

2025 学年第一学期中预年级数学期末考试试卷

时间：90 分钟

一、填空题（每空 2 分，共 16 分）

1. 某数除以 2 所得的商与这个数的倒数的和，若设某数为 $x(x \neq 0)$ ，则此代数式可以表示为_____.

【答案】 $\frac{x}{2} + \frac{1}{x}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了列代数式，根据题意，将某数除以 2 得到商，再求某数的倒数，最后求两者的和，据此列代数式即可.

【详解】 解：设某数为 $x(x \neq 0)$ ，则某数除以 2 的商为 $\frac{x}{2}$ ，某数的倒数为 $\frac{1}{x}$ ，因此代数式为 $\frac{x}{2} + \frac{1}{x}$.

故答案为： $\frac{x}{2} + \frac{1}{x}$.

2. $mn^2 + 3^4$ 是_____次整式.

【答案】 3##三

【解析】

【分析】 本题主要考查了多项式的次数的定义，多项式中次数最高的项的次数是多项式的次数，据此可得答案.

【详解】 解： $mn^2 + 3^4$ 是 $1+2=3$ 次整式，

故答案为： 3.

3. 化简： $\frac{1}{3}(m+2) - \frac{3}{2}(2m-5) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{49-16m}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减.

先去括号，再合并同类项即可.

【详解】 解： $\frac{1}{3}(m+2) - \frac{3}{2}(2m-5)$
 $= \frac{1}{3}m + \frac{2}{3} - 3m + \frac{15}{2}$
 $= \frac{-16m}{6} + \frac{49}{6}$

$$= \frac{49-16m}{6}.$$

故答案为: $\frac{49-16m}{6}$.

4. $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{8}$ 之间, 且分子为 48 的最简分数有 ____ 个.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数比较大小, 最简分数的定义, 设满足题意的最简分数的分母为 x , 则可得到 $\frac{48}{128} < \frac{48}{x} < \frac{48}{120}$, 即 $120 < x < 128$, 且 x 为整数, 再根据最简分数的定义可得 48 与 x 互质, 由此可确定答案

【详解】 解: 设满足题意的最简分数的分母为 x ,

$$\text{由题意得, } \frac{3}{8} < \frac{48}{x} < \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{48}{128} < \frac{48}{x} < \frac{48}{120},$$

$$\therefore 120 < x < 128, \text{ 且 } x \text{ 为整数}$$

$$\therefore x \text{ 可以取的值为 } 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127,$$

$$\therefore \text{分数 } \frac{48}{x} \text{ 是最简分数,}$$

$$\therefore 48 \text{ 与 } x \text{ 互质,}$$

$$\therefore 48 \text{ 与 } 122 \text{ 有公因数 } 2, 48 \text{ 与 } 124 \text{ 有公因数 } 2, 48 \text{ 与 } 126 \text{ 有公因数 } 2, 48 \text{ 与 } 123 \text{ 有公因数 } 3, 48 \text{ 与 } 121 \text{ 互质, } 48 \text{ 与 } 125 \text{ 互质, } 48 \text{ 与 } 127 \text{ 互质,}$$

$$\therefore x \text{ 的值只能是 } 121 \text{ 或 } 125 \text{ 或 } 127,$$

故答案为: 3.

5. 已知正整数 a, b 满足 $72a = b^3$, 则当 a, b 都取到最小值时, $3a + \frac{1}{2}b$ 的值为__.

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值, 乘方的逆运算, 由 $72a = b^3$ 且 a, b 为正整数, 可知 b^3 必须是 72 的倍数; 将 72 分解质因数为 $2^3 \times 3^2$, 那么 a 必须包含质因数 3, 使得 3 的指数为 3 的倍数, a 最小时, b 也最小, 因此确定 a 的最小值, 即可确定 b 的最小值, 据此求解即可.

【详解】 解: 因为 $72 = 2^3 \times 3^2$, $72a = b^3$, 且 a, b 都是正整数,

$\therefore a$ 必须包含质因数 3, 使得 3 的指数为 3 的倍数,

$\therefore a$ 最小时, b 也最小, 且 a 的最小值为 3,

$\therefore$ 此时 $b^3 = 72 \times 3$, 即 b 的最小值为 6,

$$\therefore 3a + \frac{1}{2}b = 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 = 9 + 3 = 12,$$

故答案为: 12.

6. “已知: 线段 m, n . 求作: 线段 AB , 使得 $AB = m + 2n$.” 小明给出了四个步骤: ①在射线 AM 上画线段 $AP = m$; ②则线段 $AB = m + 2n$; ③在射线 PM 上顺次画线段 $PQ = n, QB = n$; ④画射线 AM ; 你认为正确的顺序是__.

【答案】④①③②

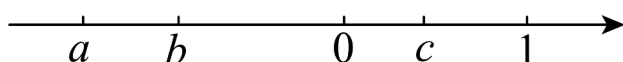
【解析】

【分析】本题主要考查了尺规作图—作线段, 尺规作图需先作射线作为基准, 再依次截取线段, 最后得到目标线段, 即第一步要画射线 AM , 然后在射线 AM 上画线段 $AP = m$, 再在射线 PM 上依次画线段 $PQ = n, QB = n$, 则线段 $AB = m + 2n$, 据此可得答案.

