

静教院附校 2025 学年第一学期六年级数学期末考试

(卷面总分: 100 分卷面完成时间: 80 分钟)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列数中, 既是 3 的倍数, 又是 60 的因数的数是 ()

- A. 12 B. 18 C. 21 D. 45

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查了因数和倍数, 熟练掌握一个数的因数和倍数的找法是解本题的关键.

选项的四个数中 12、18、21、45 是 3 的倍数, 而这四个数中只有 12 是 60 的因数, 据此即可求解.

【详解】解: 在 12、18、21、45 四个整数中, 是 3 的倍数有 12、18、21、45,
这四个数中 60 的因数有 12,

所以既是 3 的倍数, 又是 60 的因数的数是 12,

故选: A.

2. 分数 $\frac{4}{9}$ 的分母加上 18, 要使原分数大小不变, 分子应加上 ()

- A. 8 B. 16 C. 18 D. 24

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了分数的基本性质, 根据分数的基本性质, 分母加上 18 后变为 27, 是原来的 3 倍, 因此分子也应扩大 3 倍, 从而计算分子应加上的数.

【详解】解: $\because$ 原分母为 9, 加上 18 后, 新分母为 $9+18=27$,

$\therefore$ 分母扩大倍数为 $27 \div 9 = 3$,

$\because$ 分数大小不变,

$\therefore$ 分子也应扩大 3 倍, 新分子为 $4 \times 3 = 12$,

$\therefore$ 分子应加上 $12 - 4 = 8$.

故选: A.

3. 下列说法正确的是 ()

- A. 任何有理数的平方都是正数 B. 任何有理数的立方都是负数
C. -3^3 与 $(-3)^3$ 的值相等 D. $(-3)^{97}$ 比 $(-3)^{98}$ 的值大

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的乘方运算，根据有理数乘方运算法则逐项分析判断即可.

【详解】 解： A. 有理数 0 的平方为 0，不是正数，原说法不正确，本选项不符合题意；

B. 正数的立方为正数，0 的立方为 0，负数的立方为负数，原说法不正确，本选项不符合题意；

C. 因为 $-3^3 = -27$ ， $(-3)^3 = -27$ ，所以 $-3^3 = (-3)^3$ ，正确，本选项符合题意；

D. $(-3)^{97}$ 为负值， $(-3)^{98}$ 为正值，故 $(-3)^{97} < (-3)^{98}$ ，原说法不正确，本选项不符合题意.

故选： C.

4. 下列各式中不是代数式的为 ()

A. $x^3 - x^2 - 1$

B. 314

C. $-\frac{2}{3y}$

D. $\frac{x-1}{2} = 1$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式的识别，代数式是由运算符号连接数或字母的式子，不能包含等号或不等号，据此逐项分析判断即可.

【详解】 解： $\because$ 代数式定义为由运算符号连接数或字母的式子，不含等号或不等号，

选项 A、B、C 均符合代数式定义，故均不符合题意，

选项 D 含有等号 “=”，为方程，不是代数式，符合题意.

故选： D.

5. 以下方程中，与方程 $2x-1=1-x$ 的解相同的方程是 ()

A. $2(x-1)=1-x$

B. $\frac{2}{3}x=1$

C. $3(x-1)=1$

D. $3(x-1)+1=0$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的解法，掌握一元一次方程的解法是关键，先解出 $2x-1=1-x$ 的解，然后对选项逐一求解，验证即可.

【详解】 解： $2x-1=1-x$ ，

$$2x+x=1+1,$$

$$3x=2,$$

$$x = \frac{2}{3}.$$

A. $2(x-1) = 1-x,$

$$2x-2=1-x,$$

$$2x+x=1+2,$$

$$3x=3,$$

$x=1$, 故不符合题意;

B. $\frac{2}{3}x=1,$

$$x = \frac{3}{2}, \text{ 故不符合题意;}$$

C. $3(x-1)=1,$

$$3x-3=1,$$

$$3x=1+3,$$

$$3x=4,$$

$$x = \frac{4}{3}, \text{ 故不符合题意;}$$

D. $3(x-1)+1=0$

$$3x-3+1=0,$$

$$3x-2=0,$$

$$3x=2,$$

$$x = \frac{2}{3}, \text{ 故符合题意;}$$

故选 D.

