

上海市金山区 2025-2026 学年上学期六年级期末数学试卷（五四学制）

一、选择题（本大题共 8 题，每题 3 分，满分 24 分）

1. 某数的倒数的相反数是 2026，则这个数是（ ）

- A. 2026 B. -2026 C. $\frac{1}{2026}$ D. $-\frac{1}{2026}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了求一个数的相反数和倒数，只有符号不同的两个数互为相反数，则可求出该数的倒数，再根据乘积为 1 的两个数互为倒数可得答案.

【详解】解：∵某数的倒数的相反数是 2026，

∴该数的倒数为 -2026，

$$\therefore -2026 \times \left(-\frac{1}{2026}\right) = 1,$$

$$\therefore \text{该数为 } -\frac{1}{2026},$$

故选：D.

2. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 一个数不是正数就是负数 B. 任何有理数都有倒数
C. 互余的两个角一定都是锐角 D. 一个锐角和一个钝角一定互补

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了倒数，有理数，余角和补角的定义，根据 0 既不是正数，也不是负数可判断 A；根据 0 没有倒数可判断 B；根据度数之和为 90 度的两个角互余可判断 C；根据度数之和为 180 度的两个角互补可判断 D.

【详解】解：A、一个数不是正数就是负数或者 0，原说法错误，不符合题意；

B、任何非零有理数都有倒数，原说法错误，不符合题意；

C、互余的两个角一定都是锐角，原说法正确，符合题意；

D、一个锐角和一个钝角不一定互补（度数之和为 180 度才互补），原说法错误，不符合题意；

故选：C.

3. 下列方程中，是一元一次方程的是（ ）

- A. $\frac{1}{x} + 3 = 5$ B. $x^2 - 1 = 0$ C. $2x - y = 4$ D. $\frac{1}{2}x = 7$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次方程的定义，只含有一个未知数，且未知数的最高次数为1的整式方程叫做一元一次方程，据此逐一判断即可.

【详解】解：A、方程 $\frac{1}{x} + 3 = 5$ 不是整式方程，不是一元一次方程，不符合题意；

B、方程 $x^2 - 1 = 0$ 中未知数的最高次数不是1，不是一元一次方程，不符合题意；

C、方程 $2x - y = 4$ 中含有两个未知数，不是一元一次方程，不符合题意；

D、方程 $\frac{1}{2}x = 7$ 是一元一次方程，符合题意；

故选：D.

4. 已知线段 $AB = 12cm$ ，点 C 是直线 AB 上一点， $BC = 4cm$ ，若 M 是 AC 的中点， N 是 BC 的中点，则线段 MN 的长度是（ ）

A. $6cm$

B. $8cm$

C. $6cm$ 或 $4cm$

D. $6cm$ 或 $8cm$

【答案】A

【解析】

【分析】本题需要分两种情况讨论，①当点 C 在线段 AB 上时，②当点 C 在线段 AB 的延长线上时，根据线段中点的定义，计算即可.

【详解】解：∵ M 是 AC 的中点， N 是 BC 的中点，

∴ ①当点 C 在线段 AB 上时， $AC = 12 - 4 = 8cm$ ，

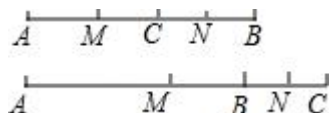
则 $MN = MC + CN = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC = 6cm$ ；

②当点 C 在线段 AB 的延长线上时， $AC = 12 + 4 = 16cm$ ，

$MN = MC - CN = \frac{1}{2}AC - \frac{1}{2}BC = 8 - 2 = 6cm$.

综上所述，线段 MN 的长度是 $6cm$ ，

故选：A.



【点睛】本题考查了线段上两点间的距离，主要利用了线段中点的定义，难点在于要分情况讨论.

5. 已知 a ， b 是两个不为0的不同有理数，且 $|a| = |b|$ ，那么用数轴上的点来表示 a ， b 时，正确的是（ ）

A. 两点都在原点右侧

- B. 两点都在原点左侧
C. 两点分别在原点两侧且到原点距离相等
D. 其中一点为原点

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了绝对值的几何意义，由 $|a|=|b|$ 且 $a \neq b$ ，可知 a 与 b 互为相反数，因此在数轴上它们分别在原点两侧且到原点距离相等，从而求解，掌握知识点的应用是解题的关键。

