

2025-2026 学年六年级上学期期末模拟卷

数学·全解全析

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材六年级上册 (有理数+简单代数式+一元一次方程+线段与角)

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. **新考向** 毛泽东主席在《水调歌头游泳》中写道“一桥飞架南北, 天堑变通途”。正如杭州湾跨海大桥建成通车, 将上海至宁波间的陆路距离缩短了 120 千米, 用所学数学知识解释这一现象恰当的是 ()
- A. 过一点可以画多条直线 B. 两点确定一条直线
- C. 连接两点间线段的长度是两点间的距离 D. 两点之间, 线段最短

【答案】D

【详解】解: $\because$ 大桥直接连接上海和宁波两点, 而原本陆路是曲线路径,
 $\therefore$ 根据“两点之间, 线段最短”, 可知距离缩短。
故选: D.

2. 下列说法正确的是 ()

- A. $4x^2 - 9 = 2x - 7$ 是一元一次方程 B. $S = \frac{1}{2}(32 + y)$ 是代数式
- C. $x = -3$ 是方程 $x = 3 + 2x$ 的解 D. 8 是一次式

【答案】C

【详解】解: A、方程 $4x^2 - 9 = 2x - 7$ 不是一元一次方程, 故该选项不符合题意;
B、 $S = \frac{1}{2}(32 + y)$ 含有等号, $S = \frac{1}{2}(32 + y)$ 是方程, 不是代数式, 故该选项不符合题意;

C、当 $x=-3$ 时，等式左边 $=-3$ ，等式右边 $=3+2\times(-3)=3-6=-3$ ， $\therefore$ 左边=右边，故 $x=-3$ 是方程的解，故该选项符合题意；

D、8 是常数，没有未知数，则 8 不是一次式，故该选项不符合题意；

故选：C

3. 下列四个说法错误的是 ()

- A. 若 $\angle a = 43^\circ 28'$ ，则 $\angle a$ 的余角的度数为 $46^\circ 32'$
- B. 一个锐角的余角比这个角的补角小 90°
- C. 互补的两个角一个是锐角一个是钝角
- D. 如果 $\angle 1$ 大于 $\angle 2$ ，那么 $\angle 1$ 的补角小于 $\angle 2$ 的补角

【答案】C

【详解】解：A. 若 $\angle a = 43^\circ 28'$ ，则 $\angle a$ 的余角的度数为 $90^\circ - 43^\circ 28' = 46^\circ 32'$ ，说法正确；

B. 一个锐角的余角比这个角的补角小 $(180^\circ - a) - (90^\circ - a) = 90^\circ$ ，说法正确；

C. 互补的两个角一个是锐角一个是钝角，也有可能是两个直角，原说法错误；

D. 如果 $\angle 1$ 大于 $\angle 2$ ，那么 $\angle 1$ 的补角小于 $\angle 2$ 的补角，说法正确；

故选 C.

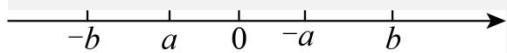
4. a ， b 是有理数，它们在数轴上的对应点的位置如图所示，把 a ， $-a$ ， b ， $-b$ 按由小到大的顺序排列为 ()



- A. $-b < -a < a < b$
- B. $-a < a < -b < b$
- C. $-b < a < -a < b$
- D. $-b < b < -a < a$

【答案】C

【详解】解：把有理数 $-a$ ， $-b$ 表示的点在数轴上表示出来，如下图所示，



则 $-b < a < -a < b$ ，

故选：C.

5. 在线段 AB 的延长线上取一点 C ，使 $BC = \frac{1}{3}AB$ ，如果 $BC = 2\text{cm}$ ，那么 AC 的长是 ()

- A. 6cm
- B. 8cm
- C. $2\frac{1}{3}\text{cm}$
- D. $2\frac{2}{3}\text{cm}$

【答案】B

【详解】解：∵ $BC = \frac{1}{3}AB$ ， $BC = 2\text{cm}$ ，

$$\therefore AB = 3BC = 6\text{cm}，$$

∵ 点 C 在线段 AB 的延长线上，

$$\therefore AC = AB + BC = 2 + 6 = 8\text{cm}.$$

故选：B.

