

2025 学年度第一学期六年级数学学科期中考试

一、选择题：（本大题共 6 题）

1. 下列各数中，第一个数能整除第二个数的是（ ）

A. 54 和 9

B. 16 和 64

C. 1.6 和 3.2

D. 7.2 和 3.6

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了整除的定义，若整数 a 整除整数 b ，则 $b \div a$ 的商为整数且余数为零，据此判断即可求解，理解定义是解题的关键。

【详解】解：A、 $9 \div 54 = \frac{1}{6}$ ，商不是整数，该选项不合题意；

B、 $64 \div 16 = 4$ ，商是整数，且两数均为整数，该选项符合题意；

C、1.6 和 3.2 均不是整数，该选项不合题意；

D、7.2 和 3.6 均不是整数，该选项不合题意；

故选：B.

2. “双十一”期间某网店一周七天的盈亏情况统计如下（盈利记为“+”，亏损记为“-”，单位：元）：

+250, +40, -70, +60, -100, -30, +150，那么网店这一周共（ ）

A. 盈利了 200 元

B. 盈利了 300 元

C. 亏损了 200 元

D. 亏损了 300 元

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了正负数在实际问题中的应用，用正负数表示具有相反意义的量，有理数的加法，理解正负数在实际中的应用是解题的关键。通过计算所有每天盈亏的代数和，得出总盈亏情况。

【详解】解： $\because$ 盈利额总和： $250 + 40 + 60 + 150 = 500$ （元），

亏损额总和： $70 + 100 + 30 = 200$ （元），

$\therefore$ 总盈亏： $500 + (-200) = 300$ （元） > 0 ，

$\therefore$ 盈利了 300 元。

3. 把分数 $\frac{a}{b}$ 的分子扩大为原来的 5 倍，分母缩小为原来的 $\frac{1}{4}$ ，所得的分数的值比原来（ ）

A. 扩大到原来 9 倍

B. 缩小到原来 20 倍

C. 不变

D. 扩大到原来 20 倍

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了分数的基本性质，通过计算新分数与原分数的比值，确定分数值的变化即可.

【详解】解：设原分数为 $\frac{a}{b}$ ，

$\therefore$ 分子扩大为原来的 5 倍，新分子为 $5a$ ，

分母缩小为原来的 $\frac{1}{4}$ ，新分母为 $\frac{b}{4}$ ，

$\therefore$ 新分数为 $\frac{5a}{\frac{b}{4}} = 5a \times \frac{4}{b} = \frac{20a}{b}$ ，

$\therefore$ 新分数扩大到原来的 20 倍.

故选：D.

4. 下列分数中不能化成有限小数的是 ()

A. $\frac{3}{15}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{18}$

D. $\frac{7}{50}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查学生对一个分数能不能化成有限小数的认识，解题的关键是熟练掌握一个分数化成最简分数后，如果分母的质因数只有 2 或 5 组成，那么这个分数即可化成有限小数，如果含有其它质因数，那么这个分数不能化成有限小数. 根据一个分数化成最简分数后，如果分母的质因数只有 2 或 5 组成，那么这个分数可化成有限小数，由此进行解答.

【详解】解：分数能化成有限小数的条件是最简分数的分母只包含质因数 2 和 5，

A、 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ ，分母 5 只有质因数 5，能化成有限小数；

B、 $\frac{3}{8}$ ，分母 $8 = 2^3$ ，只有质因数 2，能化成有限小数；

C、 $\frac{5}{18}$ ，分母 $18 = 2 \times 3^2$ ，有质因数 3，不能化成有限小数；

D、 $\frac{7}{50}$ ，分母 $50 = 2 \times 5^2$ ，只有质因数 2 和 5，能化成有限小数.

故选：C.

