

# 2025 学年第一学期六年级质量调研数学样卷

(满分 100 分, 考试时间 90 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 27 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出推理或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 微信收付款具有“二维码收款”和“向商家付款”两项功能, 若使用二维码收款 50 元记作 +50 元, 那么向商家付款 80 元记作 ( )

- A. +80                      B. -80                      C. +80 元                      D. -80 元

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了相反意义的量, 正负数表示具有相反意义的量, 根据二维码收款记为正, 向商家付款记为负求解即可.

【详解】解:  $\because$  二维码收款 50 元记作 +50 元,

$\therefore$  向商家付款 80 元记作 -80 元,

故选: D,

2. 下列各式是一元一次方程的是 ( )

- A.  $3x-7$                       B.  $x+y=3$                       C.  $x^2+x=0$                       D.  $3x-1=0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一元一次方程的定义, 根据一元一次方程的定义 (只含有一个未知数, 且未知数的最高次数为 1 的整式方程) 进行判断即可得出结果, 熟练掌握一元一次方程的定义是解此题的关键.

【详解】解: A、 $3x-7$  不是方程, 故不符合题意;

B、含有两个未知数, 不是一元一次方程, 故不符合题意;

C、未知数的最高次数为 2, 不是一元一次方程, 故不符合题意;

D、只含一个未知数，且次数为1，是一元一次方程，故符合题意；

故选：D.

3. 数轴上有  $A$ 、 $B$  两点，点  $A$  表示  $-2.5$ ，点  $B$  表示  $1.5$ ，下列说法正确的是（ ）

A.  $A$ 、 $B$  两点间的距离为 1

B. 点  $A$  表示的数的相反数比点  $B$  表示的数的相反数

小

C. 点  $A$  到原点的距离是 2.5

D. 点  $B$  在点  $A$  的左侧

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数与数轴，相反数，有理数比较大小，根据数轴上两点间的距离公式可判断 A、C；求出点 A 和点 B 表示的数的相反数，再比较大小即可判断 B；根据数轴上右边的数大于左边的数即可判断 D.

【详解】解：∵ 点  $A$  表示  $-2.5$ ，点  $B$  表示  $1.5$ ，

∴  $A$ 、 $B$  两点间的距离为  $|-2.5-1.5| = |-4| = 4$ ，故 A 说法错误；

∴ 点  $A$  表示的数的相反数为  $-(-2.5) = 2.5$ ，点  $B$  表示的数的相反数为  $-1.5$ ，且  $2.5 > -1.5$ ，

∴ 点  $A$  表示的数的相反数比点  $B$  表示的数的相反数大，故 B 说法错误；

∴ 点  $A$  表示  $-2.5$ ，

∴ 点  $A$  到原点的距离是  $|-2.5-0| = 2.5$ ，故 C 说法正确；

∴ 点  $A$  表示  $-2.5$ ，点  $B$  表示  $1.5$ ，

∴ 点  $B$  在点  $A$  的右侧，故 D 说法错误；

故选：C.

4. 某商品包装袋上标注净含量： $(500 \pm 3)$  克，下列选项中表示净含量范围正确的是（ ）

A. 497 克  $\sim$  503 克

B. 497 克  $\sim$  500 克

C. 500 克  $\sim$  503 克

D. 497 克或 503 克

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了正负数的应用，有理数加法和减法的应用，根据“ $500 \pm 3$  克”表示净含量以 500 克为基准，允许有  $\pm 3$  克的误差，因此范围是从 500 减 3 克到 500 加 3 克.

【详解】解：∵ 净含量标注为  $(500 \pm 3)$  克，

∴ 最小值为  $500 - 3 = 497$  克，最大值为  $500 + 3 = 503$  克，

∴净含量范围是497克~503克.

故选 A.