【详解】解: 首先画射线 AM (步骤④), 作为作图基准; 然后在射线 AM 上截取线段 $AP = m$ (步骤①); 接着在射线 PM (从点 P 沿 AM 方向) 上顺次截取 $PQ = n$ 和 $QB = n$ (步骤③), 此时 $AB = AP + PQ + QB = m + n + n = m + 2n$; 最后得到线段 $AB = m + 2n$ (步骤②).

故答案为: ④①③②

7. 如图, 已知有理数 a, b, c 在数轴上的位置, 则 $|a-b| + |b-1| - |a-c| =$ __.



【答案】 $1 - c - a + 1$

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数与数轴, 化简绝对值, 整式的加减运算, 根据数轴判断出 $a-b$, $b-1$, $a-c$ 的符号, 再去绝对值, 最后根据整式的加减运算法则求解即可.

【详解】解: 由数轴可得 $a < b < 0 < c < 1$,

$$\therefore a-b < 0, b-1 < 0, a-c < 0,$$

$$\therefore |a-b| + |b-1| - |a-c| =$$

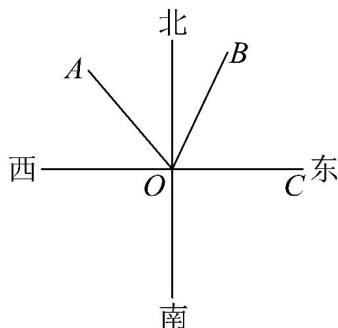
$$= -(a-b) - (b-1) + (a-c)$$

$$= -a + b - b + 1 + a - c$$

$$= 1 - c,$$

故答案为: $1 - c$.

8. 如图, OA 的方向是北偏西 40° 方向, OB 平分 $\angle AOC$, 则 OB 的方向是__方向.



【答案】北偏东 25°

【解析】

【分析】本题考查方向角、角平分线的定义、角的和差定义等知识, 解题的关键是理解方向角的概念, 学会用方向角描述位置.

根据方向角的定义和角平分线的定义即可得到结论.

【详解】解: $\because OA$ 方向是北偏西 40° 方向,

$$\therefore \angle AOC = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ,$$

$\because OB$ 平分 $\angle AOC$,

$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC = 65^\circ,$$

$$\therefore 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ,$$

$\therefore OB$ 的方向是北偏东 25° 方向.

故答案为: 北偏东 25° .

二、填空题 (每空 3 分, 共 18 分)

9. 已知: 当 $x = -7$ 时, 多项式 $ax^5 + bx^3 + cx - 5$ 的值为 2. 当 $x = 7$ 时, $ax^5 + bx^3 + cx - 5$ 的值为__.

【答案】-12

【解析】

【分析】本题考查了代数式求值.

根据当 $x = -7$ 时, 多项式 $ax^5 + bx^3 + cx - 5$ 的值为 2 得到 $a \times 7^5 + b \times 7^3 + c \times 7 = -7$, 进而计算即可.

【详解】解: $\because$ 当 $x = -7$ 时, 多项式 $ax^5 + bx^3 + cx - 5$ 的值为 2,

$$\therefore a \times (-7)^5 + b \times (-7)^3 + c \times (-7) - 5 = 2,$$

$$\therefore -a \times 7^5 - b \times 7^3 - c \times 7 - 5 = 2,$$

$$\text{即 } a \times 7^5 + b \times 7^3 + c \times 7 = -7$$

$$\therefore \text{当 } x=7 \text{ 时, } ax^5 + bx^3 + cx - 5 = a \times 7^5 + b \times 7^3 + c \times 7 - 5 = -7 - 5 = -12.$$

故答案为: -12 .

10. 已知 $x=1$ 是一元一次方程 $(3a+2)x^2 - (2b+5)x + 3c = 0$ 的解, 则 $a+8b-12c$ 的值是__.

【答案】 $-\frac{62}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查的是一元一次方程的定义与解的应用, 先根据一元一次方程的定义确定二次项系数为 0 , 求出 a 的值, 再结合方程的解代入等式得到 b 与 c 的关系, 最后整体代入是解题的关键.

【详解】 解: 因为方程 $(3a+2)x^2 - (2b+5)x + 3c = 0$ 是一元一次方程,

$$\text{所以二次项系数 } 3a+2=0, \text{ 解得 } a=-\frac{2}{3};$$

$$\text{将 } x=1 \text{ 代入方程, 得 } (3a+2) \times 1^2 - (2b+5) \times 1 + 3c = 0,$$

$$\text{代入 } a=-\frac{2}{3}, \text{ 有 } 0 \cdot 1 - (2b+5) + 3c = 0, \text{ 即 } 3c - 2b - 5 = 0,$$

$$\text{所以 } 3c - 2b = 5;$$

$$\therefore 2b - 3c = -5,$$

$$\text{则 } 8b - 12c = 4(2b - 3c) = 4 \times (-5) = -20,$$

$$\text{所以 } a + 8b - 12c = -\frac{2}{3} + (-20) = -\frac{2}{3} - \frac{60}{3} = -\frac{62}{3}.$$

$$\text{故答案为: } -\frac{62}{3}.$$

11. 定义: 如果两个一元一次方程的解之和为 -1 , 我们就称这两个方程为“良好方程”. 例如: 方程

$2x-1=3$ 和 $x+3=0$ 为“良好方程”, 若关于 x 的方程 $\frac{1}{123}x-1=0$ 与 $\frac{1}{123}x+1=3x+k$ 是“良好方程”,

则关于 y 的方程 $\frac{1}{123}(y+2)+1=3y+k+6$ 的解是__.

