

期中试卷（拔尖卷）

（时间： 90 分钟 分值： 100 分）

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 在 $-0.3, -\left|-2\frac{1}{2}\right|, 15\%, 0, (-1)^4, -2^2, -(-2)^2$ 这七个数中，非负数有（ ）

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据大于等于 0 的数是非负数，可得答案.

【详解】 解： $-\left|-2\frac{1}{2}\right| = -2\frac{1}{2}$ ， $(-1)^4 = 1$ ， $-2^2 = -4$ ， $-(-2)^2 = -4$ ，

$\therefore$ 非负数有 $15\%, 0, (-1)^4$ 共 3 个，

故选： A.

【点睛】 本题考查了有理数，非负数就是正数或者是 0.

2. 下列方程中，一元一次方程是（ ）

- A. $x = 0$ B. $x + 1 = x^2$ C. $2y - (x + 3) = 9$ D. $x + \frac{1}{x} = 2$

【答案】 A

【解析】

【分析】 含有一个未知数，并且未知数的最高次数为 1 的整式方程叫做一元一次方程；据此进行判断即可.

【详解】 解： A. $x = 0$ 符合一元一次方程的定义，故此项符合题意；

B. 未知数的最高次数为 2，不是 1，不符合一元一次方程的定义，故此项不符合题意；

C. 含有两个未知数，不是一个未知数，不符合一元一次方程的定义，故此项不符合题意；

D. 是分式方程，不是整式方程，不符合一元一次方程的定义，故此项不符合题意；

故选： A.

【点睛】 本题考查了一元一次方程的定义，理解定义是解题的关键.

3. 下列各组运算，运算后结果相同的是（ ）

- A. 3^2 和 2^3 B. -2^4 和 $(-4)^2$

C. $(-5)^3$ 和 -5^3

D. $(-\frac{3}{4})^2$ 和 $(-\frac{4}{3})^2$

【分析】利用有理数的乘方法则逐项判断即可.

【解答】解: $3^2=9$, $2^3=8$, 则 A 不符合题意;

$-2^4=-16$, $(-4)^2=16$, 则 B 不符合题意;

$(-5)^3=-125$, $-5^3=-125$, 则 C 符合题意;

$(-\frac{3}{4})^2=\frac{9}{16}$, $(-\frac{4}{3})^2=\frac{16}{9}$, 则 D 不符合题意;

故选: C.

【点评】本题考查有理数的乘方, 熟练掌握其运算法则是解题的关键.

4. 如果两个有理数的商是 -1 , 那么说法正确的是 ()

A. 这两个数相等

B. 这两个数互为相反数

C. 这两个数互为倒数

D. 这两个数中一个数是另一个数的相反数的倒数

【分析】根据相反数的定义及有理数的除法, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 两个有理数的商是 -1 ,

$\therefore$ 这两个数互为相反数.

故选: B.

【点评】本题主要考查有理数的除法, 相反数及倒数, 熟练掌握以上知识点是解题的关键.

5. 下列运算正确的是 ()

A. $15 \times \frac{2}{3} + (-12) \times \frac{2}{3} = -18$

B. $(-72\frac{8}{9}) \div 8 = -9\frac{1}{9}$

C. $(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}) \times 0 = \frac{1}{6}$

D. $4 \div (2 - \frac{1}{2}) = -6$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的乘法运算律, 有理数的除法计算, 有理数四则运算, 熟知相关计算法则是解题的关键.

【详解】解: A、 $15 \times \frac{2}{3} + (-12) \times \frac{2}{3} = 10 - 8 = 2$, 原式计算错误, 不符合题意;

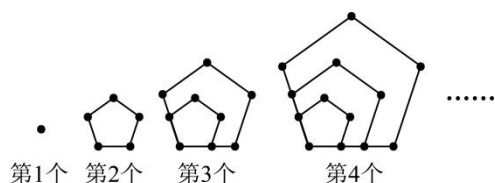
B、 $\left(-72\frac{8}{9}\right) \div 8 = -72 \div 8 + \left(-\frac{8}{9}\right) \div 8 = -9 - \frac{1}{9} = -9\frac{1}{9}$ ，原式计算正确，符合题意；

C、 $\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times 0 = 0$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $4 \div \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 4 \div \frac{3}{2} = \frac{8}{3}$ ，原式计算错误，不符合题意；

故选 B.