6. 六年级某班的教师和学生去湖边坐游船，为此租了若干条船，如果每条船坐 9 人，那么恰好需要多租一条船；如果每条船坐 12 人，那么租的这些船恰好坐满，问：该班租了多少条船？该班一共有教师和学生多少人？为解决此问题，设该班一共有教师和学生共 x 人，所列方程正确的是（ ）

A. $9(x+1)=12x$

B. $9x+1=12x$

C. $\frac{x}{9}-1=\frac{x}{12}$

D. $\frac{x}{9}+1=\frac{x}{12}$

【答案】C

【详解】解：设该班一共有教师和学生共 x 人，

由题意可得 $\frac{x}{9}-1=\frac{x}{12}$ ，

故选：C.

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7.  一次式 $-2a + \frac{1}{3}b - 3 + \frac{2a}{5}$ 中是一次同类项是_____.

【答案】 $-2a$ 和 $\frac{2a}{5}$

【详解】解：一次式 $-2a + \frac{1}{3}b - 3 + \frac{2a}{5}$ 中是一次同类项是 $-2a$ 和 $\frac{2a}{5}$.

故答案为： $-2a$ 和 $\frac{2a}{5}$.

8. 如果一个角的余角是 56° ，那么它的补角是_____.

【答案】 146°

【详解】解：∵ 一个角的余角是 56° ，

$$\therefore \text{这个角为 } 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ，$$

$$\therefore \text{这个角的补角的度数是 } 180^\circ - 34^\circ = 146^\circ.$$

故答案为： 146° .

9. 计算: $135^{\circ}16' - 91^{\circ}45' =$ _____.

【答案】 $43^{\circ}31'$

【详解】解: 依题意, $1^{\circ} = 60'$,

$$\therefore 135^{\circ}16' - 91^{\circ}45' = 134^{\circ}76' - 91^{\circ}45' = 43^{\circ}31',$$

故答案为: $43^{\circ}31'$.

10. 比较大小: $-|-1.7|$ _____ $-(-1.7)$

【答案】 $<$

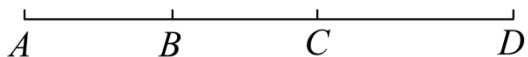
【详解】解: $\because -|-1.7| = -1.7; \quad -(-1.7) = 1.7;$

$$\therefore -1.7 < 1.7,$$

所以 $-|-1.7| < -(-1.7)$.

故答案为: $<$.

11. 如图, 已知线段 $AD = 10\text{cm}$, 点 C 是线段 AD 上一点, 且 AC 的长度是 DC 的 1.5 倍, 点 B 是线段 AC 的中点, 那么 $BD =$ _____



【答案】 7cm

【详解】解: $\because AC$ 的长度是 DC 的 1.5 倍,

$$\therefore AC = \frac{3}{2}CD,$$

$$\because AD = AC + CD, \quad AD = 10\text{cm},$$

$$\therefore CD = 4\text{cm}, \quad AC = \frac{3}{2} \times 4 = 6\text{cm},$$

$\because$ 点 B 是线段 AC 的中点,

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AC = 3\text{cm},$$

$$\therefore BD = BC + CD = 3 + 4 = 7\text{cm}.$$

故答案为: 7cm .

12. 学校为新生安排宿舍, 若每间宿舍住 3 人, 则有 2 人没有宿舍可住, 若每间宿舍住 4 人, 则空余 6 间宿舍, 其他宿舍正好住满, 设学校有宿舍 x 间, 则可列方程_____

【答案】 $3x + 2 = 4(x - 6)$

【详解】解: 根据第一种情况, 学生总数为 $3x + 2$; 根据第二种情况, 学生总数为 $4(x - 6)$, 由于学生总数

不变，得方程 $3x+2=4(x-6)$.

故答案为 $3x+2=4(x-6)$.

13. 某人早晨 6 点多一点点出发，早晨将近 7:00 回来，出发和回来时，时针和分针的夹角都恰好是 100 度，此人出去了_____分钟

【答案】 $\frac{400}{11}$

【详解】解：设分针每分钟转 m 度，时针每分钟转 n 度，

则 $60m=360$, $60\times 12n=360$,

解得 $m=6$, $n=0.5$,

$\therefore$ 分针每分钟转 6 度时，时针每分钟转 0.5 度，

设此人出去了 x 分钟，

根据题意得 $6x-0.5x=2\times 100$,

解得 $x=\frac{400}{11}$.

故答案为: $\frac{400}{11}$.