【答案】 $y=-126$

【解析】

【分析】 此题考查了一元一次方程的解法和一元一次方程的解, 熟练掌握一元一次方程的解法是解题的关键.

先解方程 $\frac{1}{123}x - 1 = 0$ 得 $x = 123$ ，根据“良好方程”的定义，方程 $\frac{1}{123}x + 1 = 3x + k$ 的解为 $x = -124$ ，将关于 y 的方程 $\frac{1}{123}(y+2) + 1 = 3y + k + 6$ 变形为 $\frac{1}{123}(y+2) + 1 = 3(y+2) + k$ ，则 $y+2 = -124$ ，即可求解。

【详解】解：解方程 $\frac{1}{123}x - 1 = 0$ 得 $x = 123$ ，

$\therefore$ 关于 x 的方程 $\frac{1}{123}x - 1 = 0$ 与 $\frac{1}{123}x + 1 = 3x + k$ 是“良好方程”，

$\therefore$ 方程 $\frac{1}{123}x + 1 = 3x + k$ 的解为 $x = -124$ ，

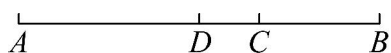
将方程 $\frac{1}{123}(y+2) + 1 = 3y + k + 6$ 变形为 $\frac{1}{123}(y+2) + 1 = 3(y+2) + k$ ，

$\therefore y+2 = -124$ ，

$\therefore y = -126$ ，

故答案为： $y = -126$

12. 如图，已知点 C 是线段 AB 上一点，且 $AC = 2CB$ ，点 D 是 AB 的中点，且 $AD = 15$ 。若点 F 是线段 AB 上一点，且 $CF = \frac{1}{2}CD$ ，则 AF 的长是_____。



【答案】 17.5 或 22.5

【解析】

【分析】 本题主要考查了与线段中点有关的线段和差计算，根据线段中点的定义可得 AB 的长，则可求出 AC 的长，进而求出 CD 的长，则可求出 CF 的长，再分两种情况：点 F 在点 C 左侧和点 F 在点 C 右侧，根据线段的和差关系讨论求解即可。

【详解】解： $\because$ 点 D 是 AB 的中点，且 $AD = 15$ ，

$\therefore AB = 2AD = 30$ ，

$\because AC = 2CB$ ，

$\therefore AC = \frac{2}{3}AB = 20$ ，

$\therefore CD = AC - AD = 5$ ，

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = 2.5;$$

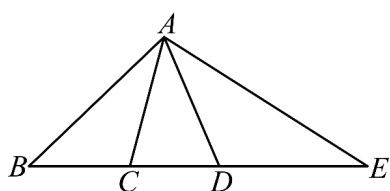
当点 F 在点 C 左侧时, 则 $AF = AC - CF = 17.5$,

当点 F 在点 C 右侧时, 则 $AF = AC + CF = 22.5$,

综上所述, AF 的长是 17.5 或 22.5;

故答案为: 17.5 或 22.5.

13. 如图, 点 C, D 在线段 BE 上. 下列说法: ①在直线 CD 上以 B, C, D, E 为端点的线段共有 6 条; ②若 $\angle BAE = 110^\circ, \angle DAC = 35^\circ$, 则以 A 为顶点的所有小于平角的角的度数和为 350° ; ③图中小于平角的角有 10 个. 其中说法正确的是_____.



【答案】①

【解析】

【分析】本题主要考查了线段的条数问题, 几何图形中角的计算, 角的定义, 根据两点确定一条线段可判断①; 根据两条射线和顶点 A 组成一个角可求出以 A 为顶点的所有小于平角的角, 再根据角的和差关系求出这些角的度数之和可判断②; 根据角的定义可判断③.

【详解】解: ①在直线 CD 上以 B, C, D, E 为端点的线段有 BC, BD, BE, CD, CE, DE , 共 6 条, 原说法正确;

②则以 A 为顶点的所有小于平角的角有 $\angle BAC, \angle BAD, \angle BAE, \angle CAD, \angle CAE, \angle DAE$,

$$\because \angle BAE = 110^\circ, \angle DAC = 35^\circ,$$

$$\begin{aligned} &\therefore \angle BAC + \angle BAD + \angle BAE + \angle CAD + \angle CAE + \angle DAE \\ &= (\angle BAC + \angle CAE) + (\angle BAD + \angle DAE) + \angle BAE + \angle CAD \\ &= \angle BAE + \angle BAE + \angle BAE + \angle CAD \\ &= 110^\circ + 110^\circ + 110^\circ + 35^\circ \\ &= 365^\circ, \text{ 原说法错误;} \end{aligned}$$

③图中小于平角的角有 $\angle BAC, \angle BAD, \angle BAE, \angle CAD, \angle CAE, \angle DAE$, $\angle ABC, \angle ACB$, $\angle ACD, \angle ADC, \angle ADE, \angle AED$, 共 12 个, 原说法错误;

故答案为：①.