5. 下列各对数中, 数值相等的是 ( )

A.  $-2^3$  和  $-3^2$

B.  $(-3)^3$  和  $-3^3$

C.  $-3 \times 2^3$  和  $(-3 \times 2)^3$

D.  $(-3)^2$  和  $-3^2$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的乘方运算, 解题的关键是掌握运算法则; 通过计算每对数的数值, 比较是否相等即可.

【详解】 解: A、 $-2^3 = -8$ ,  $-3^2 = -9$ ,  $-8 \neq -9$ , 故本选项不符合题意;

B、 $(-3)^3 = -27$ ,  $-3^3 = -27$ ,  $-27 = -27$ , 故本选项符合题意;

C、 $-3 \times 2^3 = -3 \times 8 = -24$ ,  $(-3 \times 2)^3 = (-6)^3 = -216$ ,  $-24 \neq -216$ , 故本选项不符合题意;

D、 $(-3)^2 = 9$ ,  $-3^2 = -9$ ,  $9 \neq -9$ , 故本选项不符合题意;

故选: B.

6. 小明的爸爸准备开车从 A 地前往 B 地, 两地实际距离 AB 的长为 24.9km (如图), 导航推荐的三条可选驾车路线长分别为 36km, 34km 和 29km. 能用来解释这一事实的数学知识是 ( )



|        |      |          |
|--------|------|----------|
| 34分钟   | 52分钟 | 58分钟     |
| 29公里   | 34公里 | 36公里     |
| 11     | 38   | 55       |
| 夜间宽敞大路 | 备选二  | 最省电. 等灯多 |

- A. 点动成线  
B. 经过一点可以画无数条直线  
C. 两点之间，线段最短  
D. 经过两点有且只有一条直线

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了线段的性质，根据两点之间，线段最短即可得出结果，熟练掌握线段的性质是解此题的关键.

【详解】解：小明的爸爸准备开车从  $A$  地前往  $B$  地，两地实际距离  $AB$  的长为  $24.9\text{km}$ （如图），导航推荐的三条可选驾车路线长分别为  $36\text{km}$ ， $34\text{km}$  和  $29\text{km}$ . 能用来解释这一事实的数学知识是两点之间，线段最短，

故选：C.

## 二、填空题（本大题共 14 题、每题 2 分，满分 28 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 8 与 12 的最大公因数是\_\_\_\_\_

【答案】4

【解析】

【详解】分析：根据题意先求出 8 和 12 的因数，然后从这些因数中找出它们的最大公因数.

解：8 的因数有：1、2、4、8；

12 的因数有：1、2、3、4、6、12； $\therefore$  8 与 12 的最大公因数是 4，

故答案为 4.

8. 把 0.45 化成最简分数是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{9}{20}$

【解析】

【分析】 本题考查了最简分数，将小数 0.45 转化为分数形式，然后通过约分得到最简分数，熟练掌握分数的基本性质是解此题的关键.

【详解】 解：  $0.45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$ ,

故答案为：  $\frac{9}{20}$ .

9.  $-1\frac{2}{3}$  的倒数是\_\_\_\_\_.

【答案】  $-\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一个数的倒数，乘积为 1 的两个数互为倒数，据此可得答案.

【详解】 解：  $-1\frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$ ,

$$\therefore -\frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = 1,$$

$$\therefore -1\frac{2}{3} \text{ 的倒数是 } -\frac{3}{5},$$

故答案为：  $-\frac{3}{5}$ .

10. 比较大小：  $-0.125$  \_\_\_\_\_  $-\frac{1}{4}$  ( 填 “>”、“<” 或 “=” ).

【答案】 >

【解析】

【分析】 将  $-\frac{1}{4}$  转化为小数，利用负数的绝对值大的反而小，进行判断即可.

【详解】 解：  $-\frac{1}{4} = -0.25$ ,

$$\therefore 0.125 < 0.25,$$

$$\therefore -0.125 > -0.25,$$

$$\therefore -0.125 > -\frac{1}{4};$$

故答案为： >.

【点睛】 本题考查比较有理数的大小，熟练掌握负数的绝对值大的反而小，是解题的关键.