14. 已知 a 是一个固定的数，如果关于 x 的方程 $4x+6=x-3a$ 的解是 $5-x=2a$ 的解的 3 倍，那么 a 的值是_____.

【答案】 $\frac{17}{5}$

【详解】解：解方程 $4x+6=x-3a$, 得 $x=-a-2$,

解方程 $5-x=2a$, 得 $x=5-2a$,

根据题意， $-a-2=3(5-2a)$,

即 $-a-2=15-6a$,

整理得 $5a=17$,

解得 $a=\frac{17}{5}$,

故答案为: $\frac{17}{5}$.

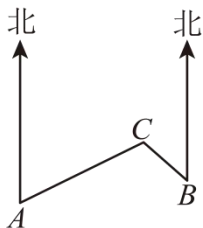
15. 进位制是人们为了计数和运算方便而约定的计数系统. 约定逢十进一是十进制，逢二进一是二进制. 十进制数 $1024=1\times 10^3+0\times 10^2+2\times 10^1+4\times 10^0$, 记作 1024; 二进制数 $(1011)_2=1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1$, 记作 $(1011)_2$; 二进制数 $(1101)_2$ 转化为十进制数为_____.

【答案】 13

【详解】解： $(1101)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$.

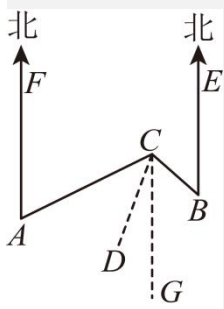
故答案为： 13 .

16. 如图, C 岛在 A 岛的北偏东 60° 方向, C 岛在 B 岛的北偏西 50° 方向, 从 C 岛看 A 、 B 两岛的视角 $\angle ACB$, 如果射线 CD 平分 $\angle ACB$, 则 $\angle ACD$ 是_____度;



【答案】 55

【详解】解: 过点 C 作 $CG \parallel FA$, 则 $CG \parallel EB$,



$\because C$ 岛在 A 岛的北偏东 60° 方向, C 岛在 B 岛的北偏西 50° 方向,

$$\therefore \angle FAC = 60^\circ, \angle EBC = 50^\circ,$$

$$\because CG \parallel FA, CG \parallel EB,$$

$$\therefore \angle ACG = \angle FAC, \angle BCG = \angle EBC,$$

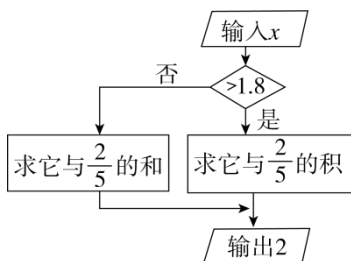
$$\therefore \angle ACB = \angle FAC + \angle EBC = 110^\circ,$$

$$\because CD \text{ 平分 } \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 55^\circ.$$

故答案为: 55 .

17. **新考向** 如图所示是一个计算流程图, 若输出是 2, 则输入 x 的值为_____.



【答案】5 或 1.6

【详解】解：若 $x > 1.8$ ，则 $\frac{2}{5}x = 2$ ，

解得 $x = 5$ ；

若 $x \leq 1.8$ ，则 $x + \frac{2}{5} = 2$ ，

解得 $x = 1.6$ ；

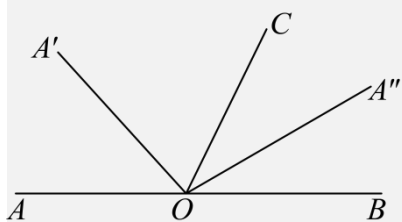
综上，输入 x 的值为 5 或 1.6，

故答案为：5 或 1.6.

18. **【新考向】** 已知点 A 、 O 、 B 在一直线上，且点 A 、 B 在点 O 的两侧， $\angle AOC = 100^\circ$ ，现将射线 OA 绕点 O 顺时针匀速旋转，射线 OB 、 OC 保持不动，直到射线 OA 与射线 OB 重合时停止旋转. 在旋转过程中，当三条射线构成的角中有两个角相等（重合除外）时，射线 OA 旋转的角度为_____.

