

2025-2026 学年六年级数学上学期期末模拟卷

强化卷·提升版

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版 2024 五四制六年级上册。

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分. 下列各题四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上.)

1. 在代数式 $-3b, 2 - \frac{1}{4}y, \frac{x-y}{7}, \frac{1}{x}, -8$ 中, 一次式的个数有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【答案】B

【分析】本题考查了单项式与多项式的次数, 根据单项式与多项式的次数定义逐个判断各个代数式的次数即可.

【详解】解: 在代数式 $-3b, 2 - \frac{1}{4}y, \frac{x-y}{7}, \frac{1}{x}, -8$ 中, 一次式有 $-3b, 2 - \frac{1}{4}y, \frac{x-y}{7}$, 共 3 个, 故选: B.

2. 运用等式性质进行的变形, 正确的是 ()

- A. 若 $ac = bc$, 则 $a = b$ B. 若 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, 则 $a = b$
C. 若 $2a - b = 4$, 则 $b = 4 - 2a$ D. 若 $-\frac{1}{3}x = 6$, 则 $x = 2$

【答案】B

【分析】本题考查了等式的性质, 性质 1: 等式两边同时加 (或减) 同一个数 (或式子), 结果仍相等; 性质 2: 等式两边同时乘同一个数, 或除以同一个不为 0 的数, 结果仍相等, 根据对应性质逐一判断, 即可得到答案.

【详解】解: A、若 $ac = bc$, 当 $c = 0$ 时, $a \neq b$, 原变形错误, 不符合题意;
B、若 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$, 则 $a = b$, 原变形正确, 符合题意;

C、若 $2a-b=4$ ，则 $b=2a-4$ ，原变形错误，不符合题意；

D、若 $-\frac{1}{3}x=6$ ，则 $x=6\div\left(-\frac{1}{3}\right)=-18$ ，原变形错误，不符合题意；

故选：B.

3. 下列计算错误的是 ()

A. $1\div 6\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

B. $(-2)^2=-4$

C. $\frac{1}{3}-2-\left(-2\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$

D. $(-1)^{2024}=1$

【答案】B

【分析】本题考查的是乘方运算，混合运算，掌握运算法则是解本题的关键，根据乘除混合运算可判断 A，根据加减混合运算可判断 C，根据乘方运算可判断 B、D，从而可得答案.

【详解】解：A、 $1\div 6\times\frac{1}{6}=1\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$ ，原计算正确，不符合题意；

B、 $(-2)^2=4$ ，原计算错误，符合题意；

C、 $\frac{1}{3}-2+2\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ ，原计算正确，不符合题意；

D、 $(-1)^{2024}=1$ ，原计算正确，不符合题意.

故选：B.

4. 下面去括号正确的是 ()

A. $2y+(-x-y)=2y+x-y$

B. $a-2(3a-5)=a-6a+10$

C. $y-(-x-y)=y+x-y$

D. $x^2+2(-x+y)=x^2-2x+y$

【答案】B

【分析】本题考查了去括号，正确运用法则解答即可.

【详解】A、 $2y+(-x-y)=2y-x-y$ ，故选项 A 错误；

B、 $a-2(3a-5)=a-6a+10$ ，故选项 B 正确；

C、 $y-(-x-y)=y+x+y$ ，故选项 C 错误；

D、 $x^2+2(-x+y)=x^2-2x+2y$ ，故选项 D 错误.

故选：B.

5. 六年级某班的教师和学生去湖边坐游船，为此租了若干条船，如果每条船坐 9 人，那么恰好需要多租一

条船；如果每条船坐 12 人，那么租的这些船恰好坐满，问：该班租了多少条船？该班一共有教师和学生多少人？为解决此问题，设该班一共有教师和学生共 x 人，所列方程正确的是（ ）

A. $9(x+1)=12x$

B. $9x+1=12x$

C. $\frac{x}{9}-1=\frac{x}{12}$

D. $\frac{x}{9}+1=\frac{x}{12}$

【答案】C

【分析】本题考查了列一元一次方程，理解题意并正确列方程是解题关键。设该班一共有教师和学生共 x 人，根据租船的数量关系列方程即可。

【详解】解：设该班一共有教师和学生共 x 人，

由题意可得 $\frac{x}{9}-1=\frac{x}{12}$ ，

故选：C。

6. 下列说法中，正确的有（ ）

①角的平分线是一条直线 ②连接两点的线段叫做两点之间的距离

③两点之间，直线最短 ④如果 $\angle a = 53^\circ 38'$ ，那么 $\angle a$ 补角的度数为 $126^\circ 22'$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】A

【分析】本题主要考查了角平分线定义，两点之间的距离，线段的性质，互为补角，根据角平分线的定义判断①，再根据两点之间的距离判断②，然后根据线段的性质判断③，最后根据补角的定义得 $180^\circ - 53^\circ 38' = 179^\circ 60' - 53^\circ 38'$ ，再计算判断④。

【详解】解：因为角的平分线是一条射线，所以①不正确；

因为连接两点之间线段的长度叫做两点之间的距离，所以②不正确；

因为两点之间，线段最短，所以③不正确；

因为如果 $\angle a = 53^\circ 38'$ ，那么它的补角是 $180^\circ - 53^\circ 38' = 179^\circ 60' - 53^\circ 38' = 126^\circ 22'$ ，所以④正确。

所以正确的有 1 个。

故选：A。

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 2 分，共 24 分.)