11. 如果一个一次式与  $5x+3$  的和是  $8x+7$ ，那么这个一次式是\_\_\_\_\_.

【答案】  $3x+4$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算；掌握运算法则是解题的关键；根据整式的加减运算法则，用和减去已知的一次式即可求解.

【详解】 解：根据题意，这个一次式为  $(8x+7)-(5x+3)=8x+7-5x-3=3x+4$ .

故答案为：  $3x+4$ .

12. 书籍是人类进步的阶梯，4月23日是“世界读书日”，学校为“读书分享会”采购了一批图书、其中文学类图书有  $x$  本，科普类图书的数量比文学类的2倍少5本，那么科普类图书有\_\_\_\_\_本. (用含  $x$  的代数式表示)

【答案】  $2x-5$

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式，根据题意，科普类图书的数量比文学类的2倍少5本，因此用代数式表示即可，理解题意是解此题的关键.

【详解】 解：文学类图书有  $x$  本，其2倍为  $2x$  本，

$\therefore$  科普类图书比2倍少5本，

$\therefore$  科普类图书有  $2x-5$  本，

故答案为：  $2x-5$ .

13. 计算：  $43^{\circ}51'+28^{\circ}23' =$  \_\_\_\_\_.

【答案】  $72^{\circ}14'$

【解析】

【分析】 本题考查了角度的运算，角度加法运算，度与度相加，分与分相加，分满60进位到度，即可得出结果，熟练掌握角度的运算法则是解此题的关键.

【详解】 解：  $43^{\circ}51'+28^{\circ}23'=71^{\circ}74'=72^{\circ}14'$ ，

故答案为：  $72^{\circ}14'$ .

14. 如果  $a$ 、 $b$  互为相反数，那么代数式  $2025-2a-2b$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 2025

【解析】

【分析】 本题主要考查了相反数的定义，代数式求值，利用相反数的性质得出  $a+b=0$ ，代入代数式简化计算即可得出答案.

【详解】解：∵ $a$ 和 $b$ 互为相反数，

$$\therefore a+b=0.$$

$$\text{代数式 } 2025-2a-2b=2025-2(a+b)=2025-2\times 0=2025.$$

故答案为：2025.

15. 绝对值小于 $3\frac{1}{3}$ 的所有负整数的积是\_\_\_\_\_.

【答案】-6

【解析】

【分析】本题考查了绝对值的概念，有理数的乘法；解题的关键是掌握绝对值的概念；根据绝对值的概念，找出所有绝对值小于 $\frac{10}{3}$ 的负整数，再计算它们的乘积.

【详解】解：绝对值小于 $\frac{10}{3}$ 的负整数有 $-1, -2, -3$ ，它们的积为 $(-1)\times(-2)\times(-3)=-6$ ，

故答案为：-6.

16. 如果 $\angle A$ 的余角是 $\angle A$ 的补角的 $\frac{1}{3}$ ，那么 $\angle A=$ \_\_\_\_\_°.

【答案】45

【解析】

【分析】本题考查余角和补角的概念，掌握互为余角的两角的和为 $90^\circ$ ，互为补角的两角和为 $180^\circ$ 是解题关键. 根据余角和补角的定义列出方程并求解即可.

【详解】解：设 $\angle A=x^\circ$ ，则其余角为 $(90-x)^\circ$ ，补角为 $(180-x)^\circ$ .

根据题意，得 $90-x=\frac{1}{3}(180-x)$ ，

解得 $x=45$ .

故答案为：45.

17. 如果 $|x-5|+|y+4|=0$ ，那么 $x-y=$ \_\_\_\_\_.

【答案】9

【解析】

【分析】本题考查了非负数的性质，求代数式的值，根据绝对值的非负性，两个绝对值的和为零，则每个绝对值都为零，从而求出 $x$ 和 $y$ 的值，再计算 $x-y$ 即可，熟练掌握非负数的性质是解此题的关键.