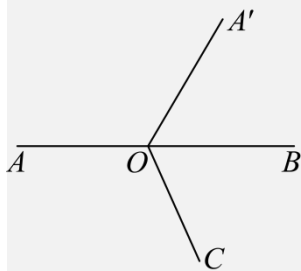
【答案】 20° ， 100° 或 140°

【详解】解：如下图：



当 $\angle BOC = \angle COA'$ 时，旋转角度 $\angle AOA' = 180^\circ - 2 \times 80^\circ = 20^\circ$

当 $\angle A''OB = \angle A''OC$ 时，旋转角度 $\angle AOA'' = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 80^\circ = 140^\circ$



当 $\angle A'OB = \angle BOC$ 时，旋转角度 $\angle AOA' = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ ；

故答案为 20° ， 100° 或 140° .

三.解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19. (9 分) 计算、解方程：

$$(1) \frac{11}{18} \times \left[\left(5 - \frac{1}{4} \times 12 \right) \div \frac{2}{9} \right];$$

$$(2) -1^6 \div \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + (6-15) \times 1\frac{1}{3} - |-5|;$$

(3) $5x + 4(3x - 1) = 13$.

【详解】(1) 解: $\frac{11}{18} \times \left[\left(5 - \frac{1}{4} \times 12 \right) \div \frac{2}{9} \right]$
 $= \frac{11}{18} \times \left[(5 - 3) \div \frac{2}{9} \right]$
 $= \frac{11}{18} \times \left(2 \div \frac{2}{9} \right)$
 $= \frac{11}{18} \times 9$
 $= \frac{11}{2}$; (3 分)

(2) $-1^6 \div \left(-\frac{1}{3} \right)^2 + (6 - 15) \times 1\frac{1}{3} - |-5|$
 $= -1 \div \frac{1}{9} + (-9) \times \frac{4}{3} - 5$
 $= -9 - 12 - 5$
 $= -26$; (6 分)

(3) $5x + 4(3x - 1) = 13$,

去括号, 得 $5x + 12x - 4 = 13$,

合并同类项, 得 $17x - 4 = 13$,

移项, 得 $17x = 13 + 4$,

合并同类项, 得 $17x = 17$,

系数化为 1, 得 $x = 1$ (9 分)

20. (4 分) 如果方程 $\frac{3x-4}{2} - 7 = \frac{2x+1}{3} - 1$ 的解与方程 $4x - (3a+1) = 6x + 2a - 1$ 的解相同, 求 a 的值.

【详解】解: 方程 $\frac{3x-4}{2} - 7 = \frac{2x+1}{3} - 1$,

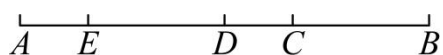
解得: $x = 10$, (2 分)

将 $x = 10$ 代入 $4x - (3a+1) = 6x + 2a - 1$,

得 $4 \times 10 - (3a+1) = 6 \times 10 + 2a - 1$,

解得: $a = -4$ (4 分)

21. (6 分) 如图, 点 C 、 E 是线段 AB 上两点, 点 D 为线段 AB 的中点, $AB = 6$, $CD = 1$.



(1) 求 BC 的长.

(2)若 $EC = 3AE$ ，求 EC 的长.

【详解】(1) 解: $\because$ 点 D 为线段 AB 的中点, $AB = 6$,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 3,$$

$$\because CD = 1,$$

$$\therefore BC = BD - CD = 3 - 1 = 2. \dots\dots (3 \text{ 分})$$

(2) 解: $\because AB = 6$, $BC = 2$,

$$\therefore AC = AB - BC = 6 - 2 = 4,$$

$$\because EC = 3AE, \quad AC = AE + EC,$$

$$\therefore 4AE = 4,$$

解得 $AE = 1$,

$$\therefore EC = AC - AE = 4 - 1 = 3. \dots\dots (6 \text{ 分})$$

22. (6 分) 某企业聘用甲、乙两队完成一项工程, 甲队单独完成所需天数是乙队单独完成所需天数的 $\frac{2}{3}$. 已知甲队单独完成这项工程需 40 天, 如果甲、乙两队先合作 10 天, 接着甲队因故停工 10 天 (乙队不停工), 后继续与乙队合作完成剩下的工程.

(1)完成这项工程总共用了多少天?

(2)该企业为了这项工程一共支付 a 万元的费用. 如果你是决策者, 你会将这笔费用如何分配给甲、乙两队? 请设计一个分配的方案, 并说明分配的依据.