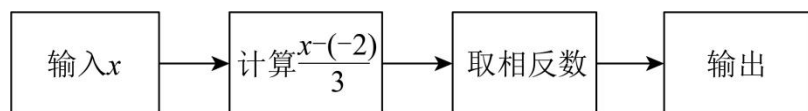
【详解】解： $\because |a|=|b|$ 且 $a \neq b$ ，

$\therefore a = -b$ ，即 a 与 b 互为相反数，

$\therefore$ 在数轴上，互为相反数的两个点分别位于原点两侧，且到原点的距离相等，

故选：C。

6. 在下列流程图中，输入19，则输出（ ）



- A. -7 B. $\frac{17}{3}$ C. $-\frac{17}{3}$ D. 7

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查流程图与代数式求值。根据流程图，列式计算，再取相反数进行求解即可。

【详解】解：由题意得： $\frac{19 - (-2)}{3} = 7$ ，

7的相反数为：-7；

故选：A。

7. 某班级共有 m 位学生，现将 n 个枇杷作为午餐水果分发给学生。若每人发2个，则还剩10个；若每人发3个，则还缺30个。下列四个方程：

① $2m + 10 = 3m - 30$ ；② $2m - 10 = 3m + 30$ ；③ $\frac{n+10}{2} = \frac{n-30}{3}$ ；④ $\frac{n-10}{2} = \frac{n+30}{3}$ ，其中符合题意的是（ ）

- A. ①③ B. ②④ C. ①④ D. ②③

【答案】C

【解析】

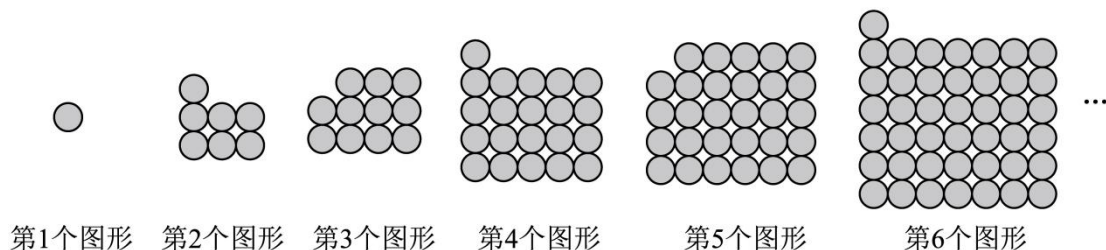
【分析】本题主要考查一元一次方程的应用，关键是确定等量关系，本题中的学生数不变是一个等量关系，枇杷数不变也是一个等量关系，根据不同的等量关系所设的未知数不同，列出的方程也不同.

【详解】解：若以枇杷总数不变为等量关系，则可列方程为 $2m + 10 = 3m - 30$ ；

若以学生数不变为等量关系则可列方程为 $\frac{n-10}{2} = \frac{n+30}{3}$ ；

故选：C.

8. 如图，下列图形是由同样大小的圆点按一定规律排列所组成的，按此规律排列下去，在第 19 个图形中，圆点的个数是（ ）



A. 381

B. 356

C. 379

D. 421

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查图形的变化规律，根据已知图形中实心圆点的个数得出规律：当 n 为奇数时，第 n 个图形中实心圆点的个数为 $n(n+1)-1$ ，据此求解可得.

【详解】解：∵ 第 1 个图形中圆点的个数 $1 = 1 \times 2 - 1$ ，

第 2 个图形中圆点的个数 $7 = 2 \times 3 + 1$ ，

第 3 个图形中圆点的个数 $11 = 3 \times 4 - 1$ ，

第 4 个图形中圆点的个数 $21 = 4 \times 5 + 1$ ，

第 5 个图形中圆点的个数 $29 = 5 \times 6 - 1$ ，

第 6 个图形中圆点的个数 $43 = 6 \times 7 + 1$ ，

.....

∴ 第 19 个图形中圆点的个数为 $19 \times 20 - 1 = 379$ ，

故选：C.

二、填空题（本大题共 10 题，每题 2 分，满分 20 分）

9. 计算： $-\frac{1}{3} - (-1) =$ _____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查有理数的减法，掌握知识点是解题的关键.

根据有理数减法法则，减去一个负数等于加上它的相反数，即可解答.

【详解】 解：原式 $= -\frac{1}{3} + 1$
 $= -\frac{1}{3} + \frac{3}{3}$
 $= \frac{2}{3}.$

故答案为： $\frac{2}{3}$.

10. 用代数式表示： m 与 n 的差的平方_____.

【答案】 $(m-n)^2$

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式，根据题意，可以用 m 、 n 的代数式表示出 m 与 n 的差的平方.