【详解】解：∵ $|x-5|+|y+4|=0$ ，且 $|x-5|\geq 0$ ， $|y+4|\geq 0$ ，

$$\therefore x-5=0, \quad y+4=0,$$

$$\therefore x = 5, \quad y = -4,$$

$$\therefore x - y = 5 - (-4) = 5 + 4 = 9,$$

故答案为：9.

18. 某项工程，甲单独做需要 10 天完成，乙单独做需要 15 天完成，如果两人合作 2 天，完成的工作量占这项工程总量的\_\_\_\_\_。（填几分之几）

【答案】  $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】首先根据工作效率=工作量÷工作时间，分别用 1 除以甲乙独做需要的时间，求出甲乙的工作效率各是多少；然后根据工作量=工作时间×工作效率，即可作答. 此题主要考查了工程问题的应用，对此类问题要注意把握住基本关系，即：工作量=工作效率×工作时间，工作效率=工作量÷工作时间，工作时间=工作量÷工作效率.

【详解】解：∵甲单独做需要 10 天完成，乙单独做需要 15 天完成，两人合作 2 天，

$$\therefore 2 \times \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) = 2 \times \frac{5}{30} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{1}{3} \div 1 = \frac{1}{3},$$

则完成的工作量占这项工程总量的  $\frac{1}{3}$ .

故答案为：  $\frac{1}{3}$ .

19. 小明的晨跑计划是每次跑 1000 米，训练后记录“里程偏差”，规定：实际多跑的里程记为正数，少跑的里程记为负数（需要后续补跑）. 6 次训练的偏差记录如下：

| 序号    | 1    | 2   | 3    | 4   | 5   | 6   |
|-------|------|-----|------|-----|-----|-----|
| 偏差（米） | +120 | -80 | +150 | -30 | +90 | -20 |

根据表格数据，这 6 次训练中，所有偏差的总里程（即实际多跑的里程 + 需要补跑的里程）是\_\_\_\_\_米.

【答案】 490

【解析】

【分析】本题考查了正数和负数，有理数的加法的应用，根据题意，总里程为实际多跑的里程与需要补跑的里程之和，即所有偏差的绝对值之和，由此计算即可得出结果，理解题意，正确列式计算是解此题的关键.

【详解】解：由题意可得： $|+120|+|-80|+|+150|+|-30|+|+90|+|-20|$   
 $=120+80+150+30+90+20$   
 $=490,$

故所有偏差的总里程为 490 米,

故答案为：490.

20. 已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点在一直线上,  $AB = 3BC$ . 如果  $D$  是  $AC$  的中点,  $BD = 4$ , 那么  $AC =$ \_\_\_\_\_.

【答案】16 或 4 或 16

【解析】

【分析】本题主要考查了线段的和差关系, 线段中点的有关计算, 根据点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  的位置关系分两种情况讨论: 当点  $B$  在线段  $AC$  上时,  $AC = 16$ ; 当点  $C$  在线段  $AB$  上时,  $AC = 4$ .

【详解】解: 设  $BC = x$ , 则  $AB = 3x$ .

情况 1: 当点  $B$  在线段  $AC$  上时,  $AC = AB + BC = 3x + x = 4x$ .

$\because D$  为  $AC$  中点, 故  $AD = DC = 2x$ .

此时  $BD = AB - AD = 3x - 2x = x$ .

由  $BD = 4$ , 得  $x = 4$ ,

故  $AC = 4x = 16$ .

情况 2: 当点  $C$  在线段  $AB$  上时,

$AB = AC + BC$ , 即  $3x = AC + x$ , 故  $AC = 2x$ .

$\because D$  为  $AC$  中点,

故  $AD = DC = x$ .

此时  $BD = BC + CD = x + x = 2x$ .

由  $BD = 4$ , 得  $2x = 4$ ,  $x = 2$ ,

故  $AC = 2x = 4$ .

则  $AC$  的长为 16 或 4,

故答案为: 16 或 4.

### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 54 分)

21. 计算:

(1)  $4 - (-2)^2 \times 5 \div 8$

(2)  $-1^4 \times \left(-\frac{11}{12} - \frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) \div \left(-\frac{1}{4}\right)$

【答案】 (1)  $\frac{3}{2}$

(2) 3

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算，有理数混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减；同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有括号，要先做括号内的运算，进行有理数的混合运算时，注意各个运算律的运用，使运算过程得到简化.

(1) 先算乘方，再算乘除，最后算加减即可；

(2) 先算乘方，再算乘除，最后算加减即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= 4 - 4 \times 5 \times \frac{1}{8} \\ &= 4 - \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{2};\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= -1 \times \left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \\ &= 3.\end{aligned}$$

22. 解方程:

(1)  $7x - 3(2x - 1) = 3x + 1$

(2)  $\frac{4x-7}{3} - 3 = \frac{2x-3}{4}$

【答案】 (1)  $x = 1$

(2)  $x = \frac{11}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次方程.

(1) 去括号， 移项， 合并同类项， 化系数为 1 即可求解.

(2) 去分母， 去括号， 移项， 合并同类项， 化系数为 1 即可求解.

【小问 1 详解】

解:  $7x - 3(2x - 1) = 3x + 1$

去括号:  $7x - 6x + 3 = 3x + 1$ ,

移项, 合并同类项:  $-2x = -2$ ,

化系数为 1:  $x = 1$

【小问 2 详解】

解:  $\frac{4x-7}{3} - 3 = \frac{2x-3}{4}$

去分母:  $4(4x - 7) - 36 = 3(2x - 3)$ ,

去括号:  $16x - 28 - 36 = 6x - 9$ ,

移项, 合并同类项:  $10x = 55$ ,

化系数为 1:  $x = \frac{11}{2}$ .

23. 小明在解关于  $x$  的方程  $4a - x = 11x$  时, 误将 “ $-x$ ” 看作 “ $+x$ ”, 得出的解是  $x = 6$ , 试求  $a$  的值和原方程的解.

【答案】  $a = 15$ ,  $x = 5$

【解析】

【分析】 本题考查一元一次方程的解、解一元一次方程, 熟练掌握一元一次方程的解法是解题的关键. 根据题意可知,  $x = 6$  是方程  $4a + x = 11x$  的解, 把  $x = 6$  代入方程求出  $a$ , 即可得到原来的方程, 再解方程即可.

【详解】 解: 由题意知,  $x = 6$  是方程  $4a + x = 11x$  的解,

$\therefore 4a + 6 = 11 \times 6$ ,

解得:  $a = 15$ ,

$\therefore$  原方程为  $4 \times 15 - x = 11x$ ,

解得:  $x = 5$ ,

$\therefore a$  的值为 15, 原方程的解为  $x = 5$ .

24. 如图, 已知点  $A$ , 按要求完成以下任务:

•  $A$

【画图】 点  $B$  在点  $A$  的北偏东  $60^\circ$  方向, 且两点间的距离为 20 mm; 点  $C$  在点  $A$  的正北方向, 且两点间的距离为 30 mm.

【测量】点  $B$  与点  $C$  之间的距离为\_\_\_\_\_ (结果精确到  $1\text{ mm}$  ).

【探究】在点  $A$  的正北方向是否存在点  $D$  ,使得点  $D$  与点  $C$  的距离等于点  $B$  与点  $C$  之间的距离? 如果存在, 求点  $D$  与点  $A$  间的距离; 如果不存在, 请说明理由.

【答案】 [画图]见解析; [测量]26; [探究]存在, 点  $D$  与点  $A$  间的距离为  $4\text{mm}$  或  $56\text{mm}$

【解析】

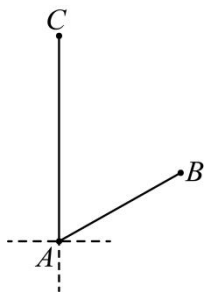
【分析】 本题考查了方位角, 两点之间的距离.