14. 如图所示，电脑芯片的某段电路上分布着一组电子元件（假设它们首尾不相连），且相邻的两个元件不能同时是关的. 若用 a_k 表示电路上 k ($k \geq 1$) 个电子元件所有不同的“开”、“关”状态数，则

a_k 、 a_{k+1} 、 a_{k+2} 之间的关系式可以表示为_____.



【答案】 $a_{k+2} = a_k + a_{k+1}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了数字类的规律探索，设电子元件的状态“开”和“关”分别用 1 和 0 表示，求出当电路上有 1 个电子元件，2 个电子元件，3 个电子元件，4 个电子元件和 5 个电子元件时对应的状态数，总结规律即可得到答案.

【详解】 解：设电子元件的状态“开”和“关”分别用 1 和 0 表示，
当电路上有 1 个电子元件时，则有 1，0，共 2 种状态，
当电路上有 2 个电子元件时，则有 01，10，11，共 3 种状态，
当电路上有 3 个电子元件时，则有 010，011，101，110，111，共 $2+3=5$ 种状态，
当电路上有 4 个电子元件时，则有 0101，0110，1010，0111，1101，1011，1110，1111，共 8 种状态，
当电路上有 5 个电子元件时，则有 01010，01011，01101，01110，10110，10101，11010，01111，10111，11011，11101，11110，11111，共 $5+8=13$ 种状态，
……，

以此类推可知， $a_{k+2} = a_k + a_{k+1}$ ，

故答案为： $a_{k+2} = a_k + a_{k+1}$.

三、选择题（每题 3 分，共 12 分）

15. 下列式子是运用等式的性质进行的变形，其中错误的是（ ）

A. 若 $a=b$ ，则 $a-c=b-c$

B. 若 $a=b$ ，则 $ac=bc$

C. 若 $a=b$ ，则 $\frac{a}{\pi} = \frac{b}{\pi}$

D. 若 $ac=bc$ ，则 $a=b$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了等式的基本性质，解题的关键是明确等式两边同时除以同一个数（或式子）时，这个

数（或式子）不能为零.

若 $a=b$ ，根据等式性质 1（等式两边同时加或减同一个数，等式仍成立），两边同时减 c 可得 $a-c=b-c$ ，故 A 正确；根据等式性质 2（等式两边同时乘同一个数，或除以同一个不为零的数，等式仍成立），两边同

时乘 c 可得 $ac=bc$ ，故 B 正确； π 是不为零的常数，两边同时除以 π 可得 $\frac{a}{\pi}=\frac{b}{\pi}$ ，故 C 正确；若 $ac=bc$ ，

当 $c=0$ 时，两边不能同时除以 c ，此时 a 不一定等于 b ，故 D 错误.

【详解】解：A、若 $a=b$ ，根据等式性质 1，等式两边同时减去 c ，得 $a-c=b-c$ ，此选项不符合题意；

B、若 $a=b$ ，根据等式性质 2，等式两边同时乘 c ，得 $ac=bc$ ，此选项不符合题意；

C、若 $a=b$ ， $\pi \neq 0$ ，根据等式性质 2，等式两边同时除以 π ，得 $\frac{a}{\pi}=\frac{b}{\pi}$ ，此选项不符合题意；

D、若 $ac=bc$ ，当 $c=0$ 时，等式两边不能同时除以 c ，此时 a 不一定等于 b ，此选项符合题意；

故选：D.

16. 已知 α 与 β 互余，则以下对 β 的补角的表示方法正确的是（ ）

① $90^\circ - \alpha$ ；② $90^\circ + \alpha$ ；③ $2\alpha + \beta$ ；④ $2\alpha - \beta$

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了与余角和补角有关的计算，度数之和为 90° 的两个角互余，则 $\alpha + \beta = 90^\circ$ ，度数之和为 180° 的两个角互补，则 β 的补角为 $180^\circ - \beta$ ，据此求解即可.

【详解】解：∵ α 与 β 互余，

$$\therefore \alpha + \beta = 90^\circ,$$

$$\therefore \beta \text{ 的补角为 } 180^\circ - \beta,$$

$$\therefore \beta \text{ 的补角为 } 180^\circ - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ + \alpha,$$

$$\therefore \beta \text{ 的补角为 } 90^\circ + \alpha = \alpha + \beta + \alpha = 2\alpha + \beta,$$

$$\therefore \beta \text{ 的补角可以表示为 } 2\alpha + \beta, \text{ 又可以表示为 } 90^\circ + \alpha,$$

故选：C.