6. 下列说法正确的是 ()

A. 两点之间, 直线最短

B. 两点之间的线段叫做这两点间的距离

C. 若点 P 是线段 AB 的中点, 则 $AP=BP$

D. 若 $AP=BP$, 则点 P 一定是线段 AB 的中点

【答案】C

【解析】

【分析】 本题主要考查了线段的基本性质, 根据线段的基本性质、中点定义和距离定义, 逐项分析判断即可.

【详解】解：A、 两点之间线段最短，而不是直线最短，原说法错误，本选项不符合题意；

B、 两点之间线段的长度叫做这两点间的距离，线段本身不是距离，原说法错误，本选项不符合题意；

C、 若点 P 是线段 AB 的中点，则 AP 与 BP 长度相等（中点定义），该说法正确，本选项符合题意；

D、 当 $AP = BP$ 时，点 P 不一定在线段 AB 上， P 不一定是 AB 的中点，原说法错误，本选项不符合题意.

故选：C.

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 绝对值小于 3.5 的所有有理数的乘积为_____.

【答案】0

【解析】

【分析】本题考查绝对值的性质及有理数的乘法运算，由于绝对值小于 3.5 的有理数中包含 0，根据有理数乘法法则，0 与任何数相乘都得 0，因此乘积为 0.

【详解】解： $\because$ 绝对值小于 3.5 的有理数包括 0，

$\therefore$ 所有有理数的乘积为 0.

故答案为：0.

8. 比较大小： $-\frac{3}{2}$ _____ $-\frac{4}{3}$ （填“>”，“<”，或“=”）.

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查了有理数比较大小，先通分，再根据有理数比较大小的步骤即可求解，熟练掌握有理数比较大小的步骤是解题的关键.

【详解】解： $-\frac{3}{2} = -\frac{9}{6}$ ， $-\frac{4}{3} = -\frac{8}{6}$ ，

$\therefore -\frac{3}{2} < -\frac{4}{3}$ ，

故答案为：<.

9. 用代数式表示： m 与 n 的差的平方_____.

【答案】 $(m-n)^2$

【解析】

【分析】本题考查了列代数式，根据题意，可以用 m 、 n 的代数式表示出 m 与 n 的差的平方.

【详解】解：由题意可得， m 与 n 的差的平方是： $(m-n)^2$ ，

故答案为： $(m-n)^2$.

10. 计算: $3(m-5)-\frac{1}{2}(m+3)=$ _____.

【答案】 $\frac{5}{2}m-\frac{33}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算，解题的关键是掌握运算法则和运算顺序.

先去括号，再合并同类项即可.

【详解】 解: $3(m-5)-\frac{1}{2}(m+3)$
 $=3m-15-\frac{1}{2}m-\frac{3}{2}$
 $=\frac{5}{2}m-\frac{33}{2}.$

故答案为: $\frac{5}{2}m-\frac{33}{2}.$

11. 一个数 x 的相反数加上这个数的 $\frac{3}{4}$ 等于 12，根据题意可列方程为_____.

【答案】 $-x+\frac{3}{4}x=12$

【解析】

【分析】 本题考查了列一元一次方程.

根据题意，数 x 的相反数为 $-x$ ，加上 x 的 $\frac{3}{4}$ 即 $\frac{3}{4}x$ ，由此列方程即可.

【详解】 解: 数 x 的相反数是 $-x$ ，这个数的 $\frac{3}{4}$ 是 $\frac{3}{4}x$ ，

根据题意可得 $-x+\frac{3}{4}x=12.$

故答案为: $-x+\frac{3}{4}x=12.$

12. 将方程 $4x+3=2x-7$ 移项得 $4x-2x=-7-3$ 的过程中，等式两边同时加上的代数式为_____.