【详解】(1) 解: $\because$ 甲队单独完成这项工程需 40 天, 且甲队单独完成所需天数是乙队单独完成所需天数的 $\frac{2}{3}$.

$$\therefore \text{乙队单独完成这项工程需 } 40 \div \frac{2}{3} = 60 \text{ (天)}.$$

设完成这项工程总共用了 x 天, 则甲队工作了 $(x-10)$ 天, 乙队工作了 x 天,

$$\text{根据题意得: } \frac{x-10}{40} + \frac{x}{60} = 1,$$

$$\text{解得: } x = 30.$$

答: 完成这项工程总共用了 30 天; $\dots\dots (3 \text{ 分})$

(2) 分配给甲队 $\frac{1}{2}a$ 万元, 分配给乙队 $\frac{1}{2}a$ 万元,

理由如下: 甲队完成的工程量为 $\frac{30-10}{40} = \frac{1}{2}$, 乙队完成的工程量为 $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$.

$\therefore$ 该企业为了这项工程一共支付 a 万元的费用,

∴按照完成工程量的比例来分配，应该分配给甲队 $\frac{1}{2}a$ 万元，乙队 $\frac{1}{2}a$ 万元. …… (6 分)

23. **新考向** (6 分) 数学活动课上，小海利用列表法研究一次式 $3x-6$ 、 $-3x-6$ 的值随着 x 的取值的变化情况.

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	...
$3x-6$	...	-18	-15	-12	-9	m	-3	0	...
$-3x-6$	...	6	3	0	-3	-6	-9	-12	...

根据表格，完成下列问题：

- 表格中的 $m =$ _____；
- 从表格中可以发现，当 x 的取值增大时，一次式 $3x-6$ 的值_____ (填“增大”、“不变”或“减小”)，一次式 $-3x-6$ 的值_____ (填“增大”、“不变”或“减小”)；
- 小海在研究时，得到这样一个结论：“当 x 的值每增加 1 时，一次式 $3x-6$ 减去一次式 $-3x-6$ 的差就增加 6”，你同意小海的结论吗？请利用所学知识说明理由.

【详解】 (1) 解：将 $x=0$ 代入 $3x-6$ 得： $m=3x-6=3\times 0-6=-6$.

故答案为：-6. …… (1 分)

(2) 解：从表格中可以发现，当 x 的取值增大时，一次式 $3x-6$ 的值增大，一次式 $-3x-6$ 的值减小；

故答案为：增大；减小. …… (3 分)

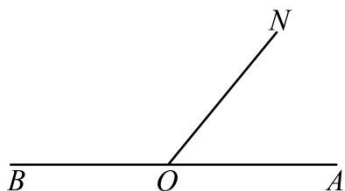
(3) 解：我同意小海的结论.

理由如下：

$$\because 3x-6-(-3x-6)=3x-6+3x+6=6x,$$

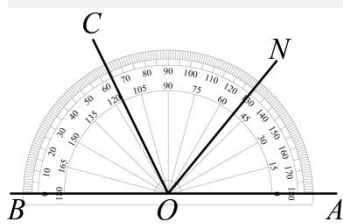
所以当 x 的值每增加 1 时，一次式 $3x-6$ 减去一次式 $-3x-6$ 的差就增加 6. …… (6 分)

24. (7 分) 如图，已知射线 ON 的端点 O 在直线 AB 上.



- 用直尺和量角器画 $\angle BON$ 的平分线 OC . (不写作法，保留作图痕迹)
- 当 $\angle AON = 60^\circ$ 时，图中与 $\angle AON$ 互补的角有_____；
- 如果 $\angle BOC$ 比 $\angle AON$ 的一半多 25° ，则 $\angle BON =$ _____.

【详解】(1) 解：如图，射线 OC 即为所作：



..... (1 分)

(2) 解：与 $\angle AON$ 互补的角是 $\angle AOC, \angle BON$ ；

理由： $\because \angle AON = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle BON = 120^\circ,$$

$\because OC$ 平分 $\angle BON$ ，

$$\therefore \angle BOC = \angle NOC = \frac{1}{2} \angle BON = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AON + \angle NOC = 120^\circ,$$

$$\because \angle AON + \angle BON = 180^\circ, \angle AON + \angle AOC = 180^\circ,$$

$\therefore$ 与 $\angle AON$ 互补的角是 $\angle AOC, \angle BON$ (4 分)

(3) 解：设 $\angle AON = x$ ，则 $\angle BOC = \frac{1}{2}x + 25^\circ$ ，

$\because OC$ 平分 $\angle BON$ ，

$$\therefore \angle BON = 2\angle BOC = x + 50^\circ,$$

$$\because \angle AON + \angle BON = 180^\circ,$$

$$\therefore x + x + 50^\circ = 180^\circ,$$

解得 $x = 65^\circ$ ；

即 $\angle AON = 65^\circ$ ，

$$\therefore \angle BON = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ. \text{ (7 分)}$$

25. **新考向** (10 分) 【课本再现】

定义：若线段上的一个点把这条线段分成1:2的两条线段，则称这个点是这条线段的三等分点.