5. 下列说法：①0 的倒数是 0；②若 $a+b < 0$ 且 $ab < 0$ ，则 a, b 异号且负数的绝对值较大；③如果 $ab = 0$ ，那么 a, b 中至少有一个为 0；④几个有理数相乘，若有奇数个负因数，则积为负数，其中正确的结论有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了倒数，有理数的乘法，解题的关键是掌握倒数的定义，有理数乘法的运算法则。由倒数的定义，有理数乘法的运算法则，即可判断。

【详解】解：①0 没有倒数，故①不符合题意；

②若 $a+b < 0$ 且 $ab < 0$ ，则 a, b 异号且负数的绝对值较大，正确，故②符合题意；

③如果 $ab = 0$ ，那么 a, b 中至少有一个为 0，正确，故③符合题意；

④几个不为 0 的有理数相乘，若有奇数个负因数，则积为负数，故④不符合题意，

综上所述，其中正确的结论有 2 个。

故选：B。

6. 如果一个数恰好等于它的所有因数（除本身外）相加之和，那么这个数就是“完全数”。例如：6 的因数有 1, 2, 3, 6，除本身 6 以外，还有 1, 2, 3 三个因数， $1+2+3=6$ ，所以 6 就是“完全数”。下面的数中，属于完全数的是（ ）

A. 28

B. 15

C. 12

D. 36

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查的是如何计算一个数的因数、完全数的定义等知识点，掌握完全数的定义成为解题的关键。

根据完全数的定义，逐项判断即可解答。

【详解】解：A. 28 的因数有：1、2、4、7、14、28，所以 $1+2+4+7+14=28$ ，因此 28 是完全数，符合题意；

B. 15 的因数有 1, 3, 5, 15，所以 $1+3+5=9$ ，因此 15 不是完全数，不符合题意；

C. 12 的因数有：1、2、3、4、6、12，所以 $1+2+3+4+6=16$ ，因此 12 不是完全数，不符合题意；

D. 36 的因数有：1、2、3、4、6、9、12、18、36，所以 $1+2+3+4+6+9+12+18=54$ ，因此 36 不是完全数，不符合题意。

故选：A。

二、填空题：（本大题共 12 题）

7. 填空： $\frac{3}{11} = \frac{9}{11+()}$ ，括号里填_____。

【答案】

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的性质，分数的分子和分母同时乘以或除以一个相同的数（除的时候该数不为0），分数的值不变，由题意可得，分子扩大了3倍，那么分母也要扩大3倍，据此求解即可。

【详解】 解：由题意得，分子扩大了 $9 \div 3 = 3$ 倍，那么分母也要扩大3倍，即分母变为 $11 \times 3 = 33$ ，所以括号内的数为 $33 - 11 = 22$ ，
故答案为：22.

8. 用最简分数表示：1小时35分钟 = _____ 小时.

【答案】 $1\frac{7}{12}$

【解析】

【详解】 试题解析：35分钟等于 $\frac{35}{60} = \frac{7}{12}$ 小时，则1小时35分钟等于 $1\frac{7}{12}$ 小时.

9. 把5米长的绳子平均分成9段，每段长度占全长的_____（填几分之几）.

【答案】 $\frac{1}{9}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的意义，求每段长度占全长的几分之几，是把全长看作单位“1”，平均分成9段，每段占全长的九分之一.

【详解】 解：将整段绳子看作单位“1”，则平均分成9段，每段占全长的 $\frac{1}{9}$.
故答案为： $\frac{1}{9}$.

10. 将 $0.\dot{9}$ ， $\frac{9}{10}$ ， $\frac{19}{20}$ 用“<”号连接_____.

【答案】

$$\frac{9}{10} < \frac{19}{20} < 0.\dot{9}$$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的大小比较，将数化为统一形式是解题的关键. 先将分数 $\frac{9}{10}$ 和 $\frac{19}{20}$ 转化为小数，比较三者的大小即可.

【详解】 解： $\because \frac{9}{10} = 0.9$ ， $\frac{19}{20} = 0.95$ ，
 $\therefore 0.9 < 0.95 < 0.\dot{9}$ ，即 $\frac{9}{10} < \frac{19}{20} < 0.\dot{9}$.

故答案为： $\frac{9}{10} < \frac{19}{20} < 0.\dot{9}$.

11. 《九章算术》中注有“今两算得失相反，要令正负以名之”，意思是：今有两数若其意义相反，则分别叫做正数与负数，若气温为零上 8°C 记作 $+8^{\circ}\text{C}$ ，则 -10°C 表示气温为_____.

【答案】零下 10°C

【解析】

【分析】本题考查正数，负数的应用，解题的关键是正确理解正负数的意义，即可.

【详解】解： $\because$ 气温为零上 8°C 记作 $+8^{\circ}\text{C}$ ，

$\therefore -10^{\circ}\text{C}$ 表示气温为零下 10°C .

