到  $A$ ， $B$  两点的距离之和最小时，若点  $P$  表示的数为整数，则这样的点  $P$  有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个.



【答案】(1)  $|x + 3|$ ，9；(2) 4 或  $-10$ ；(3) 11； $-4$  或 9；10

【解析】

【分析】此题考查了数轴上两点间的距离，关键是能分情况讨论，利用数轴列出算式或一元一次方程.

(1) 由两点间距离的定义可得  $PA$ ，设表示  $-4$  的点与表示  $m$  的点  $M$  重合，且点  $M$  到点  $B$  和表示  $-4$  的点与点  $A$  的距离相等，即可求得答案；

(2) 由  $|x + 3| = 7$ ，得到  $x$  和  $-3$  两数在数轴上所对应的两点之间的距离为 7，即可得到答案；

(3) 根据点  $P$  的位置化简绝对值求解即可求得  $|x + 3| + |x - 8|$  及  $x$ ，分点  $P$  在线段  $AB$  上和点  $P$  位于点  $B$  右侧两种情况列方程求解点  $P$  的位置即可.

【详解】解：(1) 由题意，得，点  $P$ ， $A$  之间的距离  $PA = |x - (-3)| = |x + 3|$ 。

设表示  $-4$  的点与表示  $m$  的点  $M$  重合，

因为数轴上两点  $A$ ， $B$  表示的数分别为  $-3$ ， $8$ ，

所以  $|(-4) - (-3)| = |8 - m|$ ，即点  $M$  到点  $B$  的距离和表示  $-4$  的点到点  $A$  的距离相等，

所以  $m = 7$  或  $m = 9$ ，

因为表示  $-4$  的点在点  $A$  的左边，

所以点  $M$  在点  $B$  的右边，

即  $m = 7$  不合题意，舍去，所以  $m = 9$ ，

即表示  $-4$  的点与表示  $9$  的点重合。

(2) 因为  $|x + 3| = 7$ ，

所以  $x$  和  $-3$  两数在数轴上所对应的两点之间的距离为  $7$ ，

所以  $x = 4$  或  $x = -10$ ，

故答案为  $4$  或  $-10$ 。

(3) 因为点  $P$  在  $A$ ， $B$  两点之间，

所以  $-3 < x < 8$ ，

所以  $|x + 3| + |x - 8| = x + 3 - x + 8 = 11$ 。

因为  $|x + 3| + |x - 8| = 13$ ，

所以点  $P$  到点  $A$  和点  $B$  的距离之和等于  $13$ 。

因为  $A$ ， $B$  两点表示的数分别为  $-3$ ， $8$ ，

所以  $AB = |8 - (-3)| = 11$ ，

当点  $P$  在点  $A$  左侧时，如答图①，



图①

则  $PA + PB = 13$ ，

所以  $2PA + AB = 13$ ，

所以  $PA = 1$ ，此时点  $P$  表示的数  $x$  为  $-4$ ，

当点  $P$  在点  $B$  右侧时，如答图②，



图②

则  $PA + PB = 13$ ,

所以  $2PB + AB = 13$ ,

所以  $PB = 1$ , 此时点  $P$  表示的数  $x$  为 9.

综上, 点  $P$  表示的数  $x$  为 -4 或 9.

当  $P$  在  $A$ ,  $B$  两点之间时,  $P$  点到  $A$ ,  $B$  两点的距离之和最小, 为 11,

因为  $P$  表示的数为整数,

所以  $P$  表示的数有 -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 共 10 个.

故答案为 11; -4 或 9; 10.