【详解】 解：由题意可得， m 与 n 的差的平方是： $(m-n)^2$,

故答案为： $(m-n)^2$.

11. 代数式 $-\frac{3a^3b^2}{7}$ 的系数是_____.

【答案】 $-\frac{3}{7}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了单项式的系数，准确分析计算是解题的关键.

单项式的系数是指其数字因数，包括符号.

【详解】 代数式 $-\frac{3a^3b^2}{7}$ 是单项式，其数字因数为 $-\frac{3}{7}$ ，因此系数是 $-\frac{3}{7}$ ；

故答案为 $-\frac{3}{7}$.

12. 比较大小： $-|-1\frac{2}{5}|$ _____ $-(-1\frac{3}{7})$.

【答案】 $<$

【解析】

【分析】此题考查有理数的大小比较的应用，解题关键在于掌握正数都大于0，负数都小于0，正数都大于负数，两个负数比较大小，其绝对值大的反而小．先根据绝对值意义和相反数定义将两个数进行化简，然后再根据正数都大于负数比较即可．

【详解】解： $\because -\left|-1\frac{2}{5}\right| = -1\frac{2}{5}$ ， $-\left(-1\frac{3}{7}\right) = 1\frac{3}{7}$ ，

$\therefore -\left|-1\frac{2}{5}\right| < -\left(-1\frac{3}{7}\right)$ ，

故答案为：<．

13. 计算： $92^{\circ}16' - 46^{\circ}57' =$ _____．

【答案】 $45^{\circ}19'$

【解析】

【分析】先将度分进行单位统一，当分不够减时，从度借 1° 化为 $60'$ ，再进行分和度的分别相减．本题主要考查了度分秒的减法运算，熟练掌握度分秒之间的进制（ $1^{\circ} = 60'$ ）并灵活进行单位转换是解题的关键．

【详解】解： $92^{\circ}16' - 46^{\circ}57'$

$= 91^{\circ}76' - 46^{\circ}57'$

$= (91^{\circ} - 46^{\circ}) + (76' - 57')$

$= 45^{\circ}19'$ ，

故答案为： $45^{\circ}19'$ ．

14. 已知 $m + 2n + 1 = 0$ ，则代数式 $3m + 6n - 5$ 的值为_____．

【答案】 -8

【解析】

【分析】本题考查代数式求值，先由 $m + 2n + 1 = 0$ 得 $m + 2n = -1$ ，再将 $3m + 6n - 5$ 变形得 $3(m + 2n) - 5$ ，然后整体代入求值即可．

【详解】解： $\because m + 2n + 1 = 0$ ，

$\therefore m + 2n = -1$ ，

$\therefore$ 当 $m + 2n = -1$ 时，

$3m + 6n - 5 = 3(m + 2n) - 5 = 3 \times (-1) - 5 = -8$ ．

故答案为：-8.

15. 如果一个角的补角是这个角的2倍，那么这个角的大小为_____度.

【答案】 60

【解析】

【分析】 本题主要考查了余角和补角，熟练掌握余角和补角的定义进行求解是解决本题的关键.

设这个角为 x° ，则这个角的补角为 $2x^\circ$ ，根据补角的定义进行求解即可得出答案.

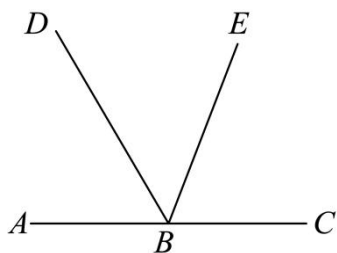
【详解】 解：设这个角为 x° ，则这个角的补角为 $2x^\circ$ ，

$$x + 2x = 180,$$

解得： $x = 60$.

故答案为： 60.

16. 已知 $\angle ABD = (3x)^\circ$ ， $\angle DBE = (30 + x)^\circ$ ， $\angle CBE = (3x + 10)^\circ$ ，且点 A 、 B 、 C 在同一直线上，则 $\angle CBE =$ _____°.



【答案】 70

【解析】

【分析】 本题考查了几何图中角度的计算、一元一次方程的应用，由题意可得

$\angle ABD + \angle DBE + \angle CBE = 180^\circ$ ，从而得出关于 x 的方程，解方程即可得解.

【详解】 解： $\because$ 点 A 、 B 、 C 在同一直线上，

$$\therefore \angle ABD + \angle DBE + \angle CBE = 180^\circ,$$

$$\therefore 3x + 30 + x + 3x + 10 = 180,$$

解得： $x = 20$,

$$\therefore \angle CBE = (3 \times 20 + 10)^\circ = 70^\circ,$$

故答案为： 70.