故答案为：零下 10°C .

12. 有一个自然数 x 能使 $\frac{x}{7}$ 是假分数， $\frac{x}{9}$ 是真分数，则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】

7 或 8

【解析】

【分析】本题考查真分数和假分数的定义，根据真分数和假分数的定义，真分数要求分子小于分母，假分数要求分子大于或等于分母，由此即可求解.

【详解】解： $\because \frac{x}{7}$ 是假分数， $\frac{x}{9}$ 是真分数，

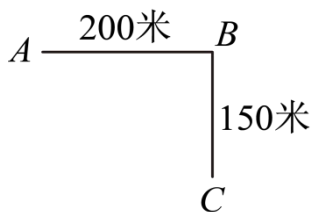
$\therefore x$ 大于等于 7 且 x 小于 9，

$\because x$ 为自然数，

$\therefore x$ 为 7 或 8.

故答案为：7 或 8.

13. 如图，街道 ABC 在 B 处拐弯，在街道的一侧要等距离安装路灯. 如果要求在 A ， B ， C 处各安装一盏路灯，那么最少安装_____盏灯.



【答案】8

【解析】

【分析】本题考查了植树问题，即植树棵数=间隔数+1，间隔数=间隔总长 $\div$ 间隔距离. 根据题意先计算相邻路灯的距离是 200 和 150 的最大公因数，然后分别求出 AB 和 BC 段的路灯数量，相加之后减去 B 点重复的一盏即可.

【详解】解： $200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ ， $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$ ，

200 和 150 的最大公因数是： $2 \times 5 \times 5 = 50$ ，

$200 \div 50 + 1 = 5$ ，

$150 \div 50 + 1 = 4$ ，

最少需要 $5 + 4 - 1 = 8$ （盏），

故答案为：8.

14. 有一种地砖，长是 45 厘米，宽 30 厘米，至少用这样的砖_____块才能铺成一个实心的正方形.

【答案】6

【解析】

【分析】此题考查的是最小公倍数的应用，解题关键是要想使用瓷砖数量最少，则正方形的边长为瓷砖长和宽的最小公倍数. 先求出 45 和 30 的最小公倍数，即为正方形的边长，从而求出瓷砖数量.

【详解】解： $45 = 3 \times 3 \times 5$ ， $30 = 2 \times 3 \times 5$ ，

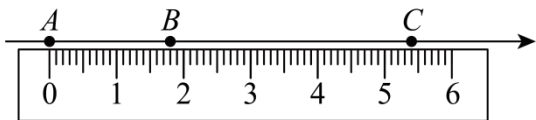
所以 45 和 30 的最小公倍数为 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$ ，

即若要铺成一块正方形的地面，要想使用瓷砖数量最少，则正方形的边长为 90cm，

至少需要 $(90 \div 45) \times (90 \div 30) = 6$ （块），

答：若要铺成一块正方形的地面，至少需要 6 块这样的瓷砖.

15. 如图，点 A、B、C 是数轴上排列的三个点（数轴的单位长度是 1cm），对应刻度尺上的数分别 0、1.8 和 5.4，移动刻度尺，当点 B 在数轴上表示的数为 -3 时，数轴上点 C 所对应的数为_____.



【答案】 $0.6\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】本题主要考查了实数与数轴. 求出在数轴上点 B 和点 C 的距离，这个距离等于点 C 和点 B 表示的两数之间的距离，点 B 表示 -3，则点 C 表示的数即可求出.

【详解】解： $\because$ 数轴上点 B 和点 C 对应刻度尺上的数分别为 1.8，5.4，且数轴的单位长度是 1cm，

$\therefore$ 点 B 和点 C 的距离为 $5.4 - 1.8 = 3.6$ （cm），

$\therefore$ 当点 B 在数轴上表示的数为 -3 时，数轴上点 C 所对应的数为 $-3 + 3.6 = 0.6$ ，

故答案为：0.6.

16. 一条环形跑道长 400 米，小海每分钟行 80 米，乐乐每分钟行 120 米，两人同时，同地，同向出发， t 分

钟后第一次相遇， t 等于_____分钟.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用，设他们第一次相遇是出发后 t 分钟，由题意得 $120t - 80t = 400$ ，然后解方程即可，读懂题意，列出方程是解题的关键.