[画图]根据题意画出图形, 即可求解;

[测量]用带刻度的直尺度量  $BC$  的长度, 即可求解;

[探究]分两种情况讨论, 点  $D$  在  $C$  点的上方和下方两种情况, 根据  $BC$  的长度, 在  $AC$  上截取  $CD = BC$  或  $AC$  的延长线上截取  $CD = BC$  , 进而求得点  $D$  与点  $A$  间的距离, 即可求解.

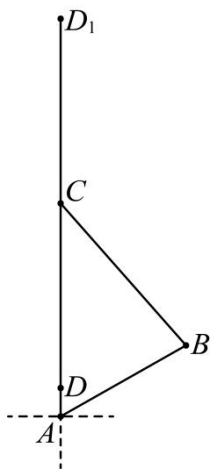
【详解】 [画图]解: 如图,



[测量]

点  $B$  与点  $C$  之间的距离为  $26\text{mm}$

[探究]存在, 点  $D$  与点  $A$  间的距离为  $30 - 26 = 4\text{mm}$  或  $30 + 26 = 56\text{mm}$



25. 小明在某景区参加志愿者服务时, 了解到该景区的观光车辆单日包车收费标准如下:

- 观光大巴 (最多可容纳 30 人, 适配旅行社、团建等团队): 单日包车费为 1000 元/辆;
- 观光小车 (最多可容纳 5 人, 适配家庭游、小群体结伴游客): 单日包车费为 300 元/辆.

某天该景区共接到 20 笔大、小型观光车的包车订单(单笔订单对应单辆车),当日这些订单的总费用为 13000 元.

(1) 求当日被租用的观光大巴、观光小车各有多少辆?

(2) 当天晚些时候, 景区管理员李叔叔和小明核对订单时提到: “今天上午时段, 景区共接了 15 笔大、小型观光车的包车订单(单笔订单对应单辆车), 合计收了 12500 元包车费.” 小明听完后, 感觉李叔叔的说法有误, 请说明小明做出这一判断的原因.

**【答案】** (1) 观光大巴 10 辆, 观光小车 10 辆

(2) 因为车辆数量必须为整数, 但根据李叔叔的说法计算出的车辆数量不是整数, 所以说法有误

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了二元一次方程组的应用.

(1) 设观光大巴有  $x$  辆, 观光小车有  $y$  辆, 根据题意列出  $x, y$  的二元一次方程组, 求解即可得出答案.

(2) 设上午观光大巴有  $a$  辆, 观光小车有  $b$  辆, 根据题意列出  $a, b$  的二元一次方程组, 求解得出  $a, b$  不是整数, 即可得出答案.

**【小问 1 详解】**

解: 设观光大巴有  $x$  辆, 观光小车有  $y$  辆,

$$\text{根据题意, 有 } \begin{cases} x + y = 20 \\ 1000x + 300y = 13000 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases},$$

所以观光大巴 10 辆, 观光小车 10 辆.

**【小问 2 详解】**

解: 设上午观光大巴有  $a$  辆, 观光小车有  $b$  辆,

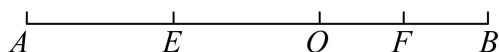
$$\text{根据李叔叔的说法则 } \begin{cases} a + b = 15 \\ 1000a + 300b = 12500 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{80}{7} \\ b = \frac{25}{7} \end{cases}$$

$\therefore a, b$  不是整数, 但车辆数量必须为整数, 矛盾, 所以李叔叔的说法有误.