17. 2 条直线最多有 S_1 个交点，3 条直线最多有 S_2 个交点，按照规律依此类推，2026 条直线最多有 S_{2025} 个

交点，则 $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \cdots + \frac{1}{S_{2024}} + \frac{1}{S_{2025}}$ 的值为 ()

- A. $\frac{2025}{1013}$ B. $\frac{2025}{2026}$ C. $\frac{1012}{1013}$ D. $\frac{2024}{2025}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查的是直线交点数规律探索，关键是先根据题意推导得出 n 条直线最多交点数的公式

$S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，再对 $\frac{1}{S_n}$ 进行变形，最后计算求和即可.

【详解】 解： 因为两条直线最多有 1 个交点，

则 $S_1 = 1$ ；

同理可得， $S_2 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}$ ；

$S_3 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}$ ；

...

$S_{2025} = 1 + 2 + 3 + \cdots + 2025 = \frac{2025 \times 2026}{2}$ ；

$\therefore n$ 条直线最多有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个交点，

所以 $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ；

$\therefore \frac{1}{S_n} = \frac{2}{n(n+1)} = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$ ，

$\therefore \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \cdots + \frac{1}{S_{2024}} + \frac{1}{S_{2025}}$

$= 2 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{2025 \times 2026} \right)$

$= 2 \times \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2025} - \frac{1}{2026} \right)$

$= 2 \times \left(1 - \frac{1}{2026} \right)$

$$\begin{aligned}
&= 2 \times \frac{2025}{2026} \\
&= \frac{4050}{2026} \\
&= \frac{2025}{1013},
\end{aligned}$$

故选：A.

18. 对任意代数式，每个字母及其左边的符号（不包含括号外的符号）称为一个数，如： $a - (b + c) - d$ ，其中称 a 为“数1”， b 为“数2”， $+c$ 为“数3”， $-d$ 为“数4”. 若将任意两个数交换位置，称这个过程为“换位思考”. 例如：对上述代数式的“数1”和“数4”进行“换位思考”，得到： $-d - (b + c) + a$ ，则下列说法正确的是（ ）

嘉嘉：代数式 $-a - (b + c - d)$ 进行一次“换位思考”，化简后可能得到4种结果：

琪琪：代数式 $-[a - (b - c)] + d$ 进行一次“换位思考”，化简后可能得到4种结果.

- A. 只有嘉嘉正确 B. 只有琪琪正确 C. 嘉嘉、琪琪都正确 D. 嘉嘉、琪琪都不正确

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查新定义“换位思考”的理解与应用，需根据定义交换代数式中的数后化简，判断可能得到的结果种类数. 嘉嘉的式子，正确；琪琪的式子因最后一项符号不同，交换后得到5种结果，而非4种，错误.

【详解】解：嘉嘉的式子： $-a - (b + c - d)$

$\therefore$ 有4个数： $-a$ ， $+b$ ， $+c$ ， $-d$

$\therefore$ 交换 $-a$ 与括号内数得3种不同结果，括号内数间交换得1种结果，共4种，嘉嘉正确.

琪琪的式子： $-[a - (b - c)] + d = -a + b - c + d$

$\therefore$ 有4个数： $+a$ ， $+b$ ， $-c$ ， $+d$

$\therefore$ 交换所有可能对：

交换 $+a$ 与 $+b$ ：得 $a - b - c + d$

交换 $+a$ 与 $-c$ ：得 $-a + b + c + d$

交换 $+a$ 与 $+d$ ：得 $a + b - c - d$

交换 $+b$ 与 $-c$ ：得 $-a - b - c + d$

交换 $+b$ 与 $+d$ ：得 $-a + b - c + d$ （与原始相同）

交换 $-c$ 与 $+d$ ：得 $-a+b+d-c$ （与原始相同）

$\therefore$ 得 5 种不同结果，琪琪错误.

故选：A.

四、计算题（每题 4 分，共 8 分）

19. 计算： $4+30\div(-3^3)\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$

【答案】 $\frac{23}{9}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了含乘方的有理数混合运算，先计算乘方，再计算乘除法，最后计算加减法即可得到答案.

【详解】 解： $4+30\div(-3^3)\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$

$$=4+30\div(-27)\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$$
$$=4+30\times\left(-\frac{1}{27}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$$
$$=4+\left(-\frac{10}{9}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)-2$$
$$=4+\frac{5}{9}-2$$
$$=\frac{23}{9}.$$

20. 计算： $\left(-\frac{1}{8}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)\times\frac{3}{2}$

【答案】 $-\frac{67}{21}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算.

先将除法转化为乘法，再根据乘法分配律计算即可.

【详解】 解： $\left(-\frac{1}{8}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{8}{3}\right)\times\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}
&= \left(-\frac{1}{8} - \frac{7}{12}\right) \times \left(-\frac{8}{7}\right) + \left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{3}{2} \\
&= -\frac{1}{8} \times \left(-\frac{8}{7}\right) - \frac{7}{12} \times \left(-\frac{8}{7}\right) + \left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{3}{2} \\
&= \frac{1}{7} + \frac{2}{3} - 4 \\
&= \frac{3}{21} + \frac{14}{21} - \frac{84}{21} \\
&= -\frac{67}{21}.
\end{aligned}$$

五、解关于 x 的方程（每题 5 分，共 20 分）

21. 解方程： $3[x - 2(x - 1)] = 2(2 - x)$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次方程，按照去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方程即可.