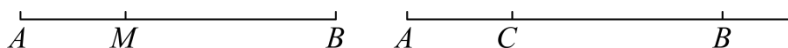


图1

图2

(1) 如图 1，点 M 是线段 AB 的一个三等分点，满足 $BM = 2AM$ ，若 $AB = 9\text{cm}$ ，则 $AM = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$

【类比迁移】

(2) 如图 2，已知 $AB = 9\text{cm}$ ，点 C 从点 A 出发，以每秒 $\frac{2}{3}\text{cm}$ 的速度沿射线方向运动 t 秒. 当 t 为何值时，

点 C 是线段 AB 的三等分点;

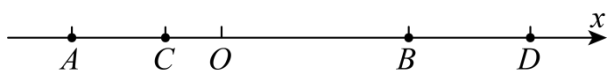


图3

【方法运用】

(3) 如图 3, 在数轴上有 A, B 两点, 表示的数分别为 $-8, 10$, 点 C 从点 A 出发, 点 D 从点 B 出发, 两点都同时向数轴正方向出发, 点 C 的速度为每秒 1 个单位, 点 D 的速度为每秒 2 个单位, 若运动时间为 t 秒, 当 t 为多少秒时, B, C, D 中有一个点是另外两点的三等分点?

【详解】解: (1) $\because AB = 9\text{cm}, BM = 2AM,$

$$\therefore AB = AM + BM = 3AM = 9(\text{cm}),$$

解得 $AM = 3\text{cm},$

故答案为: 3; (3 分)

(2) 点 C 是线段 AB 的三等分点分两种情况:

$$\text{当 } AC = \frac{1}{3}AB; AB = 9\text{cm}, \text{ 则 } AC = 3\text{cm},$$

$$\therefore \frac{2}{3}t = 3, \text{ 解得 } t = \frac{9}{2},$$

$$\text{当 } AC = \frac{2}{3}AB; AB = 9\text{cm}, \text{ 则 } AC = 6\text{cm},$$

$$\therefore \frac{2}{3}t = 6, \text{ 解得 } t = 9,$$

综上, $t = \frac{9}{2}$ 或 $t = 9$ (6 分)

(3) 数轴上点 A 表示 -8 , 点 B 表示 10 , 运动 t 秒后:

点 C 的位置: $-8+t$ (速度 1 单位/秒, 向右运动);

点 D 的位置: $10+2t$ (速度 2 单位/秒, 向右运动),

需分两种情况讨论“一个点是另外两点的三等分点”:

情况 1: 点 B 是 CD 的三等分点,

B 在线段 CD 上, 且 $CB = \frac{1}{3}CD$ 或 $CB = \frac{2}{3}CD$.

$$CD = (10+2t) - (-8+t) = t+18; CB = (10) - (-8+t) = 18-t.$$

$$\text{若 } 18-t = \frac{1}{3}(t+18), \text{ 解得 } t = 9;$$

$$\text{若 } 18-t = \frac{2}{3}(t+18), \text{ 解得 } t = \frac{18}{5}.$$

情况 2: 点 C 在 BD 的三等分点时

C 在线段 BD 上, 且 $CB = \frac{1}{3}BD$ 或 $CB = \frac{2}{3}BD$.

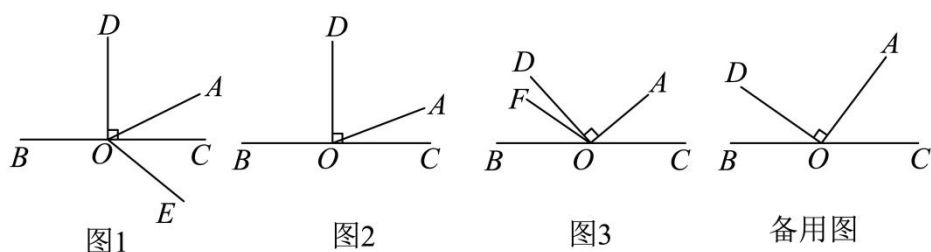
$$BD = 2t; \quad CB = -8 + t - 10 = t - 18.$$

$$\text{若 } t - 18 = \frac{1}{3} \times 2t, \text{ 解得 } t = 54;$$

$$\text{若 } t - 18 = \frac{2}{3} \times 2t, \text{ 解得 } t = -54 \text{ (舍去)}.$$

所以, t 为 9, $\frac{18}{5}$, 54 秒时, B, C, D 中有一个点是另两个点的三等分点. …… (10 分)