26. 线段的和差与角的和差问题具有共通性, 都可通过线段的中点或角平分线的定义实现未知量到已知量的转化. 以下是课堂学习片段, 请完成探究过程:

【探索发现】如图，点  $O$  是线段  $AB$  上一点，点  $E$ 、 $F$  分别是线段  $OA$ 、 $OB$  的中点，当  $AB = 24$  时，求线段  $EF$  的长度（请补全解答过程）：

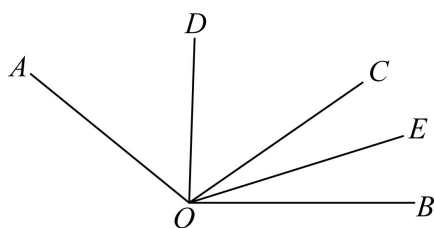


解：因为点  $E$ 、 $F$  分别是线段  $OA$ 、 $OB$  的中点，所以  $OE = \frac{1}{2}OA$ ， $OF = \frac{1}{2}$ \_\_\_\_\_。

所以  $EF = OE + OF = \frac{1}{2}OA + \frac{1}{2}$ \_\_\_\_\_  $= \frac{1}{2}$  ( $OA +$  \_\_\_\_\_)  $= \frac{1}{2}$ \_\_\_\_\_。

因为  $AB = 24$ ，所以  $EF =$ \_\_\_\_\_。

【知识迁移】类比线段的和差问题解决角度问题：如图，射线  $OC$  在  $\angle AOB$  的内部。已知  $\angle AOB = 140^\circ$ ，射线  $OD$ 、 $OE$  分别是  $\angle AOC$  和  $\angle BOC$  的平分线，求  $\angle DOE$  的度数。



【答案】探索发现：  $OB$ ； $OB$ ； $OB$ ； $AB$ ；12；知识迁移：  $70^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了线段的和差，与线段中点有关的计算，角平分线的定义，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键。

探索发现：由线段中点的定义可得  $OE = \frac{1}{2}OA$ ， $OF = \frac{1}{2}OB$ 。从而得出  $EF = \frac{1}{2}AB$ ，即可得出结果；

知识迁移：由角平分线的定义可得  $\angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC$ ， $\angle COE = \frac{1}{2}\angle BOC$ ，从而得出  $\angle DOE = \frac{1}{2}\angle AOB$ ，即可得出结果。

【详解】解：探索发现：因为点  $E$ 、 $F$  分别是线段  $OA$ 、 $OB$  的中点，

所以  $OE = \frac{1}{2}OA$ ， $OF = \frac{1}{2}OB$ 。

所以  $EF = OE + OF = \frac{1}{2}OA + \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}(OA + OB) = \frac{1}{2}AB$ 。

因为  $AB = 24$ ，

所以  $EF = 12$ 。

知识迁移： $\because$  射线  $OD$ 、 $OE$  分别是  $\angle AOC$  和  $\angle BOC$  的平分线，

$\therefore \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC$ ， $\angle COE = \frac{1}{2}\angle BOC$ ，

$$\therefore \angle DOE = \angle COD + \angle COE = \frac{1}{2}\angle AOC + \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}(\angle AOC + \angle BOC) = \frac{1}{2}\angle AOB,$$

$$\therefore \angle AOB = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = 70^\circ.$$

27. 对于一组互不相等的正整数，如果其中任意两个正整数  $m$ 、 $n$ ，满足：这两个数的和  $(m+n)$  或者这两个数的差的绝对值  $|m-n|$ ，至少有一个结果在这组数中，那么称这组正整数是“和谐数组”。例如：(3,4,7) 是一组“和谐数组”。

(1) 试判断：(4,5,9) \_\_\_\_\_ “和谐数组”，(5,6,11,17) \_\_\_\_\_ “和谐数组”；(填“是”或“不是”)

(2) 如果 (5,10,20, $y$ ) 是“和谐数组”，求出  $y$  的所有可能值；

(3) 如果含 2026 的 4 个正整数是“和谐数组”，请直接写出所有符合条件的“和谐数组”。

**【答案】** (1) 是，不是

(2)  $y = 15$

(3) 1013,2026,3039,4052 或 2026,4052,6078,8104.