【详解】 解： $3[x - 2(x - 1)] = 2(2 - x)$

$$3(x - 2x + 2) = 4 - 2x,$$

$$3x - 6x + 6 = 4 - 2x,$$

$$3x - 6x + 2x = 4 - 6,$$

$$-x = -2,$$

$$x = 2.$$

22. 解方程： $\frac{0.01x - 0.04}{0.12} - 1 = \frac{0.2x + 1}{0.3}$

【答案】 $x = -8$

【解析】

【分析】 此题考查了解一元一次方程.

通过将分式中的小数化为整数，简化方程后去分母，转化为不含分母的一元一次方程求解.

【详解】 解： $\frac{0.01x - 0.04}{0.12} - 1 = \frac{0.2x + 1}{0.3}$

方程可化为 $\frac{x-4}{12}-1=\frac{2x+10}{3}$

两边同乘 12, 得 $x-4-12=4(2x+10)$

化简得 $x-16=8x+40$

移项得 $x-8x=40+16$

$$-7x=56$$

$$x=-8$$

所以方程的解为 $x=-8$

23. 解方程: $|5x+3|=6x-5$

【答案】 $x=8$

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次方程, 绝对值的非负性, 根据绝对值的非负性可得 $x \geq \frac{5}{6}$, 则 $5x+3 > 0$, 据此去绝对值并解方程即可.

【详解】解: $\because |5x+3|=6x-5$,

$$\therefore 6x-5 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq \frac{5}{6},$$

$$\therefore 5x+3 > 0,$$

$$\therefore 5x+3=6x-5,$$

解得 $x=8$.

24. 解方程: $2x-(2ax-3)=x-(3ax+b)$

【答案】当 $a \neq -1$ 时, $x = -\frac{b+3}{a+1}$; 当 $a = -1$, $b \neq -3$ 时, 原方程无解; 当 $a = -1$, $b = -3$ 时, 原方程有无数解.

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次方程, 先把原方程去括号, 移项, 合并同类项得到 $(a+1)x = -b-3$, 再讨论 $a+1, -b-3$ 的值, 进而解方程即可.

【详解】解: $2x-(2ax-3)=x-(3ax+b)$

去括号得 $2x-2ax+3=x-3ax-b$,

移项得 $2x - 2ax - x + 3ax = -b - 3$,

合并同类项得 $(a+1)x = -b-3$,

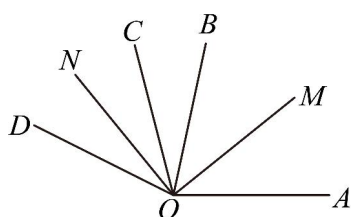
当 $a+1 \neq 0$, 即 $a \neq -1$ 时, $x = -\frac{b+3}{a+1}$;

当 $a+1=0$, $-b-3 \neq 0$, 即 $a=-1$, $b \neq -3$ 时, 原方程无解;

当 $a+1=0$, $-b-3=0$, 即 $a=-1$, $b=-3$ 时, 原方程有无数解.

六、解答题 (第 25 题 6 分, 第 26 题 6 分, 第 27 题 6 分, 第 28 题 8 分, 共 26 分)

25. 已知: 如图, OM 平分 $\angle AOB$, ON 平分 $\angle COD$. 若 $\angle MON = 90^\circ$, $\angle BOC = 26^\circ 37'$, 求 $\angle AOD$ 的度数.



根据要求完成填空:

解: $\because OM$ 平分 $\angle AOB$, ON 平分 $\angle COD$

$\therefore \angle MOB = \underline{\hspace{2cm}}$, $\angle CON = \underline{\hspace{2cm}}$

$\because \angle MON = \angle MOB + \angle BOC + \angle CON$, $\angle MON = 90^\circ$, $\angle BOC = 26^\circ 37'$

$\therefore 90^\circ = \underline{\hspace{2cm}} + 26^\circ 37' + \underline{\hspace{2cm}}$

$\therefore \angle AOB + \angle COD = \underline{\hspace{2cm}}$

$\therefore \angle AOD = \underline{\hspace{2cm}} + \angle COB$

$\therefore \angle AOD = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $\frac{1}{2}\angle AOB$; $\frac{1}{2}\angle COD$; $\frac{1}{2}\angle AOB$; $\frac{1}{2}\angle COD$; $126^\circ 46'$; $126^\circ 46'$; $153^\circ 23'$

【解析】

【分析】 本题主要考查了几何图形中角度的计算, 角平分线的定义, 根据角平分线的定义得到

$\angle MOB = \frac{1}{2}\angle AOB$, $\angle CON = \frac{1}{2}\angle COD$, 则由角的和差关系可得 $\angle AOB + \angle COD = 126^\circ 46'$, 根据 $\angle AOD = \angle AOB + \angle COD + \angle COB$ 即可得到答案.