6. 观察下面图形，它们是由按一定规律排列的小黑点组成，则第 n 个图小黑点数量的代数式为 ()



A. $5n-1$

B. $5n-2$

C. $4n-2$

D. $4n-3$

【答案】 D

【分析】 本题考查图形类规律探究，观察图形可知，后一个图形比前一个图形多 4 个小黑点，进而求出第 n 个图小黑点数量的代数式即可.

【详解】 解：观察图形可知，第 1 个图形有 1 个小黑点，后一个图形比前一个图形多 4 个小黑点，
 $\therefore$ 第 n 个图小黑点数量的代数式为 $1+4(n-1)=4n-3$ ；

故选 D.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 数轴上与表示数 1 的点的距离为 8 个单位长度的点所表示的数是_____.

【答案】 9 或 -7.

【解析】

【分析】 所求的点可能在数轴上表示 1 的点右边，也可能在左边，因此有两种结果，即 $1+8=9$ 或 $1-8=-7$.

【详解】 解：所求的点可能在表示 1 的点右边，也可能在左边，因此有两种结果，即 $1+8=9$ 或 $1-8=-7$.

故答案为：9 或 -7.

【点睛】 本题考查了数轴上点的问题，掌握数轴上点的性质是解题的关键.

8. 比较大小： $-\frac{3}{4}$ _____ $-|-0.75|$ （用“>”或“=”或“<”连接）.

【答案】 =

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的大小比较，先化简有理数，再比较即可求解，掌握绝对值的性质是解题的关键.

【详解】 解： $\because -|-0.75| = -0.75 = -\frac{3}{4}$ ，

$$\therefore -\frac{3}{4} = -|-0.75|,$$

故答案为： = .

9. $a(a \neq 0)$ 与 b 互为相反数， c 与 d 互为倒数， x 是绝对值最小的数， 则 $2cd + \frac{b}{3a} + 99x =$ _____.

【答案】 $\frac{5}{3} - 1\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 此题主要考查了有理数的混合运算，由题意可得： $a + b = 0$ ， $cd = 1$ ， $x = 0$ ， 据此求出 $2cd + \frac{b}{3a} + 99x$ 的值为多少即可.

【详解】 解： $\because a$ 与 b 互为相反数， c 与 d 互为倒数， x 的绝对值是最小的数，

$$\therefore a + b = 0, \quad cd = 1, \quad x = 0,$$

$$\therefore 2cd + \frac{b}{3a} + 99x = 2 - \frac{1}{3} + 0 = \frac{5}{3}.$$

故答案为： $\frac{5}{3}$.

10. 规定： $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数， 例如 $[0.6] = 0$ ， $[-4.7] = -5$ ； 则 $[-6.2]$ 和 $[3.9]$ 所表示的点在数轴上的距离为 ()

A. 4

B. 9

C. 10

D. 11

【答案】 C

【解析】

【分析】 此题考查了数轴上两点间的距离， 有理数与新定义的结合. 先计算出 $[-6.2]$ 和 $[3.9]$ 数值， 然后运用数轴上两点间的距离公式计算是解此题的关键.

【详解】 解： $\because [-6.2] = -7$ ， $[3.9] = 3$ ，

$$\therefore \text{表示的点在数轴上的距离为 } |-7 - 3| = 10,$$

故选 C.

11. 若 $(x-3)^2 + |y+5| = 0$ ， 则 $x + 2y =$ _____.

【答案】 -7

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值，非负数的性质，根据非负数的性质可求出 x 、 y 的值，再代值计算即可得到答案.