7. $-\frac{3}{2}$ 的倒数是_____.

【答案】 $-\frac{2}{3}$.

【分析】 根据倒数的定义做题.

【详解】 解: $1 \div (-\frac{3}{2}) = -\frac{2}{3}$.

故答案为: $-\frac{2}{3}$.

【点睛】 主要考查了倒数的定义, 要求熟练掌握. 倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

8. 用代数式表示: m 与 n 的差的平方_____.

【答案】 $(m-n)^2$

【分析】 本题考查了列代数式, 根据题意, 可以用 m 、 n 的代数式表示出 m 与 n 的差的平方.

【详解】 解: 由题意可得, m 与 n 的差的平方是: $(m-n)^2$,

故答案为: $(m-n)^2$.

9. 把 12 分解素因数是_____.

【答案】 $2 \times 2 \times 3$

【分析】 本题主要考查了分解素因数. 分解素因数就是把一个合数写成几个素因数乘积的形式, 一般先从较小的素因数开始分解. 据此即可解答.

【详解】 解: $12 = 2 \times 2 \times 3$

故答案为: $2 \times 2 \times 3$.

10. 在一次式 $\frac{3x+4}{5}$ 中, 常数项是_____.

【答案】 $\frac{4}{5}$ / 0.8

【分析】 本题考查了多项式的概念, 根据多项式的定义, 可得常数项为不含字母的项, 即可求解.

【详解】 解: 在一次式 $\frac{3x+4}{5}$ 中, 常数项是 $\frac{4}{5}$

故答案为: $\frac{4}{5}$.

11. $\pi-4$ 的绝对值是 _____.

【答案】 $4-\pi$

【分析】 根据绝对值的定义进行计算即可.

【详解】 解: $\pi-4$ 的绝对值是 $|\pi-4| = 4-\pi$,

故答案为： $4-\pi$.

【点睛】 本题考查绝对值，掌握绝对值的定义是正确解答的关键.

12. 若关于 x 的方程 $kx+3=0$ 的解为 $x=2$ ，则 k 的值为_____.

【答案】 $-\frac{3}{2}$

【分析】 本题考查了一元一次方程的解，根据“方程的解是使方程左右两边相等的数”即可求解.

【详解】 解： $\because x=2$ 是方程 $kx+3=0$ 的解，

$$\therefore 2k+3=0,$$

$$\therefore k=-\frac{3}{2},$$

故答案为： $-\frac{3}{2}$.

13. 在数轴上，若点 P 表示 -2 ，则距 P 点 3 个单位长的点表示的数是 _____.

【答案】 -5 或 1

【分析】 本题主要考查数轴上的点表示数.

分两种情况：①若所求的点在点 P 的左侧，②若所求的点在点 P 的右侧，分别求解即可.

【详解】 解：分两种情况：

①若所求的点在点 P 的左侧，则表示的数为： $-2-3=-5$ ，

②若所求的点在点 P 的右侧，则表示的数为： $-2+3=1$ ，

$\therefore$ 距 P 点 3 个单位长的点表示的数是 -5 或 1 .

故答案为： -5 或 1

14. 已知 $(x-3)^2+|y+2|=0$ ，则 $x+y=$ _____ .

【答案】 1

【分析】 根据非负数的性质，可以求出 x ， y 的值，进而可以求出它们的和.

【详解】 解： $\because (x-3)^2+|y+2|=0$ ，

$$\therefore x-3=0, y+2=0,$$

$$\therefore x=3, y=-2,$$

$$\therefore x+y=3-2=1,$$

故答案为： 1 .

【点睛】 本题主要考查了非负数的性质：若干个非负数的和为零，那么每一个非负数都为零.

15. 老师在黑板上书写了一个正确的演算过程，随后用手掌捂住了一个一次式，如图所示. 老师捂住的一

次式是_____.



$$+3(5m-1)=20m+8$$

【答案】 $5m+11/11+5m$

【分析】 本题主要考查了整式的加减计算，根据题意只需要计算出 $20m+8-3(5m-1)$ 的结果即可得到答案.

【详解】 解： $20m+8-3(5m-1)$

$$=20m+8-15m+3$$

$$=5m+11,$$

$\therefore$ 老师捂住的一次式是 $5m+11$,

故答案为： $5m+11$.

16. 一个角的余角等于它补角的 $\frac{1}{3}$ ，则这个角的度数是_____.

【答案】 $45^\circ/45$ 度

【分析】 本题考查与余角补角有关的计算，设这个角的度数为 x ，根据余角和补角的定义，结合一个角的余角等于它补角的 $\frac{1}{3}$ ，列出方程进行求解即可. 熟练掌握余角和补角的定义，是解题的关键.

【详解】 解： 设这个角的度数为 x ，

由题意，得： $90^\circ - x = \frac{1}{3}(180^\circ - x)$,

解得： $x = 45^\circ$;

故答案为： 45° .

17. 对于任何有理数 a 、 b 、 c 、 d ，我们规定 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ ，如 $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2$. 如果

$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2x-1 & 2x+1 \end{vmatrix} = 3$ ，那么 x 的值是_____.