【详解】 解: $\because OM$ 平分 $\angle AOB$, ON 平分 $\angle COD$,

$$\therefore \angle MOB = \frac{1}{2} \angle AOB, \quad \angle CON = \frac{1}{2} \angle COD,$$

$$\because \angle MON = \angle MOB + \angle BOC + \angle CON, \angle MON = 90^\circ, \angle BOC = 26^\circ 37'$$

$$\therefore 90^\circ = \frac{1}{2} \angle AOB + 26^\circ 37' + \frac{1}{2} \angle COD,$$

$$\therefore \angle AOB + \angle COD = 126^\circ 46',$$

$$\therefore \angle AOD = 126^\circ 46' + \angle COB,$$

$$\therefore \angle AOD = 153^\circ 23'.$$

26. 已知代数式 $3m^3 - mn - 2m^2n^2 + 4m^2n^2 - 4m^3 + 2n^2$.

(1) 合并同类项，并按照字母 m 的降幂排列；

(2) 若 $6x^{2m}y$ 与 $\frac{x^4y^n}{5}$ 是同类项，求代数式的值.

【答案】(1) $-m^3 + 2m^2n^2 - mn + 2n^2$

(2) 0

【解析】

【分析】此题考查了整式的化简求值，同类项的定义等知识，熟练掌握合并同类项是解题的关键.

(1) 根据合并同类项法则计算并按照字母 m 的降幂排列；

(2) 根据同类项的定义得到 $m=2, n=1$ ，再代入求值即可.

【小问1 详解】

$$\text{解: } 3m^3 - mn - 2m^2n^2 + 4m^2n^2 - 4m^3 + 2n^2$$

$$= -m^3 + 2m^2n^2 - mn + 2n^2$$

【小问2 详解】

$$\text{解: } \because 6x^{2m}y \text{ 与 } \frac{x^4y^n}{5} \text{ 是同类项,}$$

$$\therefore 2m = 4, n = 1,$$

$$\therefore m = 2, n = 1$$

$$\therefore \text{原式} = -m^3 + 2m^2n^2 - mn + 2n^2$$

$$= -2^3 + 2 \times 2^2 \times 1^2 - 2 \times 1 + 2 \times 1^2$$

$$\begin{aligned}
 &= -8 + 2 \times 4 \times 1 - 2 + 2 \times 1 \\
 &= -8 + 8 - 2 + 2 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

27. 为了增强公民节水意识，合理利用水资源，某市采用价格调控手段达到节约用水的目的．该市自来水收费价格如表：

水费收费标准一览表		
档次	每年用水量	水价（元/ m^3 ）
第一阶段	不超出 $220m^3$	a
第二阶段	超出 $220m^3$ 不超出 $300m^3$ 的部分	$a+1.75$
第三阶段	超出 $300m^3$ 的部分	$a+4.74$

某用户前年全年共用水 $100m^3$ ，缴纳水费 405 元．

- (1) 求 a 的值；
- (2) 若该用户去年缴纳水费 1239 元，求该用户去年的用水量．（用一元一次方程求解）

【答案】 (1) 4.05

- (2) $280m^3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次方程的应用，正确理解题意列出方程是解题的关键．

- (1) 根据第一阶段的收费标准建立方程求解即可；
- (2) 设该用户去年的用水量为 xm^3 ，根据题意可推出 $220 < x < 300$ ，据此根据第一和第二阶段的收费标准建立方程求解即可．

【小问 1 详解】

解：由题意得， $100a = 405$ ，

解得 $a = 4.05$ ；

【小问 2 详解】

解：设该用户去年的用水量为 $x\text{m}^3$ ，

$$220 \times 4.05 = 891, \quad 220 \times 4.05 + (300 - 220) \times (4.05 + 1.75) = 1355,$$

$$\therefore 891 < 1239 < 1355,$$

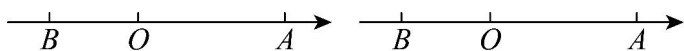
$$\therefore 220 < x < 300,$$

$$\text{由题意得, } 220 \times 4.05 + (4.05 + 1.75)(x - 220) = 1239,$$

$$\text{解得 } x = 280,$$

答：该用户去年的用水量为 280m^3 。

28. 如图，数轴上点 A 表示的数为 a ，点 B 表示的数为 b ，且 a, b 满足 $(a-15)^2 + |b+6| = 0$ 。



(1) 直接写出 A, B 两点表示的数；

(2) 动点 P 从点 A 出发以每秒 5 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，同时动点 Q 从点 B 出发以每秒 3 个单位的速度沿数轴向右匀速运动，设运动时间为 t 秒， M, N 分别为 BQ, AP 的中点。

①当 $OM = ON$ 时，求 t 的值；

②当 t 取何值或何范围时， $\frac{1}{2}PQ + MN$ 取最小值？请求出这个最小值以及 t 的取值或取值范围；

③若在 A, B 两点各添加一块挡板，在 O 点添加一块减速板，两动点 P, Q 在 A, B 之间来回运动。遇到挡板，就原速度返回，遇到减速板，速度就减少 2 个单位长度每秒。若速度没超过 2 个单位长度每秒，就停在减速板处。当 $OP = 3OQ$ 时，直接写出 t 的值。