【详解】 解： $\because (x-3)^2 + |y+5| = 0$, $(x-3)^2 \geq 0, |y+5| \geq 0$,

$$\therefore (x-3)^2 = |y+5| = 0 ,$$

$$\therefore x-3=0, y+5=0 ,$$

$$\therefore x=3, y=-5 ,$$

$$\therefore x+2y=3+2 \times (-5)=3-10=-7 ,$$

故答案为： -7 .

12. 已知 $a-3b=2$, 则整式 $2a-6b-3$ 的值是_____.

【答案】 1

【分析】 本题考查了代数式的整体代入求值，解题的关键是对代数式进行变形，构造出已知条件的形式. 对所求整式提取公因式变形，转化为含有已知 $a-3b$ 的形式，再代入已知值计算.

【详解】 解： $\because a-3b=2$,

$$\therefore 2a-6b-3$$

$$=2(a-3b)-3$$

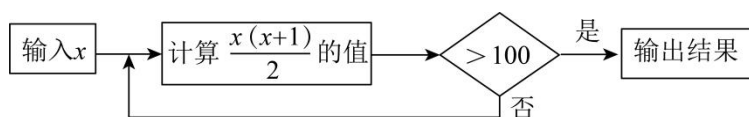
$$=2 \times 2-3$$

$$=4-3$$

$$=1$$

故答案为： 1 .

13. 按下列图示的程序计算，若开始输入的值为 $x=3$, 则最后输出的结果是 ()



A. 6

B. 21

C. 156

D. 231

【答案】 D

【分析】 本题考查的知识点是代数式求值，解答本题的关键就是弄清楚题图给出的计算程序. 观察图示我们可以得出关系式为： $\frac{x(x+1)}{2}$, 因此将 x 的值代入就可以计算出结果. 如果计算的结果 ≤ 100 则需要把结果再次代入关系式求值，直到算出的值 > 100 为止，即可得出输出结果.

【详解】 解： 依据题中的计算程序列出算式： 由于 $\frac{x(x+1)}{2} = \frac{3(3+1)}{2} = 6$,

$\because 6 < 100$,

$\therefore$ 应该按照计算程序继续计算 $\frac{6(6+1)}{2} = 21$,

$\because 21 < 100$,

$\therefore$ 应该按照计算程序继续计算 $\frac{21(21+1)}{2} = 231$,

$\because 231 > 100$,

$\therefore$ 输出结果为 231.

故选: D.

14. 如果关于 x 的方程 $(|k|-1)x^2 - 2(k-1)x + 2 = 0$ 是一元一次方程, 则 $k =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 根据一元一次方程是只有一个未知数且未知数的次数是 1 的方程可知, x^2 的系数应为 0, x 的系数应不为 0, 列出关系式求解即可.

【详解】 解: 由题意得:
$$\begin{cases} |k|-1=0 \\ -2(k-1) \neq 0 \end{cases}$$

解得 $k = \pm 1$ 且 $k \neq 1$,

$\therefore k = -1$

故答案为: -1.

【点睛】 本题考查了一元一次方程的概念, 熟悉一元一次方程应满足的条件是解题的关键.

15. 如果关于 y 的方程 $3y + 4 = 4a$ 和 $y - 5 = a$ 有相同解, 则 a 的值是_____.

【答案】 19

【解析】

【分析】 分别解两个方程, 令其解相等, 再解关于未知系数 a 的方程即可.

【详解】 解: $\because 3y + 4 = 4a$, $y - 5 = a$ 是同解方程,

$\therefore$ 可得: $y = \frac{4a-4}{3} = 5+a$,

解得: $a = 19$,

故答案为: 19.

【点睛】 本题考查了方程的解, 解题的关键是掌握“方程 $3y + 4 = 4a$ 和 $y - 5 = a$ 有相同解”即是一个等量关系, 要善于利用等量关系列方程.