【答案】 -1

【分析】 此题考查了解一元一次方程，求出解是解题关键. 利用题中的新定义化简所求式子得到一元一次方程，求出方程的解即可得到 x 的值.

【详解】 解： 根据题意得 $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2x-1 & 2x+1 \end{vmatrix} = 3$ ，变形得： $3(2x+1) - 2(2x-1) = 3$ ，

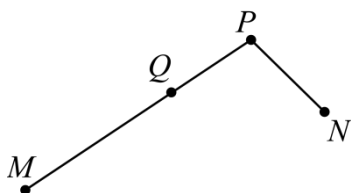
去括号得： $6x+3-4x+2=3$ ，

移项合并得： $2x = -2$ ，

解得： $x = -1$ 。

故答案为： -1 。

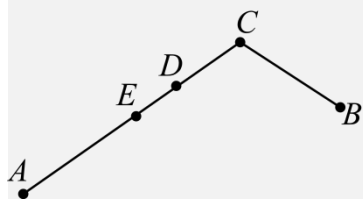
18. 如图，有公共端点 P 的两条线段 MP ， NP 组成一条折线 $M-P-N$ ，若该折线 $M-P-N$ 上一点 Q 把这条折线分成相等的两部分，我们把这个点 Q 叫做这条折线的“折中点”。已知点 D 是折线 $A-C-B$ 的“折中点”，点 E 为线段 AC 的中点， $CD = 5$ ， $CE = 7$ ，则线段 BC 的长为_____。



【答案】 4 或 24

【分析】 本题主要考查两点间的距离，熟练掌握分类讨论的思想是解题的关键。根据“折中点”的定义分情况求出 BC 的长度即可。

【详解】 ①如图， $CD = 5$ ， $CE = 7$ ，



∵ 点 D 是折线 $A-C-B$ 的“折中点”，

$$\therefore AD = DC + CB,$$

∵ 点 E 为线段 AC 的中点，

$$\therefore AE = EC = \frac{1}{2}AC = 7$$

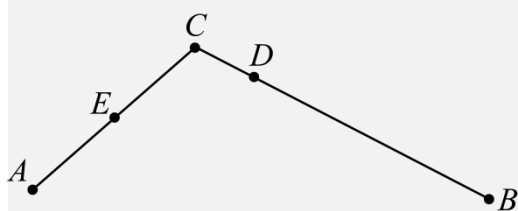
$$\therefore AC = 14,$$

$$\therefore AD = AC - DC = 14 - 5 = 9,$$

$$\therefore DC + CB = 9,$$

$$\therefore BC = 9 - 5 = 4;$$

如图， $CD = 5$ ， $CE = 7$ ，



∵ 点 D 是折线 $A-C-B$ 的“折中点”，

$$\therefore BD = DC + CA,$$

∵ 点 E 为线段 AC 的中点，

$$\therefore AE = EC = \frac{1}{2}AC = 7$$

$$\therefore AC = 14,$$

$$\therefore BD = AC + DC = 19,$$

$$\therefore BC = BD + DC = 24;$$

综上所述， BC 的长为 4 或 24，

故答案为：4 或 24.

三、解答题：(本大题共 11 题，共 58 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)

19. 计算：

$$(1) -27 - (-12) + (-5);$$

$$(2) \frac{2}{3} \times \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{8}{15}\right);$$

$$(3) 2^3 \div \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2;$$

$$(4) -1^4 + \frac{2}{7} \times [6 + (-3)^3] + 2.$$

【答案】(1) -20

$$(2) -\frac{16}{15}$$

$$(3) 8$$

$$(4) -5$$

【分析】 本题考查的是含乘方的有理数的混合运算.

(1) 先化为省略加号的和的形式，再计算即可.

(2) 先计算乘法，再计算加法运算即可.

(3) 先计算乘方，再计算乘除运算即可.

(4) 先计算乘方，再计算乘除运算，最后计算加减运算，有括号先计算括号内的运算.

【详解】(1) 解： $-27 - (-12) + (-5)$

$$= -27 + 12 - 5$$

$$= -15 - 5$$

$$= -20.$$

$$(2) \text{ 解: } \frac{2}{3} \times \left(-\frac{4}{5}\right) + \left(-\frac{8}{15}\right)$$

$$= -\frac{8}{15} - \frac{8}{15}$$

$$= -\frac{16}{15}.$$

$$(3) \text{ 解: } 2^3 \div \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= 8 \times \frac{9}{4} \times \frac{4}{9}$$

$$= 8.$$

$$(4) \text{ 解: } -1^4 + \frac{2}{7} \times [6 + (-3)^3] + 2$$

$$= -1 + \frac{2}{7} (6 - 27) + 2$$

$$= -1 + \frac{2}{7} (-21) + 2$$

$$= -1 + (-6) + 2$$

$$= -5.$$

20. 计算:

$$(1) 6(m-3);$$

$$(2) -7(n-3m);$$

$$(3) -x + 2(3x-2);$$

$$(4) 3(2x+1) - 2(1-x).$$

$$\text{【答案】 } (1) 6m - 18$$

$$(2) -7n + 21m$$

$$(3) 5x - 4$$

$$(4) 8x + 1$$

【分析】此题主要考查了整式的加减，正确掌握整式的加减运算是解题关键.