【答案】 (1) 点 A 表示的数为 15，点 B 表示的数为 -6

$$(2) \text{ ① } \frac{21}{4} \text{ 或 } 9; \text{ ② 当 } \frac{21}{8} \leq t \leq \frac{21}{4} \text{ 时, 取最小值 } \frac{21}{2}; \text{ ③ } t = \frac{3}{4} \text{ 或 } t = \frac{21}{8} \text{ 或 } t = \frac{55}{4} \text{ 或 } t = 43$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了利用一元一次方程解决数轴动点问题、两点间的距离等内容，熟练掌握分类讨论是解题的关键。

(1) 根据绝对值和偶次方的非负性求解即可；

(2) ①先用 t 表示出动点 P, Q, M, N ，再表示出 OM 和 ON ，依题意建立方程求解即可；

$$\text{②由题可得 } \frac{1}{2}PQ + MN = \frac{1}{2}|15 - 5t + 6 - 3t| + \left| \frac{-12 + 3t}{2} - \frac{30 - 5t}{2} \right| = \left| \frac{21}{2} - 4t \right| + |4t - 21|, \text{ 即可得解;}$$

③根据点 Q, P 运动方向和速度, 分类讨论, 分别表示出 OP 和 OQ 的长度, 建立方程求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because (a-15)^2 \geq 0, |b+6| \geq 0, (a-15)^2 + |b+6| = 0,$$

$$\therefore a=15, b=-6,$$

$\therefore$ 点 A 表示的数为 15, 点 B 表示的数为 -6 ;

【小问 2 详解】

解: ①由题意知 $P: 15-5t$; $Q: -6+3t$,

$\therefore M, N$ 分别为 BQ, AP 的中点,

$$\therefore \text{点 } M \text{ 表示的点为 } \frac{-6+3t-6}{2} = \frac{-12+3t}{2}, \text{ 点 } N \text{ 表示的点为 } \frac{15+15-5t}{2} = \frac{30-5t}{2}$$

$$\therefore OM = ON,$$

$$\text{则 } \left| \frac{-12+3t}{2} \right| = \left| \frac{30-5t}{2} \right|,$$

$$\text{解得: } t = \frac{21}{4} \text{ 或 } 9;$$

$$\text{②} \because \frac{1}{2}PQ + MN = \frac{1}{2}|15-5t+6-3t| + \left| \frac{-12+3t}{2} - \frac{30-5t}{2} \right| = \left| \frac{21}{2} - 4t \right| + |4t - 21|,$$

$$\therefore \frac{21}{2} \leq 4t \leq 21 \text{ 时, 取最小值 } 21 - \frac{21}{2} = \frac{21}{2}.$$

$$\therefore \text{即当 } \frac{21}{8} \leq t \leq \frac{21}{4} \text{ 时, 取最小值 } \frac{21}{2}.$$

③当 $0 \leq t \leq 2$ 时, 点 P 向左运动, 点 Q 向右运动, $OP = 3OQ$,

$$\text{则 } 15-5t = 3(6-3t),$$

$$\text{解得 } t = \frac{3}{4} \text{ (成立);}$$

当 $2 < t \leq 3$ 时, 点 P 向左运动, 点 Q 向左运动, 且点 Q 的速度为每秒 1 个单位, 点 P 的速度为每秒 5 个单位,

$$OP = 3OQ,$$

$$\text{则 } 15-5t = 3(t-2),$$

$$\text{解得 } t = \frac{21}{8} \text{ (成立);}$$

当 $3 < t \leq 8$ 时, 点 P 向右运动, 点 Q 向左运动, 且点 Q 的速度为每秒 1 个单位, 点 P 的速度为每秒 3 个单位,

$$OP = 3OQ,$$

$$3(t-3) = 3(t-2)$$

方程无解；

当 $8 \leq t \leq 13$ 时，点 P 向左运动，点 Q 向右运动，且点 Q 的速度为每秒 1 个单位，点 P 的速度为每秒 3 个单位， $OP = 3OQ$,

$$\text{则 } 15 - 3(t-8) = 3[6 - (t-8)],$$

方程无解；

当 $13 < t \leq 14$ 时，点 P 向右运动，点 Q 向右运动，且点 Q 的速度为每秒 1 个单位，点 P 的速度为每秒 1 个单位， $OP = 3OQ$,

$$\text{则 } (t-13) = 3[6 - (t-8)],$$

$$\text{解得 } t = \frac{55}{4};$$

当 $14 < t \leq 43$ 时，点 P 运动，点 Q 在点 O 处静止，

当 $t = 43$ 时，点 P 在点 O 处静止，此时 $OP = 3OQ = 0$ ，符合题意，

综上， $t = \frac{3}{4}$ 或 $t = \frac{21}{8}$ 或 $t = \frac{55}{4}$ 或 $t = 43$.