16. 关于 x 的方程 $9x + 2k = kx + 19$ 的解是正整数, 则整数 k 的值为_____.

【答案】 8 或 10

【解析】

【分析】 本题主要考查了根据一元一次方程解的情况求参数. 正确求出 $x = 2 + \frac{1}{9-k}$, 进而得到 $9-k = -1$ 或 $9-k = 1$, 是解题的关键.

先按照解一元一次方程的方法求出方程的解, 再根据方程的解为正整数进行求解即可.

【详解】 解: $9x + 2k = kx + 19$,

$$9x - kx = 19 - 2k,$$

$$(9-k)x = 19 - 2k,$$

$$x = \frac{19-2k}{9-k} = \frac{2(9-k)+1}{9-k} = 2 + \frac{1}{9-k},$$

$\therefore$ 原方程解是正整数,

$$\therefore \frac{1}{9-k} > -2 \text{ 且 } \frac{1}{9-k} \text{ 为整数},$$

$$\therefore 9-k = -1 \text{ 或 } 9-k = 1,$$

$$\text{解得: } k = 10 \text{ 或 } k = 8,$$

故答案为: 8 或 10.

17. 小马利用计算机设计了一个计算程序, 输入和输出的数据如下表:

输入	……	1	2	3	4	5	……
输出	……	$-\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$-\frac{5}{26}$	……

则小马输入的数据为 7 时, 输出的数据为_____.

【答案】 $-\frac{7}{50}$

【解析】

【分析】 根据表格得出输入的数据, 输出的数据, 归纳总结得到一般性规律, 当输入的数据是 n 时, 输出的数据是 $(-1)^n \times \frac{n}{n^2+1}$, 再把 $n = 7$ 时, 代入计算即可.

【详解】 解: 当输入的数据是 1 时, 输出的数据是 $-\frac{1}{2} = (-1)^1 \times \frac{1}{1^2+1}$;

当输入的数据是 2 时, 输出的数据是 $\frac{2}{5} = (-1)^2 \times \frac{2}{2^2+1}$;

当输入的数据是 3 时, 输出的数据是 $-\frac{3}{10} = (-1)^3 \times \frac{3}{3^2+1}$;

当输入的数据是 4 时，输出的数据是 $\frac{4}{17} = (-1)^4 \times \frac{4}{4^2 + 1}$ ；

当输入的数据是 5 时，输出的数据是 $-\frac{5}{26} = (-1)^5 \times \frac{5}{5^2 + 1}$ ；

.....

当输入的数据是 n 时，输出的数据是 $(-1)^n \times \frac{n}{n^2 + 1}$ ，

$\therefore$ 当输入的数据是 7 时，输出的数据是 $(-1)^7 \times \frac{7}{7^2 + 1} = -\frac{7}{50}$ ，

故答案为： $-\frac{7}{50}$ 。

【点睛】此题考查了数字规律探究，总结归纳出规律是解本题的关键。

18. 探索下列式子的规律： $2^3 - 2 = 3 \times 2$ ， $2^5 - 2^3 = 3 \times 2^3$ ， $2^7 - 2^5 = 3 \times 2^5$ ， $\dots\dots$ ，请计算：

$$2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\frac{2^{2025} - 2}{3}$

【解析】

【分析】先根据规律写出 $2^3 - 2 = 3 \times 2$ ， $2^5 - 2^3 = 3 \times 2^3$ ， $2^7 - 2^5 = 3 \times 2^5$ ， $\dots\dots 2^{2023} - 2^{2021} = 3 \times 2^{2021}$ ，

$2^{2025} - 2^{2023} = 3 \times 2^{2023}$ ，再将等式左右同时叠加得出： $-2 + 2^{2025} = 3 \times (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023})$ ，两边同时

除以 3，得出 $\frac{-2 + 2^{2025}}{3} = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023}$ ，即可得出答案。

【详解】解：根据式子的规律：

$$2^3 - 2 = 3 \times 2，$$

$$2^5 - 2^3 = 3 \times 2^3，$$

$$2^7 - 2^5 = 3 \times 2^5，$$

.....

$$2^{2023} - 2^{2021} = 3 \times 2^{2021}，$$

$$2^{2025} - 2^{2023} = 3 \times 2^{2023}，$$

将以上等式左右同时叠加得出： $-2 + 2^{2025} = 3 \times (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023})$ ，

两边同时除以 3，得出 $\frac{-2 + 2^{2025}}{3} = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023}$ ，

所以 $2+2^3+2^5+\cdots+2^{2023}=\frac{2^{2025}-2}{3}$.