【详解】 解：设他们第一次相遇是出发后 t 分钟，

由题意得： $120t - 80t = 400$ ，

解得 $t = 10$ ，

所以10分钟后他们第一次相遇，

故答案为：10.

17. 现定义两种运算“ $\oplus$ ”和“ $\otimes$ ”. 对于任意两个整数， $a \oplus b = a + b - 1$ ， $a \otimes b = a \times b - 1$ ，那么

$3 \otimes (2 \oplus 4) = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 14

【解析】

【分析】 本题考查了新定义运算，解题的关键是读懂新定义，利用新定义计算. 读懂新定义，利用新定义计算即可.

【详解】 解： $2 \oplus 4 = 2 + 4 - 1 = 5$ ，

$3 \otimes (2 \oplus 4)$

$= 3 \otimes 5$

$= 3 \times 5 - 1$

$= 15 - 1$

$= 14$.

故答案为：14.

18. 如果某整数同时具备以下三条性质：(1) 这个数与1的差是质数，(2) 这个数除以2所得的商也是质数，(3) 这个数除以9的余数是5，我们称这个整数为“幸运数”，那么在两位数中，最大的“幸运数”是_____.

【答案】 14

【解析】

【分析】 本题考查质数，整数的除法，根据质数是因数只有1和本身的数，整数的除法运算以及幸运数的定义，进行判断即可.

【详解】解：除以9余5的两位数有：

$1 \times 9 + 5 = 14$ ， $14 - 1 = 13$ 为质数， $14 \div 2 = 7$ 为质数，符合题意；

$2 \times 9 + 5 = 23$ ， $23 - 1 = 22$ 不是质数，不符合题意；

$3 \times 9 + 5 = 32$ ， $32 \div 2 = 16$ 不为质数，不符合题意；

$4 \times 9 + 5 = 41$ ， $41 - 1 = 40$ 不是质数，不符合题意；

$5 \times 9 + 5 = 50$ ， $50 - 1 = 49$ 不是质数，不符合题意；

$6 \times 9 + 5 = 59$ ， $59 - 1 = 58$ 不是质数，不符合题意；

$7 \times 9 + 5 = 68$ ， $68 \div 2 = 34$ 不是质数，不符合题意；

$8 \times 9 + 5 = 77$ ， $77 - 1 = 76$ 不是质数，不符合题意；

$9 \times 9 + 5 = 86$ ， $86 - 1 = 85$ 不是质数，不符合题意；

$10 \times 9 + 5 = 95$ ， $95 - 1 = 94$ 不是质数，不符合题意；

故答案为：14.

三、简答题：（本大题共6题）

19. 计算： $\left(-4\frac{1}{2}\right) \div \frac{7}{25} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-1\frac{2}{5}\right)$.

【答案】 -30

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的乘除混合计算，熟知相关计算法则是解题的关键.

【详解】解： $\left(-4\frac{1}{2}\right) \div \frac{7}{25} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-1\frac{2}{5}\right)$

$$= \left(-\frac{9}{2}\right) \times \frac{25}{7} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{5}\right)$$
$$= -30$$

20. 计算： $(-6.7) - \left(-6\frac{5}{16}\right) + |-3.3| + 3\frac{11}{16}$.

【答案】 6.6

【解析】

【分析】 本题考查了分数的加减法混合运算，熟练掌握分数的加减法混合运算法则是解题的关键.

按照分数的加减法混合运算法则进行计算即可.

$$\begin{aligned}
& \text{【详解】解：} (-6.7) - \left(-6\frac{5}{16}\right) + |-3.3| + 3\frac{11}{16} \\
&= -6.7 + 6\frac{5}{16} + 3.3 + 3\frac{11}{16} \\
&= -6.7 + 3.3 + \left(6\frac{5}{16} + 3\frac{11}{16}\right) \\
&= -6.7 + 3.3 + 10 \\
&= 10 - 6.7 + 3.3 \\
&= 3.3 + 3.3 \\
&= 6.6.
\end{aligned}$$

21. 计算： $(-36) \times \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right)$.

【答案】 -25

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的运算，利用乘法分配律进行简便计算即可，熟练掌握运算法则是解题的关键.

$$\begin{aligned}
& \text{【详解】解：} (-36) \times \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right) \\
&= (-36) \times \frac{4}{9} + (-36) \times \frac{5}{6} - (-36) \times \frac{7}{12} \\
&= -16 - 30 + 21 \\
&= -25.
\end{aligned}$$

22. 计算： $\frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4} - 0.125\right) + \frac{3}{4} \div 0.25$.