【答案】 $-2x-3$

【解析】

【分析】 本题考查了等式的性质.

利用等式的性质，两边同时加上相同的代数式以实现移项.

【详解】 解: 原方程 $4x+3=2x-7$ ，

移项后得 $4x-2x=-7-3$ ，

此变形等价于等式两边同时加上代数式 $-2x-3$.

故答案为: $-2x-3$.

13. 已知 $x=8$ 是方程 $4(x-m)+5=35-(x-m)$ 的解, 则 $m=$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了方程的解.

将已知解代入方程, 转化为关于 m 的方程求解即可.

【详解】 解: $\because x=8$ 是方程 $4(x-m)+5=35-(x-m)$ 的解,

$$\therefore 4(8-m)+5=35-(8-m),$$

解得 $m=2$.

故答案为: 2.

14. 已知上海天文馆在人民广场的南偏东 55° 的方向, 那么人民广场在上海天文馆的_____的方向.

【答案】 北偏西 55°

【解析】

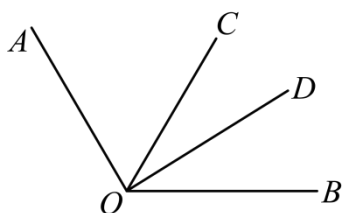
【分析】 本题考查了方向的相对性.

根据方向的相对性, 若一点在另一点的南偏东 55° 方向, 则另一点在一点的北偏西 55° 方向.

【详解】 解: 上海天文馆在人民广场的南偏东 55° 方向, 因此人民广场在上海天文馆的相反方向, 即北偏西 55° 方向.

故答案为: 北偏西 55° .

15. 如图, 已知 $\angle AOB=120^\circ$, 射线 OC 平分 $\angle AOB$, 若 $\angle COD=27^\circ 46'$, 那么 $\angle BOD$ 的大小为_____.



【答案】 $32^\circ 14'$

【解析】

【分析】 本题主要考查了角平分线、几何图形中角度计算等知识, 首先根据角平分线的定义确定 $\angle BOC$ 的度数, 再由 $\angle BOD = \angle BOC - \angle COD$ 求解即可.

【详解】 解: 因为 $\angle AOB=120^\circ$, 射线 OC 平分 $\angle AOB$,

所以 $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$,

因为 $\angle COD = 27^\circ 46'$,

所以 $\angle BOD = \angle BOC - \angle COD = 60^\circ - 27^\circ 46' = 32^\circ 14'$.

故答案为: $32^\circ 14'$.

16. 如图, 现有 5 张卡片写着不同数, 利用所学过的加、减、乘、除、乘方运算, 从中选取 4 张卡片 (每张卡片上的数只能用一次), 使这 4 张卡片上的数运算结果为 24, 写出一个符合要求的等式为_____.

$\boxed{-3} \quad \boxed{-6} \quad \boxed{-1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{5}$

【答案】 $[5 - (-3)] \times [2 - (-1)] = 24$ 或 $(-3) \times (-6) - (-1) + 5 = 24$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题主要考查有理数的混合运算, 理解题意是解决本题的关键.

任意取出 4 张卡片, 进行计算得出结果即可.

【详解】 解: 由题意得, 可以用 -3 、 -1 、 2 、 5 这四个数来构造等式:

则 $[5 - (-3)] \times [2 - (-1)]$

$= 8 \times 3$

$= 24$;

或者用 -3 、 -6 、 -1 、 5 构造:

则 $(-3) \times (-6) - (-1) + 5$

$= 18 + 1 + 5$

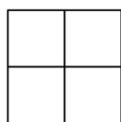
$= 24$,

故答案为: $[5 - (-3)] \times [2 - (-1)] = 24$ 或 $(-3) \times (-6) - (-1) + 5 = 24$.

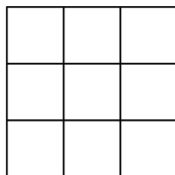
17. 如图, 用若干个边长为 1 的小正方形, 依次拼成大的正方形.