故答案为: $\frac{2^{2025}-2}{3}$.

【点睛】 本题考查数字的规律，根据题目找出规律是解题的关键.

三、简答题（本大题共 4 题，每题 6 分，满分 24 分）

19. 计算：

$$(1) 3\frac{5}{12}-\frac{11}{4}+1\frac{7}{12}; \quad (2) \left(-\frac{1}{24}\right) \div \left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)$$

解：(1) $3\frac{5}{12}-\frac{11}{4}+1\frac{7}{12}$
 $=3\frac{5}{12}+1\frac{7}{12}-\frac{11}{4}$
 $=5-\frac{11}{4}$
 $=\frac{9}{4}$

(2) $\left(-\frac{1}{24}\right) \div \left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)$
 $=\left(-\frac{1}{24}\right) \div \left(\frac{9}{12}-\frac{10}{12}+\frac{8}{12}\right)$
 $=\left(-\frac{1}{24}\right) \div \frac{7}{12}$
 $=-\frac{1}{24} \times \frac{12}{7}$
 $=-\frac{1}{14}$.

20. 计算：

$$(1) -7 \div \frac{7}{22} + 26 \times \left(-\frac{22}{7}\right) - 2 \times 3\frac{1}{7}.$$

$$(2) \left[\left(2\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{16}{27} - |-2^2-4| \right] \div (-0.1)^2.$$

【答案】 (1) -110 (2) -500

【详解】 (1) $-7 \div \frac{7}{22} + 26 \times \left(-\frac{22}{7}\right) - 2 \times 3\frac{1}{7}$

$$\begin{aligned}
&= -7 \times \frac{22}{7} - 26 \times \frac{22}{7} - 2 \times \frac{22}{7} \\
&= (-7 - 26 - 2) \times \frac{22}{7} \\
&= -35 \times \frac{22}{7} \\
&= -110.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2) & \left[\left(2\frac{1}{4} \right)^2 \times \frac{16}{27} - |-2^2 - 4| \right] \div (-0.1)^2 \\
&= \left(\frac{81}{16} \times \frac{16}{27} - |-4 - 4| \right) \div 0.01 \\
&= (3 - 8) \div 0.01 \\
&= (-5) \div 0.01 \\
&= -500.
\end{aligned}$$

21. 化简:

$$(1) -b + 0.6b - 2.6b$$

$$(2) \frac{1}{3}(a+b) - \frac{2a-5b}{3}$$

【答案】 (1) $-3b$

(2) $-\frac{1}{3}a + 2b$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算，解题的关键是掌握整式的加减运算法则.

(1) 根据合并同类项法则求解即可；

(2) 根据去括号，合并同类项，求解即可.

【小问 1 详解】

解: $-b + 0.6b - 2.6b$

$$= -0.4b - 2.6b$$

$$= -3b$$

【小问 2 详解】

$$\frac{1}{3}(a+b) - \frac{2a-5b}{3}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a+b}{3} - \frac{2a-5b}{3} \\
&= \frac{a+b-(2a-5b)}{3} \\
&= \frac{a+b-2a+5b}{3} \\
&= \frac{-a+6b}{3} \\
&= -\frac{1}{3}a + 2b
\end{aligned}$$

22. 解方程:

$$(1) \frac{x+0.2}{0.8} - \frac{x-0.5}{0.4} = \frac{7}{6}.$$

【答案】(1) $x = \frac{4}{15}$ (2) 无解

【分析】本题考查了解一元一次方程，熟练掌握解一元一次方程的步骤是解题的关键.