【答案】

$$\frac{10}{3}$$

【解析】

【分析】 本题考查分数的四则运算，将原式变形为 $\frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ ，先计算括号内分数减法，再计算乘法和除法，最后计算加法即可.

$$\text{【详解】解：原式} = \frac{8}{3} \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8}{3} \times \left(\frac{2}{8} - \frac{1}{8} \right) + \frac{3}{4} \div \frac{1}{4} \\
 &= \frac{8}{3} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \times 4 \\
 &= \frac{1}{3} + 3 \\
 &= \frac{10}{3}.
 \end{aligned}$$

23. 一个数减去 $\frac{5}{6}$ 的差的 2 倍, 再加上 $2\frac{1}{3}$ 等于 $1\frac{1}{6}$, 求这个数.

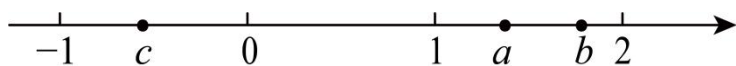
【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算, 解题关键是正确列出算式. 根据题意列出算式, 再根据混合运算的顺序计算即可.

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】 解: } &\left(1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} \right) \div 2 + \frac{5}{6} \\
 &= -\frac{7}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \\
 &= -\frac{7}{12} + \frac{10}{12} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

24. 如图, 数轴上有 a , b , c 三点.



(1) $c-b$ _____ 0; $c+1$ _____ 0; $a+c$ _____ 0; (填 “<”, “=”, “>”)

(2) 化简 $|c-b| + 2|c+1| - |a+c|$.

【答案】 (1) <; >; >;

(2) $b-a+2$

【解析】

【分析】 本题考查了根据点在数轴的位置判断式子的正负, 整式的加减, 绝对值化简, 解题的关键是结合数轴判断绝对值符号里面代数式的正负.

(1) 根据数轴分别判断 $c-b$, $c+1$, $a+c$ 的正负, 即可解题;

(2) 根据 (1) 中式子正负结合绝对值性质进行化简, 即可解题.

【小问 1 详解】

解：由图知， $-1 < c < 1 < a < b < 2$ ，

所以 $c - b < 0$ ， $c + 1 > 0$ ， $a + c > 0$ ，

故答案为：<；>；>；

【小问 2 详解】

解： $|c - b| + 2|c + 1| - |a + c|$

$$= -(c - b) + 2(c + 1) - (a + c)$$

$$= -c + b + 2c + 2 - a - c$$

$$= b - a + 2.$$

四、解答题：（本大题共 3 题）

25. 某校六年级（1）班有 45 名同学，在体育活动课中，有 $\frac{4}{15}$ 的同学参加了踢足球活动，有 $\frac{4}{9}$ 的同学参加了跳绳活动，剩余的同学都参加了打篮球活动.

（1）求参加了打篮球活动的同学有多少名？

（2）求体育活动课中参加跳绳活动的同学比参加踢足球活动的同学多几分之几？

【答案】（1）参加了打篮球活动的同学有 13 名

（2）体育活动课中参加跳绳活动的同学比参加踢足球活动的同学多 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了分数四则混合运算的实际应用，解题的关键是正确理解题意.

（1）先求出打篮球活动的同学的占比，再由总数乘以占比即可；

（2）先求出参加跳绳活动的同学和参加踢足球活动的同学的人数，然后求出差值，再除以踢足球活动的同学人数即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解：} \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{32}{45}$$

$$1 - \frac{32}{45} = \frac{13}{45}$$

$$45 \times \frac{13}{45} = 13 \text{（名）}$$

答：参加了打篮球活动的同学有 13 名.

【小问 2 详解】

$$\text{解：} 45 \times \frac{4}{15} = 12 \text{（名）}$$

$45 \times \frac{4}{9} = 20$ (名)

$(20 - 12) \div 12 = \frac{2}{3}$

答：体育活动课中参加跳绳活动的同学比参加踢足球活动的同学多 $\frac{2}{3}$.