(1) 直接去括号，进而得出答案.

(2) 直接去括号，进而得出答案.

(3) 直接去括号, 再合并同类项, 进而得出答案.

(4) 直接去括号, 再合并同类项, 进而得出答案.

【详解】解: (1)原式 $= 6m - 18$

(2)原式 $= -7n + 21m$

(3)原式 $= -x + 6x - 4 = 5x - 4$

(4)原式 $= 6x + 3 - 2 + 2x = 8x + 1$

故答案为: (1) $6m - 18$, (2) $-7n + 21m$, (3) $5x - 4$, (4) $8x + 1$.

21. 解方程:

(1) $-2x + 3 = 4x - 9$

(2) $2(x + 8) = 3(x - 1)$

(3) $1 - \frac{2x - 1}{6} = \frac{2x + 1}{3}$

(4) $\frac{0.2 - x}{0.3} - 1.5 = \frac{1 - 3x}{2.5}$

【答案】(1) $x = 2$

(2) $x = 19$

(3) $x = \frac{5}{6}$

(4) $x = -\frac{37}{64}$

【分析】本题考查了解一元一次方程, 解一元一次方程的步骤为: 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1, 熟练掌握解一元一次方程的步骤是解此题的关键.

(1) 先移项、合并同类项、最后合并同类项即可得到答案;

(2) 根据去括号、移项、合并同类项、系数化为 1, 计算即可得到答案;

(3) 根据解一元一次方程的步骤: 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1, 计算即可得到答案;

(4) 根据解一元一次方程的步骤: 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1, 计算即可得到答案.

【详解】(1) 解: $-2x + 3 = 4x - 9$

移项, 得: $-2x - 4x = -9 - 3$,

合并同类项, 得: $-6x = -12$,

系数化为 1, 得: $x = 2$;

(2) 解: $2(x + 8) = 3(x - 1)$

去括号, 得: $2x + 16 = 3x - 3$,

移项，得： $2x-3x=-3-16$ ，

合并同类项，得： $-x=-19$ ，

系数化为 1，得： $x=19$ ；

(3) 解： $1-\frac{2x-1}{6}=\frac{2x+1}{3}$

去分母，得： $12-2(2x-1)=4(2x+1)$ ，

去括号，得： $12-4x+2=8x+4$ ，

移项，得： $-4x-8x=4-12-2$ ，

合并同类项，得： $-12x=-10$ ，

系数化为 1，得： $x=\frac{5}{6}$ ；

(4) 解： $\frac{0.2-x}{0.3}-1.5=\frac{1-3x}{2.5}$

整理，得： $\frac{2-10x}{3}-1.5=\frac{10-30x}{25}$ ，

去分母，得： $25(2-10x)-112.5=3(10-30x)$ ，

去括号，得： $50-250x-112.5=30-90x$ ，

移项，得： $-250x+90x=30-50+112.5$ ，

合并同类项，得： $-160x=92.5$ ，

系数化为 1，得： $x=-\frac{37}{64}$ 。

22. 已知 $A=3a-2b+1$ ， $B=3b+2a-2$ 。

(1)求 $A-3B$ 。

(2)如果 $A+B+C=0$ ，求 C 。

【答案】(1) $-3a-11b+7$

(2) $-5a-b+1$

【分析】 本题主要考查了整式的加减，熟练掌握运算是解题的关键。

(1) 将 $A=3a-2b+1$ ， $B=3b+2a-2$ 代入 $A-3B$ 中，去括号，合并同类项即可。

(2) 将 $A=3a-2b+1$ ， $B=3b+2a-2$ 代入 $A+B+C=0$ 中，化简即可。

【详解】(1) 解： $\because A=3a-2b+1$ ， $B=3b+2a-2$ ，

$\therefore A-3B$

$=3a-2b+1-3(3b+2a-2)$

$$= 3a - 2b + 1 - 9b - 6a + 6$$

$$= -3a - 11b + 7.$$

(2) 解: $\because A = 3a - 2b + 1, B = 3b + 2a - 2, A + B + C = 0,$

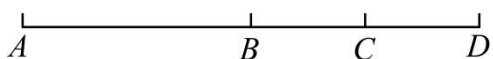
$$\therefore C = -(A + B)$$

$$= -(3a - 2b + 1 + 3b + 2a - 2)$$

$$= -(5a + b - 1)$$

$$= -5a - b + 1.$$

23. 如图, A, B, C, D 四点在一条直线上, 根据图形填空:



(1) 图中共有线段_____条;

(2) $AD = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}};$

(3) $AC + BD - \underline{\hspace{1cm}} = AD;$

(4) 若 C 是 BD 的中点, $AD = 12\text{cm}, AB = 2BC$, 求线段 AC 的长.

【答案】 (1) 6

(2) $AB; BC; CD;$

(3) $BC;$

(4) 9cm

【分析】 本题主要考查线段的和差关系及线段中点的性质, 熟练掌握线段的和差关系是解题的关键;

(1) 根据图形可直接进行求解;

(2) 由图可直接进行求解;

(3) 根据线段的和差关系可进行求解;

(4) 由题意可设 $BC = CD = x$, 则有 $BD = AB = 2x$, 然后可得 $2x + 2x = 12$, 进而问题可求解.