第1个



第2个



第3个

.....

在拼成的第 n 个大正方形中, 长为 1 的线段共有_____条.

【答案】 $2n(n+1)$

【解析】

【分析】本题主要考查了图形类规律探索，根据图形得出图形中相关线段条数的变化规律是解题关键．首先根据图形得出图形中相关线段条数的变化规律，进而得出答案．

【详解】解：第一个大正方形中长为 1 的线段有 4 条，且 $2 \times 1(1+1)$ ；

第二个大正方形中长为 1 的线段有 12 条，且 $2 \times 2(2+1)$ ；

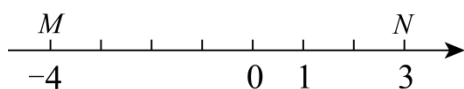
第三个大正方形中长为 1 的线段有 24 条，且 $2 \times 3(3+1)$ ；

.....

第 n 个大正方形中长为 1 的线段有 $2 \times n(n+1) = 2n(n+1)$ 条，

故答案为： $2n(n+1)$ ．

18. 机器人甲、乙沿着数轴相向而行，且各自运动的方向和速度都不改变．在某一时刻它们分别在点 M 和点 N 两个整数点处（如图），如果乙的速度是平均每秒 $\frac{3}{5}$ 个单位长度，经过 3 秒后，甲、乙之间的距离为 4 个单位长度，那么此时甲所在位置表示的数为_____．



【答案】 $-\frac{14}{5}$ 或 $\frac{26}{5}$

【解析】

【分析】本题考查了数轴上两点距离，有理数的混合运算的应用，理解题意是解决本题的关键．

根据题意得出乙所在位置表示的数为 $\frac{6}{5}$ ，进而根据甲、乙之间的距离是 4，得出甲所在位置表示的数，即可求解．

【详解】解：∵乙的速度是平均每秒 $\frac{3}{5}$ 个单位长度，

经过 3 秒后，乙所在位置表示的数为 $3 - 3 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ ，

∵经过 3 秒后，甲、乙之间的距离是 4，

∴此时甲所在位置表示的数是 $\frac{6}{5} - 4 = -\frac{14}{5}$ 或 $\frac{6}{5} + 4 = \frac{26}{5}$ ，

故答案为： $-\frac{14}{5}$ 或 $\frac{26}{5}$ ．

三、简答题（第 19-22 题，每题 5 分；第 23-25 题每题 6 分，共 38 分）

19. 计算： $12 + 1\frac{3}{4} - \left(8\frac{5}{6} + 6.75\right)$ ．

【答案】 $-1\frac{5}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算，先化简括号，再根据加法的交换律和结合律计算即可.

【详解】 解： $12+1\frac{3}{4}-\left(8\frac{5}{6}+6.75\right)$

$$=12+1\frac{3}{4}-\left(8\frac{5}{6}+6\frac{3}{4}\right)$$

$$=12+1\frac{3}{4}-8\frac{5}{6}-6\frac{3}{4}$$

$$=12+1\frac{3}{4}-6\frac{3}{4}-8\frac{5}{6}$$

$$=12-5-8\frac{5}{6}$$

$$=7-8\frac{5}{6}$$

$$=-1\frac{5}{6}.$$

20. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + [-(-7) + (-1)^3] \times \frac{2}{3}$.

【答案】 $4\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 先算乘方和括号内的式子，然后计算括号外的乘法，最后算加法即可.

【详解】 解： $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + [-(-7) + (-1)^3] \times \frac{2}{3}$

$$=\frac{1}{4} + (7-1) \times \frac{2}{3}$$

$$=\frac{1}{4} + 6 \times \frac{2}{3}$$

$$=\frac{1}{4} + 4$$

$$=4\frac{1}{4};$$

【点睛】 本题考查有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

21. 解方程： $3(x+1)-1=x$.

【答案】 $x=-1$

【解析】

【分析】 本题考查一元一次方程的解法，根据去括号、移项、合并同类项和系数化为1的步骤求解即可.