26. 最近几年时间，全球的新能源汽车发展迅猛，尤其对于我国来说，新能源汽车产量、销量都大幅增加. 小海家新购置了一辆新能源汽车，他连续七天记录了每天行驶的路程 (如表). 以 50km 为标准，多于 50km 的用正数表示，不足 50km 的用负数表示，刚好 50km 的记为 0.

时间	第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
路程 /km	-8	-12	-16	0	+22	+31	+33

(1) 小海家的新能源汽车这七天一共行驶了多少千米？

(2) 小海家原汽油车每行驶 100km 需用汽油 6.5L，汽油价格为 6.8 元/升，而此辆新能源汽车每行驶 100km 耗电量为 15 千瓦时，平均充电费用为每千瓦时 1.1 元. 小海家换成新能源汽车后，这七天的行驶费用比原来节省多少元？

【答案】 (1)

小海家的新能源汽车这七天一共行驶了 400 千米；

(2)

这七天的行驶费用比原来节省了 110.8 元.

【解析】

【分析】 本题主要考查了正负数意义，以及有理数计算在实际问题中的应用，理解题意根据题目描述数量间的表达含义，进行有理数的四则运算，计算出问题中的目标量是解题关键，

(1) 理解正负数的表示含义，即正数表示多于标准的路程数，例如第五天路程表示为 +22，即实际行驶了 $50 + 22 = 72$ 千米，负数表示少于标准的路程数，例如第一天路程表示为 -8，即实际行驶了 $50 - 8 = 42$ 千米；

(2) 利用七天行驶的总路程数，求出每百千米的耗油和耗电量，然后，乘以对应的每升油价和每千瓦时电价，计算出汽油车与新能源汽车七天的行驶费用，最后相减即可计算出结果.

【小问 1 详解】

解： $7 \times 50 + (-8 - 12 - 16 + 0 + 22 + 31 + 33) = 400$ (千米)

答：小海家的新能源汽车这七天一共行驶了400千米；

【小问2详解】

设：汽油车和新能源车行驶七天的费用分别为 $w_{\text{汽}}$ 和 $w_{\text{新}}$ ，

依据题意可知，

$$w_{\text{汽}} = 400 \div 100 \times 6.5 \times 6.8 = 176.8 \text{ (元)}$$

$$w_{\text{新}} = 400 \div 100 \times 15 \times 1.1 = 66 \text{ (元)}$$

节省的费用为，

$$w_{\text{汽}} - w_{\text{新}} = 176.8 - 66 = 110.8 \text{ (元)}$$

答：这七天的行驶费用比原来节省了110.8元.

27. 观察下列等式：

$$\frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}, \quad \frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}, \quad \frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9}, \quad \frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}.$$

运用以上规律，回答下列问题：

(1) 填空： $\frac{2}{19 \times 21} = \frac{1}{(\textcircled{1})} - \frac{1}{(\textcircled{2})}$ ，①填_____，②_____；

(2) 计算： $\frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{61 \times 63}$ ；

(3) 计算： $2020 \frac{1}{18} + 2021 \frac{1}{54} + 2022 \frac{1}{108} + 2023 \frac{1}{180} + 2024 \frac{1}{270} + 2025 \frac{1}{378} = \underline{\hspace{2cm}}$. (直接写出答案)

【答案】 (1) ①19； ②21

(2) $\frac{10}{63}$

(3) $12135 \frac{2}{21}$

【解析】

【分析】 本题考查分式运算规律，熟练找到规律是解题的关键.

(1) 观察题干等式，发现规律， $\frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}$ ， n 为正整数，据此解答即可；

(2) 观察所求式子发现规律， $\frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right)$ ，据此化简计算即可；

(3) 将整数部分和分数部分分开计算, 根据发现的规律, 进行化简计算即可.

【小问 1 详解】

解: 观察题干等式, 发现规律, $\frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3}$, n 为正整数,

$$\text{则 } \frac{2}{19 \times 21} = \frac{1}{19} - \frac{1}{21},$$

故答案为: ①19; ②21;

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{61 \times 63} \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{61} - \frac{1}{63} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{63} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{20}{63} \\ &= \frac{10}{63} \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & 2020 \frac{1}{18} + 2021 \frac{1}{54} + 2022 \frac{1}{108} + 2023 \frac{1}{180} + 2024 \frac{1}{270} + 2025 \frac{1}{378} \\ &= (2020 + 2021 + 2022 + 2023 + 2024 + 2025) + \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{108} + \frac{1}{180} + \frac{1}{270} + \frac{1}{378} \right) \\ &= 12135 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \right) \\ &= 12135 + \frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) \\ &= 12135 + \frac{1}{9} \left(1 - \frac{1}{7} \right) \\ &= 12135 + \frac{1}{9} \times \frac{6}{7} \\ &= 12135 \frac{2}{21}. \end{aligned}$$