17. 《孙子算经》中记载了这样一个问题：“今有木，不知长短. 引绳度之，余绳四尺五寸；屈绳量之，不足一尺. 木长几何？”其大意为：用一根绳子去量一根木头的长，绳子还剩余4.5尺；将绳子对折再量木头，木头还剩余1尺. 设木头长为 x 尺，则可列方程为_____.

【答案】 $x + 4.5 = 2(x - 1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次方程的应用，设木头长为 x 尺，根据“余绳四尺五寸”可得绳长为 $(x + 4.5)$ 尺；根据“屈绳量之，不足一尺”可得对折后绳长为 $(x - 1)$ 尺，则原绳长为 $2(x - 1)$ 尺，据此列方程即可.

【详解】 解：设木头长为 x 尺，则绳长为 $(x + 4.5)$ 尺.

由题意得 $x + 4.5 = 2(x - 1)$,

故答案为: $x + 4.5 = 2(x - 1)$.

18. 定义: 如果两个一元一次方程的解的和为 1, 我们就称这两个方程为“美好方程”. 例如: 方程 $2x - 1 = 3$

和 $x + 1 = 0$ 为美好方程. 若关于 x 的方程 $\frac{1}{2025}x + 1 = 0$ 与 $\frac{1}{2025}x - 1 = 3x + k$ 是“美好方程”, 则关于 y

的方程 $\frac{1}{2025}(y + 3) - 1 = 3y + 9 + k$ 的解是_____.

【答案】 $y = 2023$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次方程，一元一次方程的解的定义，先求出方程 $\frac{1}{2025}x + 1 = 0$ 的解，则

根据“美好方程”的定义得到方程 $\frac{1}{2025}x - 1 = 3x + k$ 的解，令 $y + 3 = t$ ，则方程

$\frac{1}{2025}(y + 3) - 1 = 3y + 9 + k$ 可变形为 $\frac{1}{2025}t - 1 = 3t + k$ ，则可求出关于 t 的方程 $\frac{1}{2025}t - 1 = 3t + k$ 的解，

据此可得答案.

【详解】 解：解方程 $\frac{1}{2025}x + 1 = 0$ 得 $x = -2025$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $\frac{1}{2025}x + 1 = 0$ 与 $\frac{1}{2025}x - 1 = 3x + k$ 是“美好方程”，

$\therefore x = 1 - (-2025) = 2026$ 是关于 x 的方程 $\frac{1}{2025}x - 1 = 3x + k$ 的解，

令 $y + 3 = t$ ，则方程 $\frac{1}{2025}(y + 3) - 1 = 3y + 9 + k$ 可变形为 $\frac{1}{2025}t - 1 = 3t + k$ ，

$\therefore$ 关于 t 的方程 $\frac{1}{2025}t - 1 = 3t + k$ 的解为 $t = 2026$ ，

$$\therefore y+3=2026,$$

$$\therefore y=2023, \text{ 即关于 } y \text{ 的方程 } \frac{1}{2025}(y+3)-1=3y+9+k \text{ 的解是 } y=2023,$$

故答案为: $y=2023$.

三、解答题 (第 19、20、21、22 题每题 5 分, 第 23、24 题每题 6 分, 第 25 题 8 分, 第 26 题 8 分, 第 27 题 8 分, 满分 56 分)

19. 计算: $(\frac{2}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{18}) \div (-\frac{1}{36})$

【答案】 -1.

【解析】

【分析】 原式先将除法转换为乘法, 再运用分配律进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & (\frac{2}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{18}) \div (-\frac{1}{36}) \\ &= (\frac{2}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{18}) \times (-36), \\ &= \frac{2}{9} \times (-36) - \frac{1}{4} \times (-36) + \frac{1}{18} \times (-36), \\ &= -8+9-2, \\ &= -1. \end{aligned}$$

【点睛】 本题主要考查了有理数的混合运算, 熟练掌握运算律是解答本题的关键.

20. 计算: $-2^2 - 8 \times (-\frac{1}{16}) + (-4) \div \frac{1}{2}$.

【答案】 $-11\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算, 按照混合运算法则, 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减即可, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & -2^2 - 8 \times (-\frac{1}{16}) + (-4) \div \frac{1}{2} \\ &= -4 + 8 \times \frac{1}{16} + (-4) \times 2 \\ &= -4 + \frac{1}{2} - 8 \\ &= -4 - 8 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$= -11\frac{1}{2}.$$

21. 解方程: $2(x-3)-5(3-x)=21$

【答案】 $x=6$

【解析】

【分析】 按照去括号, 移项, 合并同类项, 系数化为 1 的步骤解方程即可.