【详解】 (1) 解: 图中共有线段 6 条;

故答案为 6;

(2) 解: $AD = AB + BC + CD;$

故答案为 $AB; BC; CD;$

(3) 解: $AC + BD - BC = AD;$

故答案为 $BC;$

(4) 解: $\because C$ 是 BD 的中点, 且 $AB = 2BC$,

$\therefore BD = 2BC = 2CD = AB$,

设 $BC = CD = x$, 则有 $BD = AB = 2x$, 则有 $2x + 2x = 12$,

解得: $x = 3$,

$\therefore BC = 3\text{cm}, AB = 6\text{cm}$,

$\therefore AC = AB + BC = 9\text{cm}$.

24. 某汽车企业第一季度销售 x 万辆新能源汽车, 第二季度销售的新能源汽车比第一季度的 1.5 倍少 1 万辆, 第三季度销售的新能源汽车比第一季度的 2 倍多 6 万辆. 用一次式表示;

(1) 该汽车企业第二季度和第三季度一共销售的新能源汽车数量;

(2) 第三季度比第二季度多销售的新能源汽车数量.

【答案】(1) $(3.5x + 5)$ 万辆

(2) $(0.5x + 7)$ 万辆

【分析】本题考查了列代数式, 整式的加减.

(1) 根据题意得出第二第三季度销售新能源汽车数量, 在相加即可;

(2) 根据 (1) 中得出的第二第三季度销售新能源汽车数量, 相减即可.

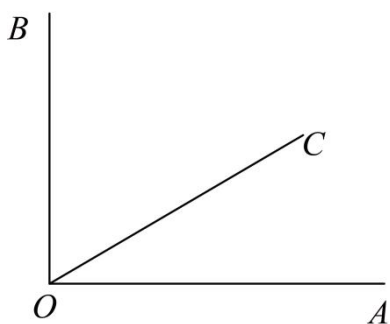
【详解】(1) 解: 第二季度销售的新能源汽车数量: $(1.5x - 1)$ 万辆;

第三季度销售的新能源汽车数量 $(2x + 6)$ 万辆.

$\therefore$ 第二季度和第三垂度一共销售 $(1.5x - 1) + (2x + 6) = 1.5x - 1 + 2x + 6 = (3.5x + 5)$ 万辆;

(2) 解: 第三季度比第二季度多销售 $(2x + 6) - (1.5x - 1) = 2x + 6 - 1.5x + 1 = (0.5x + 7)$ 万辆.

25. 如图, 已知 $\angle AOB = 90^\circ$, OC 在 $\angle AOB$ 的内部,



(1) 用直尺和圆规作出 $\angle BOC$ 的平分线 OD (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 如果 $\angle AOC = 30^\circ$, 在完成画图后所得的图形中, 与 $\angle AOC$ 互余的角有_____;

(3)如果 $\angle BOD$ 的补角与 $\angle AOC$ 的 2 倍互补, 那么 $\angle AOC =$ _____,

【答案】(1)见解析

(2) $\angle BOC$, $\angle AOD$

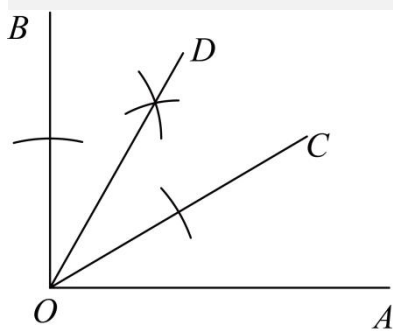
(3) 18°

【分析】(1) 作 $\angle BOC$ 的平分线即可;

(2) 根据互余的定义解答;

(3) 由补角定义得到 $180^\circ - \angle BOD + 2\angle AOC = 180^\circ$, 再根据角平分线的性质和余角定义得到 $2\angle BOD + \angle AOC = 90^\circ$, 据此解答即可.

【详解】(1) 解: 如图, 射线 OD 即为所求;



(2) $\because \angle AOB = 90^\circ$, $\angle AOC = 30^\circ$

$\therefore \angle BOC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,

$\because OD$ 平分 $\angle BOC$,

$\therefore \angle BOD = \angle COD = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$,

$\therefore \angle AOD = 60^\circ$,

$\therefore \angle AOD + \angle AOC = 90^\circ$

与 $\angle AOC$ 互余的角有 $\angle BOC$, $\angle AOD$;

故答案为: $\angle BOC$, $\angle AOD$;

(3) $\because \angle BOD$ 的补角与 $\angle AOC$ 的 2 倍互补,

$\therefore 180^\circ - \angle BOD + 2\angle AOC = 180^\circ$

$\therefore 2\angle AOC = \angle BOD$

$\because CD$ 平分 $\angle BOC$

$\therefore 2\angle BOD = \angle BOC$

$\therefore 2\angle BOD + \angle AOC = 90^\circ$

$\therefore 4\angle AOC + \angle AOC = 90^\circ$

$$\therefore \angle AOC = 18^\circ$$

故答案为： 18° .