【详解】解： $3(x+1)-1=x$ ，

$$3x+3-1=x,$$

$$3x-x=-3+1,$$

$$2x=-2,$$

$$x=-1.$$

22. 解方程： $\frac{2x+1}{3}+5=\frac{x-7}{2}.$

【答案】 $x=-53$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程，解题的关键是掌握解一元一次方程的基本步骤.

方程去分母，去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.

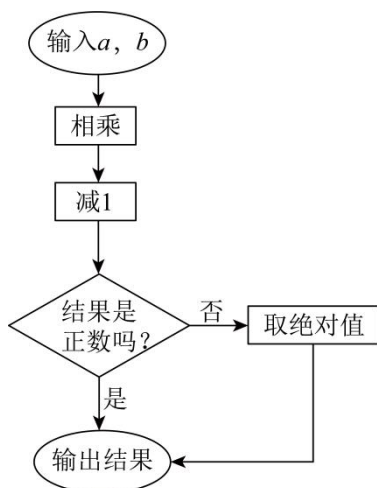
【详解】解： $\frac{2x+1}{3}+5=\frac{x-7}{2}$

去分母得， $2(2x+1)+30=3(x-7)$

去括号得， $4x+2+30=3x-21$

移项，合并同类项得， $x=-53.$

23. 根据如图所示的程序回答问题：



(1) 当小红输入 $-\frac{4}{11}$ 和 $-\frac{33}{5}$ 这两个数时，请计算说明：她的输出的结果是多少？

(2) 当小王输入 $-\frac{3}{11}$ 和  这两个数时，输出的结果是 4，试求被墨水污染的数.

【答案】 (1) $\frac{7}{5}$

(2) $-\frac{55}{3}$ 或 11

【解析】

【分析】 本题考查程序流程图与有理数的计算:

(1) 根据流程图, 列出算式进行计算即可;

(2) 分 2 种情况进行求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } -\frac{4}{11} \times \left(-\frac{33}{5}\right) - 1 = \frac{12}{5} - 1 = \frac{7}{5},$$

$\frac{7}{5}$ 是正数, 输出;

故输出的结果为 $\frac{7}{5}$;

【小问 2 详解】

$$\text{当计算结果为 } -4 \text{ 时: } (-4+1) \div \left(-\frac{3}{11}\right) = 11;$$

$$\text{当计算结果为 } 4 \text{ 时: } (4+1) \div \left(-\frac{3}{11}\right) = -\frac{55}{3};$$

综上: 被墨水污染的数为 $-\frac{55}{3}$ 或 11.

24. 学校组织学生参与某项活动, 师生需要租用客车出行. 如果租用若干辆 45 个座位的客车, 则有 10 个人没有座位, 如果租用相同数量的 50 个座位的客车, 则有 1 辆客车 $\frac{3}{5}$ 的座位没有人坐, 其余车恰好坐满. 问参与活动的师生总人数是多少人?

【答案】 370

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用, 正确理解题意是关键. 通过设租车数量为未知数, 根据两种方案的总人数相等建立方程求解即可.

【详解】 解: 设租用的客车数量为 x 辆,

$$\text{根据题意, 得 } 45x + 10 = 50x - 50 \times \frac{3}{5},$$

解得 $x = 8$,

总人数为 $45 \times 8 + 10 = 370$ (人),

答: 参与活动的师生共有 370 人.

25. 如图, 已知线段 a 、 b .