【详解】 解: $2(x-3)-5(3-x)=21$

去括号得: $2x-6-15+5x=21$,

移项得: $2x+5x=21+6+15$,

合并同类项得: $7x=42$,

系数化为 1 得: $x=6$.

【点睛】 本题主要考查了解一元一次方程, 熟知解一元一次方程的步骤是解题的关键.

22. 解方程: $\frac{x}{0.6} + \frac{0.15-0.02x}{0.03} = 1$.

【答案】 $x=-4$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程: 先将系数化整, 再通过去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 等过程, 求得 x 的值.

【详解】 解: $\frac{x}{0.6} + \frac{0.15-0.02x}{0.03} = 1$,

整理得 $\frac{5x}{3} + \frac{15-2x}{3} = 1$,

去分母得 $5x+(15-2x)=3$,

去括号得 $5x+15-2x=3$,

移项得 $5x-2x=3-15$,

合并同类项 $3x=-12$,

解得 $x=-4$.

23. 先化简, 再求值: $\frac{3}{4}x-y-2\left(3y-\frac{1}{4}x+1\right)$, 其中 $x=-1$, $y=1$.

【答案】 $\frac{5}{4}x-7y-2$, $-\frac{41}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查整式加减中的化简求值, 熟练掌握运算法则是解答的关键.

先根据整式的加减运算法则化简原式，再代值求解即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \frac{3}{4}x - y - 2\left(3y - \frac{1}{4}x + 1\right) \\ &= \frac{3}{4}x - y - 6y + \frac{1}{2}x - 2 \\ &= \frac{5}{4}x - 7y - 2, \end{aligned}$$

当 $x = -1$, $y = 1$,

$$\text{原式} = \frac{5}{4} \times (-1) - 7 \times 1 - 2 = -\frac{5}{4} - 7 - 2 = -\frac{41}{4}.$$

24. 在综合与实践课程中，小丽同学在学习完“你的膳食健康吗？”课程后，对顾村实验学校为学生提供的午餐有 A 、 B 两种套餐进行了调查研究.（每天只提供一种午餐）

套餐	主食（克）	肉类（克）	蔬菜类（克）	其它（克）
A	160	95	120	125
B	200	70	140	90

为了膳食平衡，建议合理控制学生的主食摄入量，一周内学生午餐主食摄入总量建议为 880 克. 那么在一周内小丽同学应该选择 A 、 B 套餐各几天时，能达到控制主食摄入量的目的（说明：一周按 5 天计算）

【答案】 在一周里小丽同学应该选择 A 套餐 3 天， B 套餐 2 天时，能够达到控制主食摄入量的目的.

【解析】

【分析】 本题考查了列一元一次方程解应用题，

设在一周里小丽同学应该选择 A 套餐 m 天，则选择 B 套餐 $(5-m)$ 天，根据一周内学生午餐主食摄入总量建议为 880 克，列出一元一次方程，解方程即可.

【详解】解： 设在一周里小丽同学应该选择 A 套餐 m 天，则选择 B 套餐 $(5-m)$ 天，

根据题意得： $160m + 200(5-m) = 880$,

解得： $m = 3$,

$\therefore 5 - m = 2$,

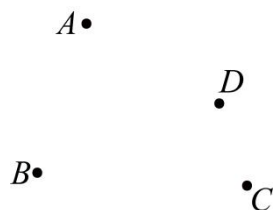
答：在一周里小丽同学应该选择 A 套餐 3 天， B 套餐 2 天时.

25. 根据下列语句，画出图形（用铅笔作图）.

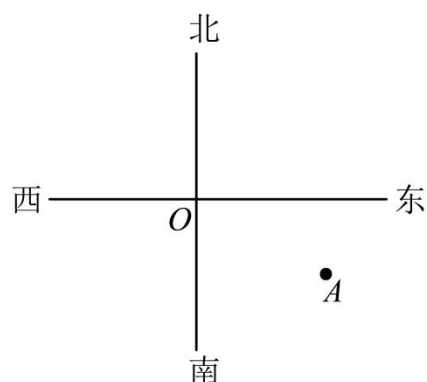
(1) 已知四点 A 、 B 、 C 、 D .