【点睛】 本题考查基本作图、角平分线的性质、余角、补角等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键.

$$26. \text{ 观察下列等式: } \frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}, \quad \frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7}, \quad \frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9}, \quad \frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11}.$$

运用以上规律，回答下列问题:

$$(1) \text{ 填空: } \frac{2}{19 \times 21} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}.$$

$$(2) \text{ 计算: } \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{61 \times 63}.$$

【答案】 (1) 19; 21

$$(2) \frac{10}{63}$$

【分析】 本题主要考查了数字类的规律探索:

(1) 观察可知两个连续的正奇数的乘积的倒数的 2 倍等于较小的奇数的倒数减去较大的奇数的倒数，据此规律求解即可;

(2) 根据 (1) 所求把所求式子裂项并计算求解即可.

$$\text{【详解】 (1) 解: } \frac{2}{3 \times 5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5},$$

$$\frac{2}{5 \times 7} = \frac{1}{5} - \frac{1}{7},$$

$$\frac{2}{7 \times 9} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9},$$

$$\frac{2}{9 \times 11} = \frac{1}{9} - \frac{1}{11},$$

.....,

$$\text{以此类推可知, } \frac{2}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \quad (n \text{ 为正整数}),$$

$$\therefore \frac{2}{19 \times 21} = \frac{1}{19} - \frac{1}{21},$$

故答案为: 19; 21;

$$\begin{aligned} (2) \text{ 解: } & \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \dots + \frac{1}{61 \times 63} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{2}{7 \times 9} + \dots + \frac{2}{61 \times 63} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{61} - \frac{1}{63} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{63} \right) \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{20}{63} \\
&= \frac{10}{63}.
\end{aligned}$$

27. 我们知道, $2x+3x-x=(2+3-1)x=4x$, 类似地, 我们也可以将 $(a+b)$ 看成一个整体, 则

$$2(a+b)+3(a+b)-(a+b)=(2+3-1)(a+b)=4(a+b).$$

整体思想是中学数学解题中的一种重要的思想方法,

请根据上面的提示和范例, 解决下面的题目:

(1) 把 $(p+q)^3$ 看成一个整体, 求 $3(p+q)^3-7(p+q)^3+2(p+q)^3$ 合并的结果;

(2) 已知 $3x+\frac{1}{2}y=5$, 求 $12x+2y-8$ 的值;

(3) 已知 $x-3z=4$, $z-y=-1$, $2y+w=9$, 求 $x+y-2z+w$ 的值.

【答案】 (1) $-2(p+q)^3$

(2) 12

(3) 12

【分析】 本题主要考查了代数式求值, 整式的加减计算, 合并同类项, 利用整体法求解是解题的关键.

(1) 根据合并同类项的法则求解即可;

(2) 根据 $12x+2y-8=4\left(3x+\frac{1}{2}y\right)-8$, 利用整体代入法求解即可;

(3) 根据 $x+y-2z+w=(x-3z)+(2y+w)+(z-y)$, 利用整体代入法求解即可.

【详解】 (1) 解: $3(p+q)^3-7(p+q)^3+2(p+q)^3$

$$= (3-7+2)(p+q)^3$$

$$= -2(p+q)^3;$$

(2) 解: $\because 3x+\frac{1}{2}y=5$,

$$\therefore 12x+2y-8=4\left(3x+\frac{1}{2}y\right)-8=4\times 5-8=12;$$

(3) 解: $\because x-3z=4$, $z-y=-1$, $2y+w=9$,

$$\therefore x+y-2z+w$$

$$\begin{aligned}
 &= (x - 3z) + (2y + w) + (z - y) \\
 &= 4 + 9 + (-1) \\
 &= 12.
 \end{aligned}$$

28. 定义：如果两个一元一次方程的解之和为 1，我们就称这两个方程互为“阳光方程”. 例如： $2x = 2$ 的解为 $x = 1$ ， $x + 1 = 1$ 的解为 $x = 0$ ，所以这两个方程互为“阳光方程”.

(1) 若关于 x 的一元一次方程 $x + 2m = 0$ 与 $3x - 2 = -x$ 是“阳光方程”，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 已知两个一元一次方程互为“阳光方程”，且这两个“阳光方程”的解的差为 5. 若其中一个方程的解为 $x = k$ ，求 k 的值；

(3) ① 已知关于 x 的一元一次方程 $\frac{x}{2023} + a = 2023x$ 的解是 $x = 2024$ ，请写出解是 $y = 2023$ 的关于 y 的一元一次方程： $\frac{(\quad)}{2023} + 2023(\quad) = -a$ (只需要补充含有 y 的代数式)；

② 若关于 x 的一元一次方程 $\frac{1}{2025}x - 1 = 0$ 和 $\frac{1}{2025}x - 5 = 2x + a$ 互为“阳光方程”，则关于 y 的一元一次方程 $\frac{y}{2025} - 9 - a = 2y - \frac{2}{2025}$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 (1) $-\frac{1}{4}$

(2) 3 或 -2

(3) ① $y + 1$ ， $-y - 1$ ； ② $y = -2026$

【分析】 本题主要考查了一元一次方程的解，解一元一次方程，利用同解方程的意义解答是解题的关键，本题是新定义型，理解并熟练应用新定义解答也是解题的关键.