$\overline{\hspace{1.5cm}}^a$

$\overline{\hspace{1.5cm}}^b$

(1) 用直尺和圆规画一条线段 AB ，使它等于 $2a - b$ ；

(2) 若点 C 是线段 AB 的中点，点 D 在线段 AB 上， $CD = \frac{1}{2}AC$ 。如果 $AD = 6$ ，求线段 AB 的长。

【答案】 (1) 图见解析

(2) 线段 AB 的长为 24 或 8

【解析】

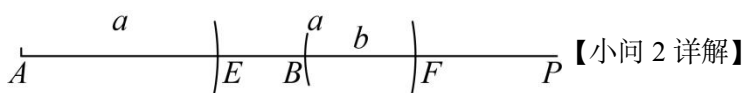
【分析】 此题考查了线段的和差作图，线段中点的有关计算，正确掌握作线段等于已知线段的方法及线段中点的定义是解题的关键。

(1) 先画一条射线 AP ，依次截取 $AE = EF = a$ ，在线段 AF 上截取 $FB = b$ ，即可得到所求作的线段；

(2) 分两种情况：当点 D 在 A 和 C 之间时或当点 D 在 C 和 B 之间时，分别画图求解即可。

【小问 1 详解】

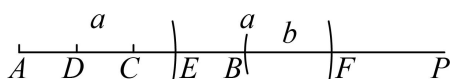
解：作出线段 AB ，如图所示，



解：∵ C 是 AB 中点，

$$\therefore AC = CB = \frac{1}{2}AB.$$

当点 D 在 A 和 C 之间时，如图，



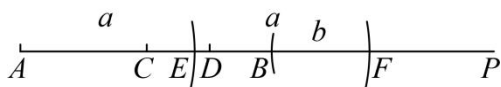
$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC, \text{ 且 } AD = 6,$$

$$\therefore CD = AD = 6,$$

$$\therefore AC = 2 \times 6 = 12,$$

$$\therefore AB = 2AC = 2 \times 12 = 24;$$

当点 D 在 C 和 B 之间时，如图，



$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore AC = 2CD,$$

$$\therefore AD = AC + CD = 3CD,$$

$$\therefore AD = 6,$$

$$\therefore CD = 2,$$

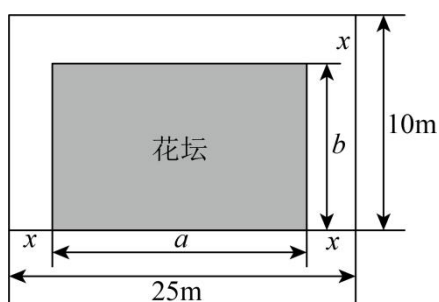
$$\therefore AC = 2 \times 2 = 4,$$

$$\therefore AB = 2 \times AC = 2 \times 4 = 8;$$

综上所述，线段 AB 的长为 24 或 8.

四、解答题（第 26 题 6 分，第 27 题 6 分，第 28 题 8 分，共 20 分）

26. 如图所示，有一个长方形的空地，长为 25m，宽为 10m. 现在将其三面留出宽都是 x m 的小路，其余的长方形部分做花坛.



(1) 用含 x 的代数式表示花坛的长 $a =$ _____ m，花坛的宽 $b =$ _____ m;

(2) 用含有 x 的式子表示花坛的周长 C ，并求出当 $x = 2.5$ m 时，花坛的周长 C .

【答案】 (1) $(25 - 2x)$ ， $(10 - x)$

(2) $C = (70 - 6x)$ m，55m

【解析】

【分析】 本题考查了求代数式的值和列代数式、整式加减的应用，能够正确列出代数式是解此题的关键.

(1) 根据图形中的数据求出花坛的长、宽；

(2) 根据图形中的数据求出花坛的周长即可，把 $x = 2.5$ m 代入求出即可.

【小问 1 详解】

解：花坛的长 $a = (25 - 2x)$ m，花坛的宽 $b = (10 - x)$ m，

故答案为： $(25 - 2x)$ ， $(10 - x)$ ；

【小问 2 详解】

解：花坛的周长 $C = 2(25 - 2x) + 2(10 - x) = (70 - 6x)$ m，

当 $x = 2.5$ m 时，花坛的周长 $C = 70 - 6 \times 2.5 = 55$ (m) .