先变形，再通过去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1即可求出 x 的值.

【详解】解: $\frac{x+0.2}{0.8} - \frac{x-0.5}{0.4} = \frac{7}{6},$

方程可化为 $\frac{5x+1}{4} - \frac{10x-5}{4} = \frac{7}{6},$

去分母得, $3(5x+1) - 3(10x-5) = 14,$

$$15x+3-30x+15=14,$$

$$15x-30x=14-3-15,$$

$$-15x=-4,$$

$$x=\frac{4}{15}.$$

(2) $x-|4x+3|=3$

$$|4x+3|=x-3$$

$$x-3 \geq 0$$

解得 $x \geq 3$

由绝对值的意义可得,

$$4x+3=x-3 \text{ 或 } 4x+3=3-x,$$

解得 $x=-2$ (舍去) 或 0 (舍去),

所以, 原方程无解;

四、解答题 (本大题共 5 题, 满分 34 分)

23. 先化简, 再求值. $2(3b-4a-1)-3(b-2a-3)$, 其中 $a=-2$, $b=-\frac{1}{2}$.

【答案】 $3b-2a+7$, $\frac{19}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查整式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 先去括号再合并同类项, 最后代数求值即可.

【详解】 解: 原式 $= 6b-8a-2-3b+6a+9$

$= 3b-2a+7$,

将 $a=-2$, $b=-\frac{1}{2}$ 代入,

原式 $= 3 \times (-\frac{1}{2}) - 2 \times (-2) + 7$

$= \frac{19}{2}$;

24. 某检修小组乘汽车沿公路检修线路, 约定前进为正, 后退为负, 某天自 O 地出发到收工时所走路线 (单位: 千米) 为: $+10, -3, +4, +2, -8, +13, -2, -12, +8, +5$

(1) 问收工时距 O 地多远?

(2) 若每千米耗油 0.2 升, 从 O 地出发到收工时共耗油多少升?

【答案】 (1) 收工时距 O 地 17 千米

(2) 从 O 地出发到收工时共耗油 13.4 升

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数加法的实际应用, 有理数乘法的实际应用:

(1) 把所给的行程记录相加, 最后的结果取绝对值即可得到答案;

(2) 先求出总路程, 再乘以每千米的油耗即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: $(+10) + (-3) + (+4) + (+2) + (-8) + (+13) + (-2) + (-12) + (+8) + (+5)$

$= 10 - 3 + 4 + 2 - 8 + 13 - 2 - 12 + 8 + 5$

$= 17$,

答: 收工时距 O 地 17 千米;

【小问 2 详解】

解: $|+10| + |-3| + |+4| + |+2| + |-8| + |+13| + |-2| + |-12| + |+8| + |+5| = 67$

$= 10 + 3 + 4 + 2 + 8 + 13 + 2 + 12 + 8 + 5$

$= 67$ 千米,

$$67 \times 0.2 = 13.4 \text{ 升},$$

答：从O地出发到收工时共耗油13.4升.

25. 学校计划给每个班安装直饮水机，某商场的报价为每台300元，已知该校共有 $x(x > 40)$ 个班级，当购买数量超过40台时，商场给出如下两种优惠方案（学校选择其中一种方案进行购买）：

方案一：学校先交450元定金后，每台250元；

方案二：5台免费，其余每台按报价打九折（九折即按报价的90%收费）.

(1)用含 x 的代数式分别表示按两种方案购买的费用；

(2)若该校共有56个班级，学校选择哪种方案购买直饮水机更省钱？

【分析】 本题考查了列代数式，代数式求值，掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 根据题意列出代数式即可；

(2) 当 $x = 56$ 时，分别计算方案一和方案二得费用，然后比较即可.