(1) 分别求得两个方程的解，利用“阳光方程”的定义列出关于 m 的方程解答即可；

(2) 利用“阳光方程”的定义得出两个“阳光方程”的解为 $x = k, x = 1 - k$ 由两个“阳光方程”的解的差为 5 列出关于 k 的方程解答即可；

(3) ① 由题意可知 $\frac{x}{2023} + 2023(-x) = -a$ 的解是 $x = 2024$ ，结合 $y = 2023$ ，则 $y + 1 = 2024 = x$ 即可求解；

② 求得方程 $\frac{1}{2025}x - 1 = 0$ 的解，利用“阳光方程”的定义得到方程 $\frac{1}{2025}x - 5 = 2x + a$ 的解，再将关于 y 的方程变形得 $\frac{1}{2025}(y + 2) - 5 = 2(y + 2) + a$ ，利用同解方程的定义即可得到 $y + 2 = x = -2024$ ，从而求得方程的解.

【详解】 (1) 解：关于 x 的一元一次方程 $x + 2m = 0$ 的解为： $x = -2m$ ，
方程 $3x - 2 = -x$ 的解为： $x = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 关于 x 的一元一次方程 $x + 2m = 0$ 与 $3x - 2 = -x$ 是“阳光方程”，

$$\therefore -2m + \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{解得: } m = -\frac{1}{4};$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{4};$$

(2) 解: $\because$ 互为“阳光方程”的一个解为 $x = k$, 则另一个解为 $1 - k$,

又 $\because$ 这两个“阳光方程”的解的差为 5

$$\text{则 } k - (1 - k) = 5 \text{ 或 } (1 - k) - k = 5,$$

$$\text{解得 } k = 3 \text{ 或 } k = -2.$$

故 k 的值为 3 或 -2;

(3) 解: ① $\because$ 关于 x 的一元一次方程 $\frac{x}{2023} + a = 2023x$ 的解是 $x = 2024$,

$$\text{即 } \frac{x}{2023} + 2023(-x) = -a \text{ 的解是 } x = 2024,$$

$$\therefore \text{关于 } y \text{ 的一元一次方程: } \frac{(\quad)}{2023} + 2023(\quad) = -a \text{ 的解是 } y = 2023,$$

$$\therefore y + 1 = 2024 = x$$

$$\text{则 } \frac{y+1}{2023} + 2023[-(y+1)] = -a \text{ 的解是 } y = 2023,$$

$$\text{即 } \frac{y+1}{2023} + 2023(-y-1) = -a \text{ 的解是 } y = 2023,$$

故答案为: $y + 1, -y - 1$;

$$\text{② } \because \text{关于 } x \text{ 的一元一次方程 } \frac{1}{2025}x - 1 = 0 \text{ 的解为 } x = 2025,$$

又 $\because$ 关于 x 一元一次方程 $\frac{1}{2025}x - 1 = 0$ 和 $\frac{1}{2025}x - 5 = 2x + a$ 互为“阳光方程”,

$$\therefore \text{方程 } \frac{1}{2025}x - 5 = 2x + a \text{ 的解为: } x = 1 - 2025 = -2024,$$

$$\text{把关于 } y \text{ 的一元一次方程 } \frac{y}{2025} - 9 - a = 2y - \frac{2}{2025},$$

$$\text{整理得: } \frac{y}{2025} - 5 - 4 - a = 2y - \frac{2}{2025}$$

$$\frac{y}{2025} + \frac{2}{2025} - 5 = 2y + 4 + a$$

$$\frac{1}{2025}(y + 2) - 5 = 2(y + 2) + a,$$

$$\therefore y + 2 = x = -2024$$

$$\text{解得: } y = -2026,$$

∴ 关于 y 的一元一次方程 $\frac{y}{2025} - 9 - a = 2y - \frac{2}{2025}$ 的解为: $y = -2026$

故答案为: $y = -2026$

29. 利用数轴和绝对值的知识我们可以研究两点之间的距离. 线段的计算和角的计算也有密切关联, 借助对数轴的研究, 可以迁移到角度的研究.

【观察】已知数轴上有两点 A 、 B

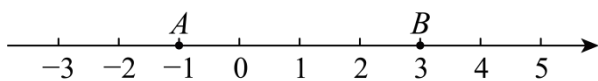


图1

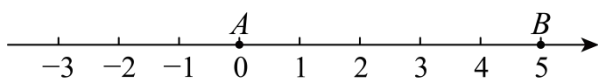


图2

(1) 如图 1, 点 A 表示的数是 -1 , 点 B 表示的数是 3 , 线段 AB 的长度_____, 可以理解为 $AB = |(-1) - 3|$;

如图 2, 点 A 表示的数是 0 , 点 B 表示的数是 5 , 线段 AB 的长度是_____, 可以理解为 $AB = |0 - 5|$.

【归纳】(2) 由此小华得出结论: 若点 A 表示的数是 x , 点 B 表示的数是 y , 则 A 与 B 两点之间的距离 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 若点 A 表示的数是 x , 点 B 表示的数是 -3 , $AB = 5$, 则 $|x - (-3)| = 5$, 得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【迁移】小华根据数轴的定义结合圆规设计了一种“曲形数轴”用来解决角度问题. 如图 3, 标记射线 OA 表示 0° , 规定顺时针方向为正方向, 选取 1° 为单位长度. 例如: 射线 OM 表示 30° , 射线 ON 表示 110° , 则可以得到 $\angle MON = |30^\circ - 110^\circ| = 80^\circ$.