27. BMI (*BodyMassIndex*，身体质量指数，又称体质指数) 是国际通用的衡量人体胖瘦程度与健康关联的

量化指标，核心是用体重（kg）与身高（m）的平方比值快速筛查体重相关健康风险。BMI的常用判断标准如下表。例如，小明体重70kg、身高1.75m，那么他的身体质量指数 $BMI = 70 \div 1.75^2 \approx 22.8 \text{kg/m}^2$ 。

分类	中国标准（卫健委）	WHO 标准	健康提示
体重过轻	<18.5	<18.5	可能存在营养不良风险，需关注营养与免疫状况
正常	18.5–23.9	18.5–24.9	健康风险低，建议维持体重与生活方式
超重	24.0–27.9	25.0–29.9	慢病风险上升，需控制体重、改善饮食与运动
肥胖	≥ 28.0	≥ 30.0	慢病风险显著升高，建议医学评估与综合干预

(1) 小军的身高是 1.5 米，体重是 45 千克。请计算小军的 BMI 值，并对照中国标准，判断他的体重属于_____范围；

(2) 小泽的身高是 1.4 米，他的 BMI 值约为 26.0，处于超重范围。身高不变的情况下，如果他要达到 WHO（World Health Organization，中文译为世界卫生组织）标准的正常范围，他至少要减重多少千克？（结果保留一位小数）

【答案】(1) 20.0kg/m^2 ，正常

(2) 他至少要减重 2.2 千克。

【解析】

【分析】 本题考查了有理数混合运算的应用。

(1) 直接利用他的身体质量指数 $BMI = 45 \div 1.5^2$ 计算即可求解；

(2) 利用他的身体质量指数 BMI 计算得出小泽的体重，再计算得出正常体重，据此计算即可求解。

【小问 1 详解】

解：根据题意得他的身体质量指数 $BMI = 45 \div 1.5^2 = 20.0 \text{ kg/m}^2$.

对照中国标准，判断他的体重属于正常范围；

【小问 2 详解】

解：小泽的身高是 1.4 米，他的 BMI 值约为 26.0，

此时小泽的体重是 $26 \times 1.4^2 = 50.96$ 千克，

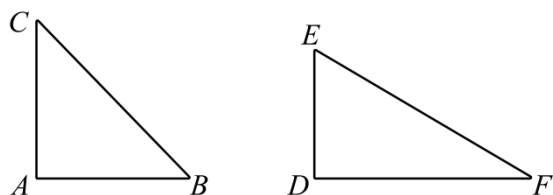
正常体重应该是 $24.9 \times 1.4^2 = 48.804$ 千克，

$$50.96 - 48.804 = 2.156 \approx 2.2,$$

$\therefore$ 他至少要减重 2.2 千克.

28. 数学探究：

在数学研究中，观察、猜想、实验验证、得出结论，是我们常用的几何探究的一种方式. 请你利用一副三角板 ABC 和 DEF ，其中 $\angle ABC = 45^\circ$ ， $\angle DEF = 60^\circ$ （如图），尝试完成探究.



【操作并发现】

先将三角板 ABC 与三角板 DEF 放在同一平面内，且顶点 B 与 E 重合，

- (1) 如果两三角板的边 BA 与边 ED 重叠，那么 $\angle CBF =$ _____ 度；
- (2) 如果两三角板的边 BA 与边 ED 互相垂直，请画出示意图，并求出 $\angle CBF$ 的度数；
- (3) 如果 $\angle ABD = 3\angle CBF$ ，请直接写出所有满足题意的 $\angle ABD$ 的度数.

【答案】(1) 15 (2) 165° 或 105°

(3) 22.5° 或 157.5° 或 78.75° .

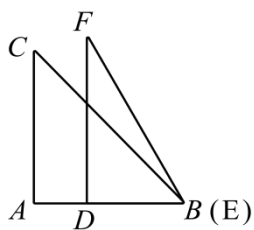
【解析】

【分析】此题考查了三角板中角度的和差计算，一元一次方程的应用，解题的关键是正确画出图形.