①画直线 AB ，射线 AD ，线段 DC ；

②在图中确定一个 O ，使得点 O 到四个点 A ， B ， C ， D 的距离之和最短.



(2) 如图，一艘货轮 B 在沿某小岛 O 北偏东 60° 方向航行中，发现了一座灯塔 A . 某一时刻，灯塔 A 与货轮 B 分别到小岛 O 的距离恰好相等，作图确定 B 点位置，用量角器度量得到此时 $\angle ABO$ 的度数是_____°.
(精确到度).



【答案】(1) 见解析 (2) 图见解析， 53°

【解析】

【分析】本题考查了作直线、射线、线段，方向角，两点之间线段最短，根据题目的已知画出图形，并结合图形去分析是解题的关键.

(1) ①根据直线 AB ，射线 AD ，线段 DC 概念作出图形即可；

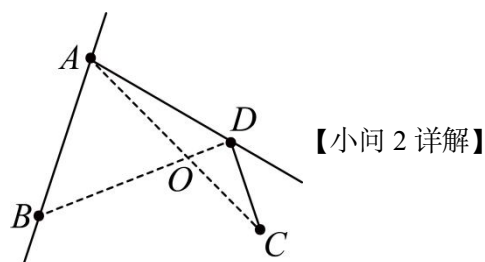
②连接 AC 、 BD 相交于 O ，根据两点之间线段最短可得点 O 到 A 、 B 、 C 、 D 的距离之和最短.

(2) 先画出表示北偏东 60° 方向的射线 OB ，再以 O 为圆心， OA 为半径作弧，交 OB 于 B ，得到等腰 AOB ， $OA = OB$ ，再用量角器量出 $\angle ABO$ 的度数即可解答.

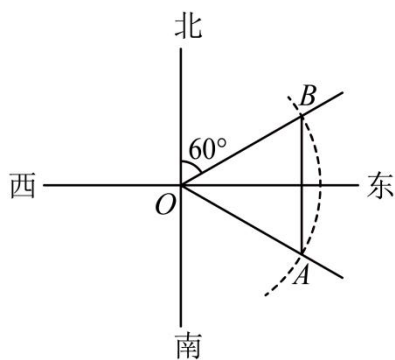
【小问 1 详解】

解：①如图所示，直线 AB ，射线 AD ，线段 DC 即为所求；

②点 O 即这所求.



解：如图：点 B 即是所求，



量得 $\angle AOB \approx 53^\circ$.

26. 已知直线 MN ，从一副三角尺中任取一个，将其某一个锐角的顶点放置在直线 MN 上，并记为点 A ，该锐角的两边分别记为射线 AB ，射线 AC ，且字母 A, B, C 按顺时针方向排列（射线 AB, AC 不与直线 MN 重合）. 作射线 AD 平分 $\angle MAB$ ，射线 AE 平分 $\angle NAC$.

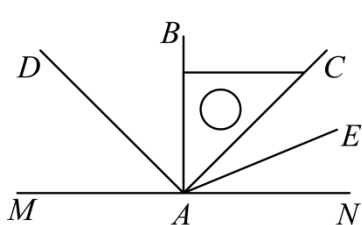


图1

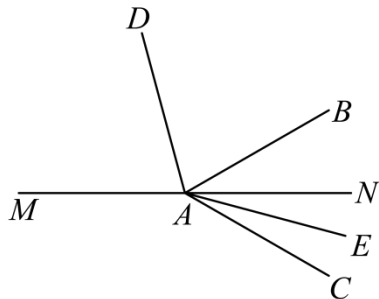


图2

- (1) 如图 1，若 $\angle BAC = 45^\circ$ ， $\angle MAD = 45^\circ$ ，则 $\angle NAE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；
- (2) 如图 2，若 $\angle DAE = 120^\circ$ ，且 $\angle MAD$ 与 $\angle CAE$ 互余，求 $\angle NAE$ 的度数；
- (3) 将三角尺绕点 A 旋转，使得射线 AD, AE 都在直线 MN 的下方，直接写出 $\angle DAE$ 的度数的所有可能值.