【详解】 (1) 解：(1) 方案一收费为 $(450 + 250x)$ 元，

方案二收费为： $300 \times 90\%(x - 5) = 270(x - 5) = 270x - 1350$ (元)；

(2) 解：当 $x = 56$ 时，

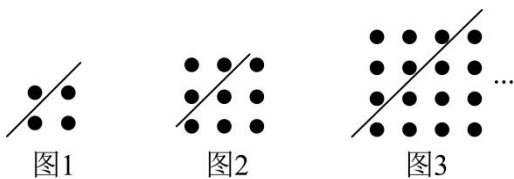
选择方案一需要的费用为 $450 + 250 \times 56 = 14450$ (元)，

选择方案二需要的费用为 $270 \times 56 - 1350 = 13770$ (元)，

因为 $14450 > 13770$ ，

所以学校选择方案二购买直饮水机更省钱.

26. 学校数学兴趣小组在开展探究活动中发现，“三角形数”1、3、6、10...，与“正方形数”1、4、9、16...之间有一定的联系，他们将“正方形数”4、9、16...分别用如图图形表示.



(1)数学九章兴趣小组从图中观察发现，“正方形数” $4 = 1 + 3$ ， $9 = 3 + 6$ ， $16 = 6 + 10$ ，得出：任何一个大于1的“正方形数”都可以看作两个相邻“三角形数”之和.25 可以看作两个相邻“三角形数”之和， $25 = \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$ ；

(2)数学勾股兴趣小组观察图形并结合“正方形数”特点，发现如下规律： $4 = 2^2 = 1 + 2 + 1 = 1 + 3$ ；

$9 = 3^2 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 3 + 6$ ； $16 = 4^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 6 + 10$ ；...仿照上述规律， $36 = 6^2 = \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$ ；

(3)结合两个兴趣小组发现的规律，将“正方形数” n^2 写成两个相邻“三角形数”之和， $n^2 = \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad}$.

【答案】(1)10, 15

(2)15, 21

(3) $\frac{n(n-1)}{2}, \frac{n(n+1)}{2}$

【分析】本题考查了规律型：数字的变化类：通过从一些特殊的数字变化中发现不变的因素或按规律变化的因素，然后推广到一般情况

(1) 观察图象中点的个数的规律有 $4=2^2=1+2+1$, $9=3^2=1+2+3+2+1$, $16=4^2=1+2+3+4+3+2+1$, 则按照此规律得到 $25=5^2=(1+2+3+4)+(5+4+3+2+1)$;

(2) 观察图象中点的个数的规律有 $4=2^2=1+2+1$, $9=3^2=1+2+3+2+1$, $16=4^2=1+2+3+4+3+2+1$, 则按照此规律得到 $36=6^2=(1+2+3+4+5)+(6+5+4+3+3+2+1)$;

(3) $n^2=1+2+3+4+\cdots+(n-1)+n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1=[1+2+3+4+\cdots+(n-1)]+[n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1]$, 然后求和即可.

【详解】(1) 解: $\because 4=2^2=1+2+1$,

$$9=3^2=1+2+3+2+1,$$

$$16=4^2=1+2+3+4+3+2+1,$$

$$\therefore 25=5^2=1+2+3+4+5+4+3+2+1=10+15;$$

故答案为: 10, 15;

(2) 解: $\because 4=2^2=1+2+1=1+3$,

$$9=3^2=1+2+3+2+1=3+6,$$

$$16=4^2=1+2+3+4+3+2+1=6+10,$$

$$\therefore 36=6^2=1+2+3+4+5+6+5+4+3+3+2+1=15+21,$$

故答案为: 15, 21;

(3) 解: $n^2=1+2+3+4+\cdots+(n-1)+n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1$

$$=[1+2+3+4+\cdots+(n-1)]+[n+(n-1)+(n-2)+\cdots+1]$$

$$=\frac{n(n-1)}{2}+\frac{n(n+1)}{2},$$

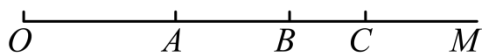
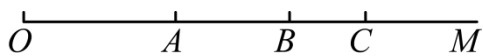
故答案为: $\frac{n(n-1)}{2}, \frac{n(n+1)}{2}$.