- (1) 根据题意画出图形，然后利用角的和差关系求解即可；
- (2) 根据题意分两种情况，分别画出图形，然后利用角的和差关系求解即可；
- (3) 根据题意分 3 种情况，分别画出图形，然后利用角的和差关系列方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：如图所示，

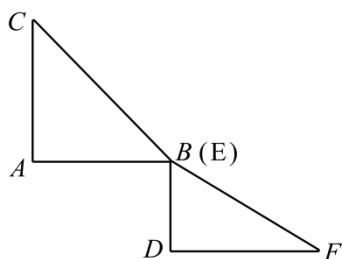


$$\because \angle ABC = 45^\circ, \quad \angle DEF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle DEF - \angle ABC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ;$$

【小问 2 详解】

解：如图所示，当点 D 在 AB 下方时，



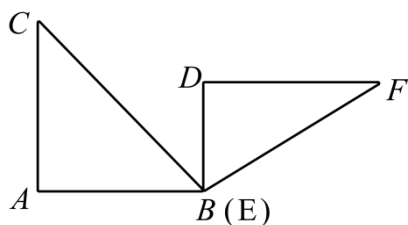
$\because$ 边 BA 与边 ED 互相垂直

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ$$

$$\because \angle ABC = 45^\circ, \quad \angle DEF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = 360^\circ - \angle ABC - \angle ABD - \angle DBF = 165^\circ;$$

如图所示，当点 D 在 AB 上方时，



$\because$ 边 BA 与边 ED 互相垂直

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ$$

$$\because \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 45^\circ$$

$$\because \angle DEF = 60^\circ,$$

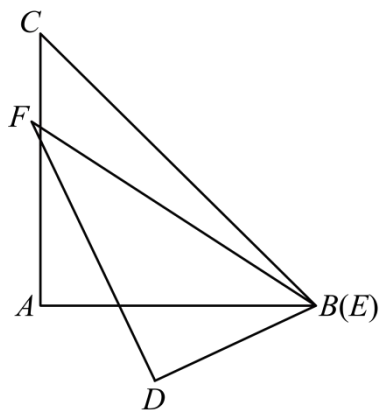
$$\therefore \angle CBF = \angle CBD + \angle DBF = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ,$$

综上所述， $\angle CBF$ 的度数为 165° 或 105° ；

【小问 3 详解】

解：设 $\angle CBF = x$ ，则 $\angle ABD = 3\angle CBF = 3x$

如图所示,



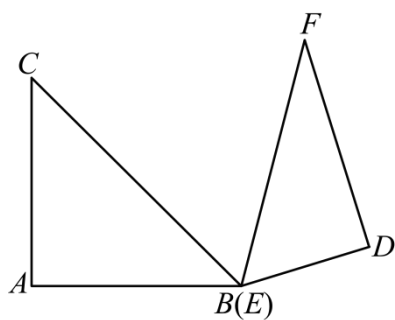
$$\therefore \angle ABF = \angle ABC - \angle CBF = \angle DBF - \angle ABD$$

$$\therefore 45^\circ - x = 60^\circ - 3x$$

$$\therefore x = 7.5^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 3x = 22.5^\circ;$$

如图所示,



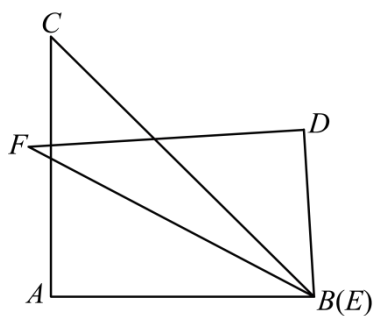
$$\therefore \angle ABD = \angle ABC + \angle CBF + \angle FBD$$

$$\therefore 3x = 45^\circ + x + 60^\circ$$

$$\therefore x = 52.5^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 3x = 157.5^\circ;$$

如图所示,



$$\therefore \angle ABD + \angle CBF = \angle ABC + \angle DBF$$

$$\therefore 3x + x = 45^\circ + 60^\circ$$

$$\therefore x = 26.25^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 3x = 78.75^\circ.$$

综上所述, $\angle ABD$ 的度数为 22.5° 或 157.5° 或 78.75° .