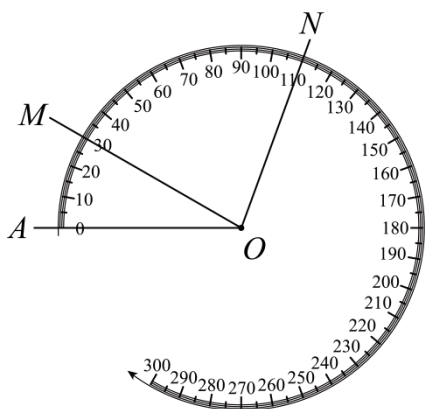


图3

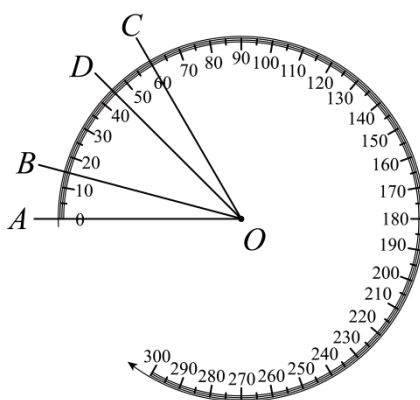


图4

(4) 若射线 OM 表示 m° , 射线 ON 表示 n° , 则 $\angle MON = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ (用含 m, n 的代数式表示).

【应用】如图 4, 已知 $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle BOD = 30^\circ$, $\angle AOB = 15^\circ$, 射线 OB, OD 同时绕点 O 以 $5^\circ/s$ 的速度顺时针旋转, 设旋转时间为 t ($0 < t < 27$) 秒

(5) 当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒时, $\angle BOC = 30^\circ$.

(6) 当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒时, $\angle AOB = 3\angle COD$.

【答案】(1) 4, 5; (2) $|x-y|$; (3) 2 或 -8; (4) $|n-m|$; (5) 3 或 15; (6) $\frac{3}{2}$ 或 6

【分析】(1) 根据数轴上两点 A, B 表示的数即可求解;

(2) 根据题意可得 A, B 两点之间的距离 $AB = |x-y|$;

(3) 解绝对值方程即可求解;

(4) 利用角的和差即可求解;

(5) 分两种情况: OB, OC 重合前, OB, OC 重合后, 分别求解即可;

(6) 分两种情况: OD, OC 重合前, OD, OC 重合后, 分别求解即可.

【详解】解: (1) 如图 1, 点 A 表示的数是 -1, 点 B 表示的数是 3, 线段 AB 的长度是 4, 可以理解为 $AB = |(-1)-3|$; 如图 2, 点 A 表示的数是 0, 点 B 表示的数是 5, 线段 AB 的长度是 5, 可以理解为 $AB = |0-5|$;
故答案为: 4, 5;

(2) 由此小华得出结论: 若点 A 表示的数是 x , 点 B 表示的数是 y , 则 A 与 B 两点之间的距离 $AB = |x-y|$;
故答案为: $|x-y|$;

(3) $\because |x-(-3)| = 5$,

$\therefore x+3=5$ 或 $x+3=-5$,

$\therefore x=2$ 或 -8 ,

故答案为: 2 或 -8;

(4) $\because$ 射线 OM 表示 m° , 射线 ON 表示 n° ,

$\therefore \angle AOM = m^\circ$, $\angle AON = n^\circ$,

$\therefore \angle MON = \angle AON - \angle AOM = |n-m|$ 度,

故答案为: $|n-m|$;

(5) 分两种情况:

由题意得, $\angle AOB = 5t^\circ + 15^\circ$,

OB, OC 重合前,

$\angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = 60^\circ - (5t^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$,

$\therefore t = 3$;

OB, OC 重合后,

$$\angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 5t^\circ + 15^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore t = 15;$$

$$\therefore \text{当 } t = 3 \text{ 或 } t = 15 \text{ 秒时, } \angle BOC = 30^\circ;$$

故答案为: 3 或 15;

(6) 分两种情况:

$$\text{由题意得, } \angle AOB = 5t^\circ + 15^\circ,$$

OD 、 OC 重合前,

$$\angle COD = 60^\circ - 15^\circ - 30^\circ - 5t^\circ = 15^\circ - 5t^\circ,$$

$$\because \angle AOB = 3\angle COD,$$

$$\therefore 5t + 15 = 3(15 - 5t),$$

$$\therefore t = \frac{3}{2};$$

$$OD、OC \text{ 重合后, } \angle COD = 5t^\circ - (60^\circ - 15^\circ - 30^\circ) = 5t^\circ - 15^\circ,$$

$$\because \angle AOB = 3\angle COD,$$

$$\therefore 5t + 15 = 3(5t - 15),$$

$$\therefore t = 6;$$

$$\therefore \text{当 } t \text{ 为 } \frac{3}{2} \text{ 秒或 } 6 \text{ 秒时, } \angle AOB = 3\angle COD.$$

故答案为: $\frac{3}{2}$ 或 6.

【点睛】本题是几何变换综合题,考查了数轴,两点间距离,角的和差倍分运算,一元一次方程等,利用数形结合建立方程求解是解题的关键.