27. 如图, 射线 OM 上有三点 A, B, C , 满足 $OA=40\text{ cm}$, $AB=30\text{ cm}$, $BC=20\text{ cm}$. 点 P 从点 O 出发, 沿 OM 方向以 2 cm/秒 的速度匀速运动, 点 Q 从点 C 出发在线段 CO 上向点 O 匀速运动, 两点同时出发, 当点 Q 运动到点 O 时, 点 P, Q 停止运动.

(1)若点 Q 运动速度为 3cm/秒 ，经过多长时间 P, Q 两点相遇？

(2)当 $PB = 2PA$ 时，点 Q 运动到的位置恰好是线段 OB 的中点，求点 Q 的运动速度；

(3)自点 P 运动到线段 AB 上时，分别取 OP 和 AB 的中点 E, F ，求 $\frac{OB-AP}{EF}$ 的值。



备用图

【答案】 (1) 18 秒相遇；(2) Q 的运动速度为 11cm/s 或者 $\frac{11}{5}\text{cm/s}$ ；(3) 2.

【分析】 (1) 设运动时间为 t 秒，先求出 $OC=90$ ，根据速度乘以时间得到 $OP=2t$ ， $CQ=3t$ ，再根据相遇公式路程和等于距离列方程解答即可；

(2) 先求出线段 OB 的长度得到中点 Q 所表示的数，再根据 $PB = 2PA$ 只存在两种情况，求出点 P 的运动时间即点 Q 的运动时间即可得到速度；

(3) 分别求出 OB 、 AP 及 EF 的长，即可代入计算得到答案。

【详解】 (1) 设运动时间为 t 秒，此时 $OP=2t$ ， $OQ=3t$ ，

$$\because OA = 40\text{cm}, AB = 30\text{cm}, BC = 20\text{cm},$$

$$\therefore OC = OA + AB + BC = 90\text{cm},$$

$$\therefore 2t + 3t = 90,$$

$$t = 18,$$

$\therefore$ 经过 18 秒 P, Q 两点相遇；

(2) $\because$ 点 Q 运动到的位置恰好是线段 OB 的中点， $OB = 40 + 30 = 70$ ，

$\therefore$ 点 Q 表示的数是 35，此时 $CQ = 90 - 35 = 55$ ，

由 $PB = 2PA$ ，可分两种情况：

①当点 P 在 OA 上时，得 $PA = AB = 30$ ，此时 $OP = OA - PA = 10$ ，

点 P 运动的时间为 $\frac{10}{2} = 5\text{s}$ ，

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的运动速度} = \frac{55}{5} = 11\text{cm/s}；$$

②当点 P 在 AB 上时， $AB = 3PA$ ， $\therefore PA = 10$ ，此时 $OP = OA + PA = 50$ ，

点 P 的运动时间是 $\frac{50}{2} = 25\text{s}$ ，

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的运动速度} = \frac{55}{25} = \frac{11}{5}\text{cm/s}，$$

综上，点 Q 的运动速度是 11cm/s 或者 $\frac{11}{5}\text{cm/s}$ ；

(3) 设运动时间是 a 秒, 此时 $OP=2a$, $AP=2a-40$,

$\because$ 点 E 是 OP 的中点,

$\therefore OE=a$,

$\because$ 点 F 是 AB 的中点, $AB=30$,

$\therefore BF=15$,

$\therefore EF=OB-OE-BF=70-a-15=55-a$,

$$\therefore \frac{OB-AP}{EF} = \frac{70-(2a-40)}{55-a} = 2.$$

【点睛】 此题考查数轴上的点的运动问题, 数轴上两点之间的距离公式, 两点的中点公式, 在点运动过程中注意分情况解决问题的方法.