【答案】 (1) 22.5

(2) 15°

(3) $75^\circ, 67.5^\circ, 60^\circ$

【解析】

【分析】 (1) 先证明 $\angle BAD = \angle MAD = 45^\circ$ ， $\angle CAE = \angle NAE$ ，再求解 $\angle CAN = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，再进一步求解即可；

(2) 设： $\angle BAD = \angle MAD = x^\circ$ ， $\angle CAE = \angle NAE = y^\circ$ ，可得 $x + y = 90$ ①，结合 $\angle DAE = 120^\circ$ ，可得 $x - y = 60$ ②，再进一步求解即可；

(3) 如图，由 (1) 可设： $\angle BAD = \angle MAD = x^\circ$ ， $\angle CAE = \angle NAE = y^\circ$ ，可得 $\angle DAE = 180^\circ - (x + y)^\circ$ ，

$\angle EAB = y^\circ - 180^\circ + 2x^\circ$ ，分当 $\angle CAB = 45^\circ$ 时，当 $\angle CAB = 30^\circ$ 时，当 $\angle CAB = 60^\circ$ 时，再进一步求解即可。

【小问 1 详解】

解：∵ 射线 AD 平分 $\angle MAB$ ，射线 AE 平分 $\angle NAC$ ， $\angle MAD = 45^\circ$ 。

$$\therefore \angle BAD = \angle MAD = 45^\circ, \quad \angle CAE = \angle NAE,$$

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAN = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle NAE = 22.5^\circ;$$

【小问 2 详解】

解：由 (1) 可设： $\angle BAD = \angle MAD = x^\circ$ ， $\angle CAE = \angle NAE = y^\circ$ ，

∵ $\angle MAD$ 与 $\angle CAE$ 互余，

$$\therefore x + y = 90 \text{ ①},$$

$$\therefore \angle DAE = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAN + \angle NAE = 120^\circ,$$

$$\therefore 180 - x + y = 120,$$

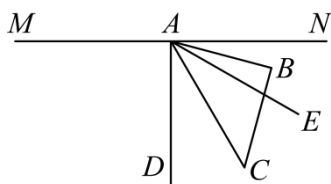
$$\therefore x - y = 60 \text{ ②},$$

$$\text{由①②得: } \begin{cases} x = 75 \\ y = 15 \end{cases};$$

$$\therefore \angle NAE = 15^\circ;$$

【小问 3 详解】

解：如图，由 (1) 可设： $\angle BAD = \angle MAD = x^\circ$ ， $\angle CAE = \angle NAE = y^\circ$ ，



$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - (x + y)^\circ,$$

$$\therefore \angle BAN = 180^\circ - 2x^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB = y^\circ - 180^\circ + 2x^\circ,$$

当 $\angle CAB = 45^\circ$ 时,

$$\therefore y + y - 180 + 2x = 45,$$

$$\therefore x + y = 112.5,$$

$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - (x + y)^\circ = 67.5^\circ,$$

当 $\angle CAB = 30^\circ$ 时,

$$\therefore y + y - 180 + 2x = 30,$$

$$\therefore x + y = 105,$$

$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - (x + y)^\circ = 75^\circ,$$

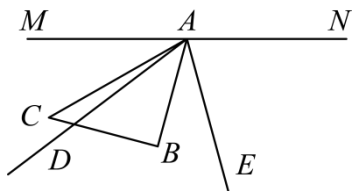
当 $\angle CAB = 60^\circ$ 时,

$$\therefore y + y - 180 + 2x = 60,$$

$$\therefore x + y = 120,$$

$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - (x + y)^\circ = 60^\circ,$$

当旋转到另外符合条件的位置时, 如图,



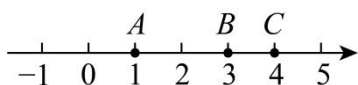
同理可得: $\angle DAE$ 的可能值为 67.5° 或 75° 或 60° .

综上: $\angle DAE$ 的可能值为 67.5° 或 75° 或 60° .

【点睛】 本题考查的是角平分线的定义, 角的和差运算, 一元一次方程组的应用, 互余的含义, 熟练的利用方程解题是关键.

27. 数轴上有 A 、 B 、 C 三点, 给出如下定义: 如果其中一个点与其它两个点的距离恰好满足 2 倍的数量关系, 那么称该点是其它两个点的“关联点”.

例如: 如图, 数轴上点 A 、 B 、 C 所表示的数分别为 1、3、4, 因为 $AB = 3 - 1 = 2$, $BC = 4 - 3 = 1$, 所以 $AB = 2BC$, 所以称点 B 是点 A 、 C 的“关联点”. 回答下列问题:



(1) 如果点 A 表示数 -2, 点 B 表示数 1. 下列各数 -1、2、6 所对应的点分别是 C_1 、 C_2 、 C_3 . 其中_____是

点 A 、 B 的“关联点”。

(2) 点 A 表示数 a (a 是一个常数, $a < 10$), 点 B 表示数 10, P 为数轴上一个动点:

①如果点 P 在点 A 、 B 之间, 并且点 P 是点 A 、 B 的“关联点”, 试用含有 a 的代数式来表示点 P 所表示的数;

②如果点 P 在点 B 的右侧, 点 P 、 A 、 B 中, 有一个点恰好是其它两个点的“关联点”, 并且点 P 与点 A 之间的距离为 18. 请求出此时点 P 表示的数.