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了新定义，绝对值，整式的加减，理解新定义是解题的关键。

(1) 根据新定义分析，分别求两数的和以及两数的绝对值的差，判断其结果在不在这组数中，即可求解；

(2) 根据定义可知这个“和谐数组”中 25 或 15 至少一个在其中，然后逐个进行判断，即可求解。

(3) 根据题意和 (2) 的结论，猜想由 4 个正整数组成的“和谐数组”，能表示成形如  $a, 2a, 3a, 4a$ ，且  $a$  为正整数，然后根据新定义进行检验，最后分别当  $a, 2a, 3a, 4a$  等于 2026 时，求得这组数，即可求解。

**【小问 1 详解】**

解：  $\because$  在 4, 5, 9 中，对于 4,5,  $4+5=9$ ,  $|5-4|=1$

$\therefore 9$  在这组数 4, 5, 9 中，

$\therefore (4,5,9)$  是“和谐数组”；

在 5, 6, 11, 17 中，对于 5, 17,  $5+17=22$ ,  $|17-5|=12$  都不在这组数中，

$\therefore (5,6,11,17)$  不是“和谐数组”

故答案为：是，不是；

**【小问 2 详解】**

解:  $\because (5, 10, 20, y)$  是“和谐数组”

其中  $5+10=15$ ,  $|10-5|=5$ ;  $5+20=25$ ,  $|20-5|=15$ ;  $10+20=30$ ,  $|20-10|=10$ ,

$\therefore$  这个“和谐数组”中 25 或 15 至少一个在其中,

当  $y=25$  时, 此时  $10+25=35$ ,  $|25-10|=15$ , 35, 15 都不在  $(5, 10, 20, 25)$  中, 不符合题意, 故舍去;

当  $y=15$  时, 此时  $|15-5|=10$ ,  $|20-5|=15$ ,  $|15-10|=5$ ,  $|20-15|=5$ , 符合题意,

综上:  $y=15$ ;

### 【小问 3 详解】

解: 根据题意和 (2) 的结论, 猜想由 4 个正数组成的“和谐数组”, 能表示成形如  $a, 2a, 3a, 4a$ , 且  $a$  为正整数,

对于  $a, 2a$ , 得  $|2a-a|=a$ ,  $2a+a=3a$  都在  $a, 2a, 3a, 4a$  中,

同理对于  $2a, 3a$ , 得  $|3a-2a|=a$ ,  $2a+3a=5a$ ,  $a$  在  $a, 2a, 3a, 4a$  中,

对于  $a, 3a$ ,  $|3a-a|=2a$ ,  $3a+a=4a$  都在  $a, 2a, 3a, 4a$  中,

同理对于  $2a, 4a$ ,  $|4a-2a|=2a$ ,  $2a+4a=6a$ ,  $2a$  在  $a, 2a, 3a, 4a$  中,

对于  $a, 4a$ ,  $|4a-a|=3a$ ,  $4a+a=5a$ ,  $3a$  在  $a, 2a, 3a, 4a$  中,

对于  $3a, 4a$ ,  $|4a-3a|=a$ ,  $3a+4a=7a$ ,  $a$  在  $a, 2a, 3a, 4a$  中,

$\therefore a, 2a, 3a, 4a$  是“和谐数组”,

若含 2026 的 4 个正整数是“和谐数组”, 设这 4 个数分别为  $a, 2a, 3a, 4a$ , 且  $a$  为正整数,

如果  $4a=2026$ , 解得:  $a=506.5$ , 不是正整数, 不符合题意, 舍去;

如果  $3a=2026$ , 解得:  $a=675\frac{1}{3}$ , 不是正整数, 不符合题意, 舍去;

如果  $2a=2026$ , 解得:  $a=1013$ ,

此时这 4 个正数组成的“和谐数组”为 1013, 2026, 3039, 4052.

如果  $a=2026$ , 这 4 个正数组成的“和谐数组”为 2026, 4052, 6078, 8104.

综上, 这 4 个正数组成的“和谐数组”为 1013, 2026, 3039, 4052 或 2026, 4052, 6078, 8104.