26. **新考向** (10 分) 已知点 B, O, C 在同一条直线上, $\angle AOC = \alpha$.



(1) 如图 1, 若 $\angle COD = 90^\circ$, $\angle EOD = 130^\circ$, OA 平分 $\angle EOD$, 求 α 的度数;

(2) 如图 2, 若 $\angle COD = 90^\circ$ 且 $\angle CON$ 与 $\angle AOC$ 互余, 请在图 2 中画出射线 ON , 并求出 $\angle DON$ 的度数 (用含 α 的式子表示).

(3) 如图 3 和备用图, 当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, 若 $\angle AOD = 90^\circ$, $\angle AOC = \angle BOF = \alpha$ 且 $\angle AOC = 4\angle DOF$, 求 α 的度数.

【详解】 (1) 解: $\because \angle EOD = 130^\circ$, OA 平分 $\angle EOD$,

$$\therefore \angle AOD = \angle AOE = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ,$$

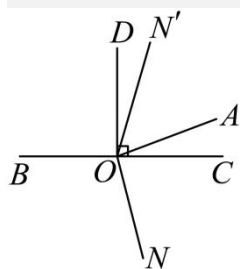
$$\because \angle AOC = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ - \alpha,$$

$$\therefore 90^\circ - \alpha = 65^\circ,$$

解得: $\alpha = 25^\circ$. …… (3 分)

(2) 解: 如图, 射线 ON, ON' 即为所求,



当射线 ON 在直线 BC 的下方时,

$\because \angle CON$ 与 $\angle AOC$ 互余,

$$\therefore \angle CON = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \alpha,$$

$$\because \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DON = \angle DOC + \angle CON = 90^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ - \alpha,$$

当射线 ON' 在直线 BC 的上方时,

$\because \angle CON'$ 与 $\angle AOC$ 互余,

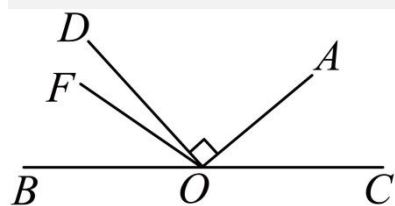
$$\therefore \angle CON' = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \alpha,$$

$$\because \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DON' = \angle DOC - \angle CON' = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha,$$

综上: $\angle DON$ 的度数为: $180^\circ - \alpha$ 或 α . $\cdots \cdots$ (6分)

(3) 解: 如图, 当 OF 在 OD 的左边时,



$$\because \angle AOD = 90^\circ, \angle AOC = \angle BOF = \alpha,$$

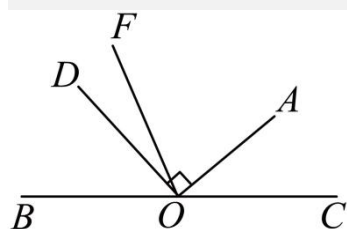
$$\therefore \angle DOF = 180^\circ - \angle AOC - \angle BOF - \angle AOD = 90^\circ - 2\alpha,$$

$$\because \angle AOC = 4\angle DOF,$$

$$\therefore \alpha = 4(90^\circ - 2\alpha),$$

$$\text{解得: } \alpha = 40^\circ,$$

当 OF 在 OD 的右边时, 如图,



$$\because \angle AOC = \angle BOF = \alpha,$$

$$\therefore \angle AOF = 180^\circ - \angle AOC - \angle BOF = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\because \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOF = 90^\circ - \angle AOF = 2\alpha - 90^\circ,$$

$$\because \angle AOC = 4\angle DOF,$$

$$\therefore a = 4(2a - 90^\circ),$$

$$\text{解得: } a = \left(\frac{360}{7}\right)^\circ,$$

综上: a 的度数为 40° 或 $\left(\frac{360}{7}\right)^\circ$. $\cdots\cdots$ (10 分)