五、探究题：(本大题共 1 题)

28. 【问题背景】我们知道 $|x|$ 的几何意义是：在数轴上数 x 对应的点与原点 O 的距离，这个结论可以推广为： $|x_1 - x_2|$ 表示在数轴上数 x_1 ， x_2 对应点之间的距离。



【问题解决】

- (1) 在数轴上， A 点表示的数是 2， B 点表示的数是 -3 ，则点 A 与点 B 之间的距离 $AB =$ _____.
- (2) 如果点 A 在数轴上表示的数为 x ，点 B 在数轴上表示的数为 4，点 A 与点 B 之间的距离 AB 为 5，那么 $x =$ _____.
- (3) 若 $d = |x+1| + |x-2|$ ，则 d 的最小值为_____，此时正整数 x 的值为_____.

【关联运用】

- (4) 点 A 、 B 、 C 是数轴上的三个点， A 点表示的数是 -2 ， B 点表示的数是 1， C 点表示的数是 8，点 A 、 B 、 C 开始在数轴上运动，若点 A 以每秒 1 个单位长度的速度向左运动，同时，点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 4 个单位长度的速度向右运动，假设 t 秒钟过后，若点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB ，点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC ，请问 $BC - \frac{2}{3}AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求出 $BC - \frac{2}{3}AB$ 的值.

【答案】(1) 5；(2) -1 或 9；(3) 3，1 或 2；(4) 不会改变，值为 5

【解析】

【分析】(1) 根据 $AB = |-3 - 2|$ ，计算求解即可；

(2) 由题意知， $x = 4 - 5$ 或 $x = 4 + 5$ ，计算求解即可；

(3) $d = |x+1| + |x-2| = |x - (-1)| + |x-2|$ ，表示数轴上表示 x 的点到数轴上表示 -1 和 2 的点之间的距离和，由 $|-1 - 2| = 3$ ，即可求解；

(4) 由题意知， t 秒钟时，运动后的点 A, B, C 表示的数分别为 $-2 - t, 1 + 2t, 8 + 4t$ ，则

$AB = (1 + 2t) - (-2 - t)$ ； $BC = (8 + 4t) - (1 + 2t)$ ，由题意知， $BC - \frac{2}{3}AB = (2t + 7) - \frac{2}{3}(3t + 3) = 5$ ，然后作答即可.

【详解】(1) 解：由题意知， $AB = |-3 - 2| = 5$ ，

故答案为：5；

(2) 解：由题意知， $x = 4 - 5 = -1$ 或 $x = 4 + 5 = 9$ ，

故答案为：-1 或 9；

(3) 解： $d = |x + 1| + |x - 2| = |x - (-1)| + |x - 2|$ ，表示数轴上表示 x 的点到数轴上表示 -1 和 2 的点之间的距离和，

$$\therefore |-1 - 2| = 3,$$

$\therefore$ 当 x 表示 -1 和 2 之间的点时， $d = |-1 - x| + |2 - x|$ 有最小值 3，

$\therefore$ 此时正整数 x 的值为 1 或 2；

故答案为：3，1 或 2.

(4) 解：不变，理由如下：

由题意知， t 秒钟时，运动后的点 A, B, C 表示的数分别为 $-2 - t, 1 + 2t, 8 + 4t$ ，

$$\therefore AB = (1 + 2t) - (-2 - t) = 3t + 3, BC = (8 + 4t) - (1 + 2t) = 2t + 7,$$

$$\text{由题意知，} BC - \frac{2}{3}AB = (2t + 7) - \frac{2}{3}(3t + 3) = 5,$$

$\therefore BC - \frac{2}{3}AB$ 的值不会随着时间 t 的变化而改变，其值为 5.

【点睛】 本题考查了数轴上两点之间的距离，绝对值的意义，列代数式，整式的加减等知识. 熟练掌握数轴上两点之间的距离，绝对值的意义，列代数式，整式的加减是解题的关键.