【答案】 (1) C_1 ; (2) ①点 P 所表示的数为 $\frac{20+a}{3}$ 或 $\frac{10+2a}{3}$;

② P 表示的数为 19 或 16 或 22

【解析】

【分析】 本题考查了数轴上两点间的距离, 一元一次方程的应用, 解题的关键是用含字母的代数式表示相关点表示的数和相关线段的长度.

(1) 求出 $AC_1=1$, $BC_1=2$, 知 C_1 是点 A 、 B 的“关联点”; 求出 $AC_2=4$, $BC_2=1$, 知 C_2 不是点 A 、 B 的“关联点”; 求出 $AC_3=8$, $BC_3=5$, 知 C_3 不是点 A 、 B 的“关联点”;

(2) 设点 P 表示的数为 x , ①求出 $PA=x-a$, $PB=10-x$, 可 $x-a=2(10-x)$ 或 $10-x=2(x-a)$, 即可解得解得 $x=\frac{20+a}{3}$ 或 $x=\frac{10+2a}{3}$;

②求出 $AB=10-a$, $AP=x-a=18$, 然后分三种情况求解: 当 A 是 B , P “关联点” 时; 当 B 是 A , P “关联点” 时; 当 P 为 A , B 的“关联点” 时.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 A 表示数 -2 , 点 B 表示数 1 , C_1 表示数 -1 ,

$$\therefore AC_1=1, BC_1=2,$$

$$\therefore BC_1=2AC_1,$$

$\therefore C_1$ 是点 A 、 B 的“关联点”;

$\because$ 点 A 表示数 -2 , 点 B 表示数 1 , C_2 表示数 2 ,

$$\therefore AC_2=4, BC_2=1,$$

$\therefore C_2$ 不是点 A 、 B 的“关联点”;

$\because$ 点 A 表示数 -2 , 点 B 表示数 1 , C_3 表示数 6 ,

$$\therefore AC_3 = 8, BC_3 = 5,$$

$\therefore C_3$ 不是点 A 、 B 的“关联点”；

故答案为： C_1 ；

【小问 2 详解】

解： 设点 P 表示的数为 x ，

① $\because a < 10$ ，点 P 在点 A 、 B 之间，

$$\therefore PA = x - a, PB = 10 - x,$$

$\because$ 点 P 是点 A 、 B 的“关联点”，

$$\therefore PA = 2PB \text{ 或 } PB = 2PA,$$

$$\therefore x - a = 2(10 - x) \text{ 或 } 10 - x = 2(x - a),$$

$$\text{解得 } x = \frac{20 + a}{3} \text{ 或 } x = \frac{10 + 2a}{3};$$

$$\text{即点 } P \text{ 所表示的数为 } \frac{20 + a}{3} \text{ 或 } \frac{10 + 2a}{3};$$

② $\because a < 10$ ，点 P 在点 B 的右侧，

$$\therefore AB = 10 - a, AP = x - a = 18, BP = x - 10,$$

$$\therefore x = a + 18.$$

当 A 是 B ， P “关联点” 时，

$$\therefore 18 = 2(10 - a),$$

解得 $a = 1$ ，

$$\therefore x = a + 18 = 1 + 18 = 19,$$

即此时 P 表示的数为 19；

当 B 是 A ， P “关联点” 时，

$$\therefore 10 - a = 2(x - 10) \text{ 或 } x - 10 = 2(10 - a),$$

$$\therefore 10 - a = 2(a + 18 - 10) \text{ 或 } a + 18 - 10 = 2(10 - a),$$

解得 $a = -2$ 或 $a = 4$ ，

$$\therefore x = -2 + 18 = 16 \text{ 或 } x = 4 + 18 = 22,$$

即此时 P 表示的数为 16 或 22；

当 P 为 A 、 B 的“关联点” 时，

$$\therefore x - a = 2(x - 10),$$

$$\therefore a + 18 - a = 2(a + 18 - 10),$$

解得 $a = 1$,

$$\therefore x = 1 + 18 = 19,$$

即此时 P 表示的数为 19;

综上所述, P 表示的数为 19 或 16 或 22.